

# AVIS DE RECHERCHE

Vous pouvez utiliser cette rubrique pour poser des questions de tout ordre : demande d'une démonstration, d'une référence, de résolution d'un problème, d'éclaircissement d'un point historique, etc... L'anonymat de ceux qui le demandent est conservé.

Veuillez envoyer vos questions et réponses, avec une feuille par sujet, ou, beaucoup mieux, sur disquettes Mac ou PC (avec enveloppe affranchie pour son retour immédiat) à :

**Robert FERREOL - 6, rue des annelets.  
75019 PARIS**



**N.B. Il y a toujours beaucoup de questions mais les réponses se font rares !!**

## Nouveaux avis de recherche

### Avis de recherche n° 45 de L.G. Vidiani (Dijon)

Le célèbre problème des bœufs d'Archimède (cf. Que-sais-je ? n° 1093, arithmétique et théorie des nombres, page 103, et l'article "*Pelle-Fermat, toujours d'actualité*" de ce Bulletin, p.173) aboutit à l'équation de Pell-Fermat :  $x^2 - 410286423278424y^2 = 1$  que Maple ne résout pas telle quelle. Mais comme  $410286423278424 = 4729494 \times (9314)^2$ , on se ramène à  $x^2 - 4729494z^2 = 1$ , que Maple résout en quelques secondes en donnant la solution fondamentale :

$$x = 109931986732829734979866232821433543901088049$$

$$z = 50549485234315033074477819735540408986340$$

**Comment en déduire alors la solution de l'équation de départ ?**

### Avis de recherche n° 46

Nous avons reçu d'un collègue la formule suivante approximant la

fonction cos en degrés : 
$$\cos \alpha = \frac{A - \left(\frac{\alpha}{10}\right)^2}{A + \left(\frac{\alpha}{10}\right)^2} + \sup(B, 0)$$

où 
$$A = 131,216 - \frac{\alpha^2}{153,516} \text{ et } B = \frac{\alpha - 45}{5\,745\,000} .$$

Qui pourra trouver son origine ?

### Avis de recherche n° 47 de J.P. Brevan (Le Chesnay)

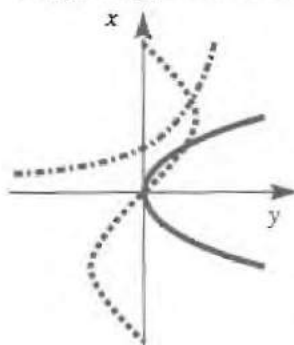
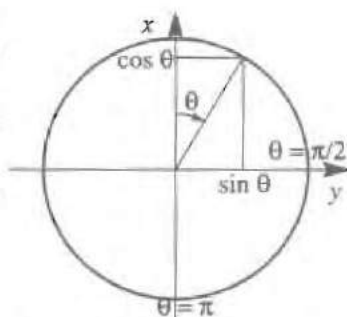
Existe-t-il une démonstration simple du théorème attribué à Fermat : "tout carré de nombre premier différent de 2 et 5 est somme de trois carrés non nuls" ?

### Avis de recherche n° 48 de Gérard Bonneval (Auxerre)

Pourquoi le sens trigonométrique est-il le contraire de celui des aiguilles de la montre ?

NDLR : voici ce qu'on pourrait voir si le sens trigo était celui des aiguilles.

Le cercle trigonométrique serait beaucoup plus apparenté à l'horloge :



Les fonctions auraient des courbes ressemblant à celles de leurs réciproques normales. Voici par exemples les courbes de trois fonctions célèbres (voir ci-contre)

On pourrait aussi unifier les repères cartésiens et l'écriture des matrices :

Pour l'orientation dans l'espace, si l'on veut conserver le fait que  $Oz$  soit au-dessus de  $xOy$ , la règle des trois doigts devra être appliquée à la main gauche.

$$L_n \begin{bmatrix} a_{n1} & \dots & \dots & a_{np} \\ \dots & & & \dots \\ \dots & & & \dots \\ L_1 \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & \dots & a_{1p} \\ C_l & & & C_p \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Bref, je ne vois pas de raison fondamentale pour que la trigo soit opposée aux horloges. A vos réactions !

