

Langage et raisonnement : quel enseignement au Collège ?

Rémi DUVERT
Margny-lès-Compiègne

L'enseignement des mathématiques a pour but, entre autres, de développer les capacités de raisonnement des élèves ; et les professeurs de mathématiques, comme les autres, ne peuvent ignorer le rôle du langage à ce propos.

Oui, mais concrètement ? Qu'enseigner exactement (en termes d'objectifs) ? Cet article a pour objet de faire quelques propositions concernant le collège, sur un sujet relativement restreint («logique et petits mots»).

Que nous indiquent les programmes officiels ?

Dans le préambule général des programmes et instructions pour le collège (chapitre «Orientations et objectifs»), on peut lire que :

«Toutes les disciplines sont fondamentales et concourent à la formation. Elles permettent d'atteindre, outre leurs objectifs propres, les trois objectifs généraux retenus comme prioritaires ; le collège doit développer la pensée logique ; apprendre à maîtriser la trilogie : écrit, oral, image ; donner l'habitude du travail personnel» (Le Livre de Poche/CNDP ; 1985).

En ce qui concerne les mathématiques, dans l'introduction («nature et objectifs»), on retrouve les mêmes idées :

«[La démarche d'enseignement] concourt à la formation intellectuelle

de l'élève et doit notamment :

- développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive ; [...]
- habituer l'élève à s'exprimer clairement, aussi bien à l'écrit qu'à l'oral ; [...]

Un peu plus loin (dans la partie «instructions générales ; choix des méthodes»), un paragraphe aborde les problèmes de langage, mais sans expliciter les liens avec le raisonnement.

Dans les programmes proprement dits, on ne trouve pas de véritable opérationnalisation de ces objectifs fondamentaux. Tout au plus lit-on que «le travail effectué doit permettre à l'élève de s'initier progressivement au raisonnement déductif» (sixième/cinquième), de «s'entraîner progressivement au raisonnement déductif» (quatrième), et de «s'entraîner constamment au raisonnement déductif» (troisième).

Quant aux compléments aux programmes, destinés aux professeurs, ils contiennent très peu de précisions sur le thème «langage et raisonnement».

Ce que je souhaite développer ici

Mon but n'est pas, dans cet article, de faire le tour de la question des liens entre le langage et le raisonnement ; d'ailleurs, beaucoup d'écrits ont déjà été produits, par exemple, sur l'apprentissage de la démonstration (1).

Je focaliserai plutôt la réflexion sur un domaine plus restreint : celui de l'emploi de quelques «petits mots de base» (*et, ou, donc* etc.) et des liens avec la logique mathématique, d'une part, et la «logique commune» d'autre part (2). Remarquons à ce propos que ce sujet se prête bien à des actions interdisciplinaires.

Le thème n'est pas nouveau... Mais il me semble qu'il était autrefois davantage abordé dans l'enseignement des mathématiques. Et, même si des abus de formalisation ou d'exigence ont peut-être été commis naguère, je regrette que les programmes actuels n'y accordent pas plus de place.

Les propositions qui suivent sont exprimées en termes de compétences visées chez les élèves : elles me semblent d'une part *fondamentales* (pour la

1 Pour plus de précisions, on peut, par exemple, consulter la bibliographie commentée, éditée par le CRDP de Marseille (1992) sur le thème «français et mathématiques» (lecture/écriture, démonstration/argumentation).

2 Divers travaux ont déjà été menés à ce sujet, par exemple à l'IREM de Paris VII («groupe français-mathématiques»), à l'IREM de Bordeaux («coordination mathématiques/français»), à l'IREM de Rennes («lire et écrire des textes mathématiques,...») ; citons aussi un article de J.M. Adam, «des mots au discours, l'exemple des principaux connecteurs», dans la revue «Pratiques» n° 43.

formation de l'élève en mathématiques, mais aussi pour la formation du futur citoyen), et d'autre part *accessibles*, dès la classe de sixième (voire dès l'école élémentaire) à condition, bien sûr, d'adapter les supports d'activités et les formulations. Leur enseignement doit, à mon avis, être progressif et étalé tout au long de la scolarité.

Quelles pourraient être les compétences attendues des élèves ?

Remarques générales :

- L'ordre adopté pour la liste ci-dessous ne préjuge pas de l'ordre d'enseignement des notions ; d'autant plus qu'elles ne sont pas indépendantes : il me paraît important de faire ressortir les liens qui existent entre elles.
- Dans ce qui suit, certains mots sont employés à l'usage des enseignants de mathématiques («conjonction», «implication»,...) ; cela ne veut pas dire qu'il faut forcément les employer en classe (cela dépend du niveau des élèves, et des situations), ni, *a fortiori*, en exiger des définitions...