### Avis de recherche n° 49

(posé lors d'une réunion de la Commission du *Bulletin*)

Quelle est l'origine du mot affine ?

## Réponses aux avis précédents

Avis de recherche N°26 (cf. bulletins 395, 396, 398, 401)

**Point de Kimberling, point isopérimétrique du triangle (tel que les triangles  $KBC$ ,  $KCA$ ,  $KAB$  ont même périmètre).**

M. DELEHAM (Mayotte) pense que l'appellation point de Kimberling est abusive, car la détermination suivante de ce point a été donnée par Lemoine vers 1890.

Soient  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  les points de contact du cercle inscrit avec  $(BC)$ ,  $(CA)$ ,  $(AB)$ . Soient  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_C$  les cercles de centres  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et de rayons  $p - a$ ,  $p - b$ ,  $p - c$ . Le point  $K$  est le centre du cercle de rayon  $p$  tangent à  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_C$  et les contenant.

Le rayon  $p$  se calcule à partir de la formule de Soddy (pour 4 cercles tangents 2 à 2 de rayons  $r_i$ ,  $(\sum r_i^{-1})^2 = 2\sum r_i^{-2}$ ) :  $p = \frac{S}{2p - (4R + r)}$

(où  $S = \text{aire}(ABC)$ ,  $2p = \text{périmètre}$ ,  $R$  et  $r$  rayons des cercles circonscrits et inscrits). D'où la construction : les cercles de centres  $A$ ,  $B$ ,  $C$  de rayons respectifs  $p - (p - a)$ ,  $p - (p - b)$ ,  $p - (p - c)$  se coupent en  $K$ .

*Autre construction* : les hauteurs issues de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  coupent  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_C$  en  $A''$ ,  $B''$ ,  $C''$ . Les droites  $(A'A'')$ ,  $(B'B'')$ ,  $(C'C'')$  recoupent  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_C$  en  $A'''$ ,  $B'''$ ,  $C'''$ .  $K$  est le point commun aux droites  $(AA''')$ ,  $(BB''')$ ,  $(CC''')$ .

La deuxième construction ne nécessite aucun calcul, mais elle est moins précise car très sensible aux erreurs de tracé.

### Avis de recherche n° 40 :

Quelle est l'origine du mot "cavalière" dans l'expression : perspective cavalière ?

Réponse d'Anne Souriau (professeur de philosophie, Versailles).

L'origine est militaire, et on a dit aussi "perspective militaire" ; il s'agit d'une perspective utilisée dans le dessin d'architecture militaire pour représenter des fortifications.

Un cavalier est, en matière de fortification, une construction de terre, élevée, située en arrière d'autres constructions et plus haute qu'elles, de manière à dominer ces autres constructions et même la campagne environnante par où viendront les assaillants. La vue cavalière est alors la vue qu'a sur ces constructions plus basses et cette campagne, un observateur situé sur le haut du cavalier ; la perspective cavalière est le procédé utilisé par le dessinateur de fortifications pour rendre la vue cavalière.

Mais ici apparaissent plusieurs conceptions de la vue et de la perspective cavalière. On a appelé ainsi toute représentation prise d'un point de vue élevé et situé loin de ce qui est représenté. Quelquefois, cette représentation utilise les lois de la perspective linéaire la plus courante, avec point de fuite. Mais quelquefois, on appelle perspective cavalière un principe de représentation selon lequel les proportions de l'objet représenté dans le dessin doivent être respectées dans ce dessin, et les lignes parallèles dans la réalité doivent aussi être parallèles dans le dessin. L'Encyclopédie de DIDEROT et d'ALEMBERT, à l'article Perspective, cite longuement, pour la "perspective militaire", le Mémoire sur le dessin géométral du chevalier de CUZEL : cet auteur remarque que généralement on utilise les termes de "perspective militaire" et "perspective cavalière" comme synonymes ; mais il souhaite qu'on utilise ces termes de manière différenciée, pour distinguer la perspective dans laquelle l'observateur est situé très loin de l'objet représenté mais à une distance finie, et celle où il est supposé placé à une distance infinie, ce qui supprime le point de fuite et respecte les parallélismes. C'est bien ce dernier sens qui seul a été conservé dans l'expression actuelle de "perspective cavalière", appelée aussi parfois "perspective cylindrique" car les lignes qui, dans une perspective fuyante, seraient sur un cône, sont ici sur un cylindre.

Il faut ajouter que l'expression de "perspective cavalière" a eu aussi un tout autre sens, aujourd'hui presque inusité. Il se réfère, non au cavalier de fortification, mais au cavalier, homme à cheval, le cheval étant en marche. On a alors appelé "vue cavalière" et "perspective cavalière" la vue qu'a un observateur en mouvement, et le procédé utilisé pour représenter cette vue.

En ce sens, la perspective cavalière relève de ces nombreuses recherches pour introduire dans un dessin une dimension de temps ; en particulier, elle cherche à rendre ce que voit, soit un observateur qui se déplace parallèlement à la ligne d'horizon (c'est le sens premier), soit un observateur qui reste sur place mais pivote sur lui-même (ce qui a été plus souvent recherché). D'où des inventions curieuses, telle que la *perspective cornue*, qui construit selon deux points de fuite, situés symétriquement à droite et à gauche du centre du dessin, ou cette perspective inversée, utilisée couramment dans la peinture aux Indes, où il y a un point de fuite situé dans l'oeil de l'observateur (de

sorte que les objets éloignés sont plus grands que les objets proches). Il faut reconnaître que si cette dernière perspective présente un aspect étrange, elle donne une intense impression de relief.

Ajoutons, pour conclure, que la perspective cavalière, dans tous les sens de l'expression, est née de cet intense bouillonnement scientifique qui du XV<sup>e</sup> au XVIII<sup>e</sup> siècle a lié la recherche mathématique aux arts plastiques d'une part, et à la guerre et la navigation d'autre part. Le dessin d'architecture militaire se situe à l'intersection de ces trois domaines.

NDLR : plusieurs collègues ont avancé que cette expression viendrait du nom du mathématicien Cavalieri ou encore de la vue plongeante qu'a un cavalier depuis son cheval, mais il me semble que la réponse ci-dessus fait autorité. Il resterait cependant à savoir comment ce monticule de terre des fortifications en est venu à s'appeler un cavalier.

### Avis de recherche n°38,

point d'interrogation de la note de la rédaction.

Par Anne Souriau.

L'expression anglaise "ampersand", contraction de "and per se and", pour désigner l'esperluette (mot plus souvent orthographié esperluète), c'est-à-dire le signe &, est signalée dans la note de la rédaction qui accompagne l'avis de recherche n°38, avec un point d'interrogation. Elle peut en effet être obscure par la suppression de la ponctuation, car il faut lire "And. Per se : and", et se référer à la manière dont on a épilé les mots syllabe par syllabe, selon le principe du B, A, BA. On nommait les lettres d'une syllabe, puis on disait comment prononcer la syllabe. Mais quand une syllabe se composait d'une seule lettre, on nommait cette lettre, et on disait "par soi" (l'anglais italianisé disait "per se"), pour dire que cette lettre à elle toute seule formait une syllabe, et on prononçait la syllabe. Voir par exemple, dans *Les amants magnifiques*, la scène où Clitidas feint de lire dans les yeux de Sostrate le nom de la princesse Eriphile : Molière prête à son personnage la manière d'épeler utilisée de son temps.

En disant "And. Per se : and", on nomme d'abord le signe, puis on indique qu'à lui seul il signifie la syllabe prononcée "and". D'ailleurs, ce signe qui en est venu à vouloir dire "et", a d'abord signifié "et cætera" ; c'est primitivement une ligature dessinant en un signe tracé d'un seul trait de plume les trois lettres "etc".

NDLR : et pour arobas, toujours rien en vue ?