→ "et" et "ou"

Les élèves devraient être capables :

- d'expliciter, sur des exemples, la différence de sens entre "et" et "ou" ;
- d'expliciter, sur des exemples, la différence de sens entre le "ou inclusif" et le "ou exclusif" ;
- de trouver des phrases illustrant les différents sens du mot "et" (le sens de "puis", par exemple) ;
- de trouver des phrases illustrant les différents sens du mot "ou" (le sens de c'est-à-dire" par exemple) ;
- de donner la valeur de vérité d'une conjonction en fonction de celle des deux composantes ;
- de donner la valeur de vérité d'une disjonction en fonction de celle de ses composantes ;
- d'illustrer graphiquement une conjonction, une disjonction (dans les cas qui s'y prêtent).

→ la négation

Les élèves devraient être capables :

- d'illustrer par des exemples simples le fait que la négation d'une phrase vraie est fausse (et inversement) ;
- d'expliciter, sur des exemples, la différence de sens entre les notions de "négation" et de "contraire" ;
- d'exprimer correctement la négation d'une phrase contenant le mot "tous".

En mathématiques, la négation de «tous» n'est pas «aucun». Dans la vie courante, c'est plus flou: par exemple, quel sens donner à la phrase «*tous les dossiers incomplets ne seront pas acceptés*», que l'on trouve parfois sur les formulaires administratifs ?

- d'exprimer correctement la négation d'une phrase contenant le mot "aucun";
- d'exprimer la négation d'une conjonction, d'une disjonction ;
- d'explicitier, sur des exemples, la différence de sens selon la place de la négation dans une phrase (notamment entre «*toujours pas*» et «*pas toujours*»);

Exemple: «*Cette œuvre n'est vraiment pas belle*» a-t-il le même sens que «*cette œuvre n'est pas vraiment belle*» ?

→ Les articles

Les élèves devraient être capables :

- d'illustrer par des exemples les différents sens du mot "un" ;
- de déterminer, dans des phrases qui s'y prêtent, si le mot "un" (ou "une", "le", "la") a un sens "général" ou "particulier".

Exemple : «une rose a éclo dans mon jardin» ; «un rectangle a quatre angles droits» ; «le dauphin a des dents» ; «la gazelle s'enfuit»... etc.

- d'employer les articles définis et indéfinis à bon escient suivant les usages en vigueur.

→ Le verbe "être"

Les élèves devraient être capables :

- d'explicitier, sur des exemples, les différents sens du mot "est" (appartenance, inclusion stricte, égalité,...)

Quelques phrases à titre d'illustration : «3 est un décimal» ; «un carré est un losange» ; «le produit de 6 par 5 est 30» ; «un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de la même longueur» ; «ce point est bien placé» ; etc.

→ L'implication

Les élèves devraient être capables :

- de montrer, sur des exemples, que l'affirmation "si a alors b" ne dit rien de b si a est faux.

La différence entre la logique mathématique et la logique commune est ici, manifeste: lorsqu'un parent dit à son enfant : «*si tu es sage, tu auras du chocolat*», il est sous-entendu que, s'il n'est pas sage, il n'en aura pas !

- de souligner le caractère "général" d'une implication (en rajoutant des mots comme "forcément", "toujours",...);

- de donner des équivalents de la tournure "si...alors..." (par exemple "tous...", "chaque fois que...",...);
- de transformer une équivalence ou une définition en deux implications.
Remarque : cela est préconisé explicitement dans les commentaires des programmes actuels (classes de quatrième et troisième : *«les propriétés caractéristiques seront formulées à l'aide de deux énoncés séparés»*).
- d'exprimer la réciproque d'une implication ;
- de trouver un contre-exemple prouvant qu'une implication est fausse ;
- d'expliciter, sur des exemples, la différence de sens entre "il faut" et "il suffit" et "si et seulement si".

⇒ "donc", "car", et leurs familles

Les élèves devraient être capables :

- de donner des équivalents du mot "donc";
- de donner des équivalents du mot "car";
- de donner des équivalents du mot "comme";
Suivant le niveau de classe, on peut aller plus loin dans la subtilité : est-ce que «puisque» a le même sens que «comme», par exemple ?
- d'employer ces mots à bon escient ;
- de transformer une phrase contenant le mot "donc" (par exemple) en une phrase de même sens, contenant le mot "car" (par exemple).