AVIS DE RECHERCHE

Vous pouvez utiliser cette rubrique pour poser des questions de tout ordre : demande d'une démonstration, d'une référence, de résolution d'un problème, d'éclaircissement d'un point historique, etc... L'anonymat de ceux qui le demandent est conservé.

Veuillez envoyer vos questions et réponses, avec une feuille par sujet, ou, beaucoup mieux, sur disquettes Mac ou PC (avec enveloppe affranchie pour son retour immédiat) à :

Robert FERREOL - 6, rue des annelets.
75019 PARIS

Nouveaux avis de recherche

Avis de recherche n° 42 de Charles Notari (Montant Cap Blanc)
Trouver tous les couples d'entiers consécutifs tels que leur produit augmenté de 1 soit un cube.

Avis de recherche n°43 de Marc Royer (Montélimar)

Quel est l'ensemble des points M tels que $MA^n + MB^n = AB^n$ **?**

Avis de recherche N° 44 de Henri Camous (La Garde-Freinet)
Pouvez-vous élucider ce tour de magie ?
On retire à un nombre N de 4 chiffres son centième : la somme de tous les chiffres du résultat vaut toujours 18, 27 ou 36.

Première réponse.
Cela revient à faire la somme des chiffres du centuple de N moins lui-même, donc de $99N$. Ce nombre est divisible par 9, donc la somme S de ses chiffres également. Cette somme ne peut valoir 54 qu'à partir de $99N = 999999$ soit $N = 10101$. Donc, de 1 à 10100, S vaut 9, 18, 27, 36 ou 45. Reste à élucider pourquoi elle ne vaut ni 9 ni 45...

Réponses aux avis précédents

Avis de recherche N°28

Origine de l'appellation des moyennes arithmétique, géométrique, harmonique.

Réponse de Louis-Marie BONNEVAL (Poitiers)

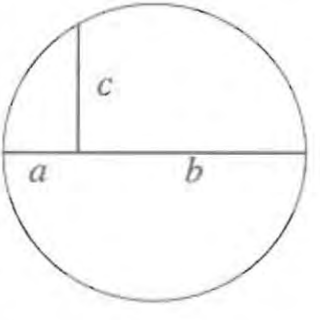
Observons d'abord que l'adjectif "moyen", issu du latin "medianus" qui signifie "entre les extrêmes", est de la même famille que milieu, médiane, intermédiaire, média, médium, médiocre... Le terme "valeur moyenne", abrégé en "moyenne" désigne donc une valeur comprise entre deux valeurs extrêmes.

Les qualificatifs *"arithmétique"*, *"géométrique"*, *"harmonique"* remonteraient quant à eux aux pythagoriciens (cf. *"Histoire des mathématiques"*, par J.P. Collette, édition Vuibert, p. 53).

Dans la suite des nombres naturels (**arithmos** en Grec), chaque terme est la demi-somme des deux termes qui l'encadrent : d'où l'expression "moyenne *arithmétique*" pour désigner la demi-somme de deux nombres. D'où également, plus tard, l'expression *suite arithmétique* pour désigner toute suite vérifiant la même propriété.

La moyenne *harmonique* est à rattacher à la suite des inverses des naturels, où chaque terme est la moyenne en ce sens des deux termes qui l'encadrent. Cette suite $(1/n)$ s'introduit naturellement en musique, ce qui explique son nom : si une corde de longueur 1 vibre à une fréquence f, une corde (de même masse linéique et de même tension) de longueur 1/2, 1/3, 1/4 ... vibrera aux fréquences $2f$, $3f$, $4f$ ... qui sont les "harmoniques" de f. Notons que si en mathématiques l'appellation "suite harmonique" n'est pas restée, en revanche la *série* associée a conservé l'adjectif.

Quant à la moyenne *géométrique*, elle s'appelle ainsi parce qu'elle était obtenue à l'origine par une construction géométrique : à partir de deux longueurs a et b, on obtenait une longueur "moyenne" c par le procédé classique que montre la figure ci-contre :



(Cette construction est notamment signalée par DESCARTES, au tout début de sa *"Géométrie"*, comme moyen d'extraire une racine carrée).

La moyenne géométrique s'appelle aussi *moyenne proportionnelle*, car c'est la valeur c telle que $a/c=c/b$.

Quand on s'est intéressé aux suites de nombres où l'on passe d'un terme au suivant en multipliant par une constante, on a observé que chaque terme était la moyenne géométrique des deux termes qui l'encadrent : dès lors l'analogie avec les suites arithmétiques a conduit naturellement à parler de *suites géométriques*.

On peut ajouter que si le terme de *raison* (du latin *ratio*, rapport) se justifie bien dans le cas des suites géométriques, où il désigne le *rapport* constant d'un terme au précédent, ce n'est pas le cas - sinon par analogie - pour une suite arithmétique, où il désigne la *différence* constante entre un terme et le précédent.

AVIS DE RECHERCHE N° 34

Soient p et q deux nombres entiers naturels non nuls premiers entre eux. Donner un majorant de la période du développement décimal de la fraction p/q.

Réponse de Jean Moreau de St Martin (Paris).

Tout d'abord, posons la division pour obtenir le développement décimal chiffre par chiffre. La périodicité résulte de ce que les restes successifs prennent un nombre fini de valeurs distinctes (entre 1 et $q-1$ inclus), pour ce qui fournit la partie après la virgule ; d'où un premier majorant de la période : $q - 1$.

La période ne change pas si on multiplie $\frac{p}{q}$ par une puissance quelconque de la base 10. Si cette puissance est assez grande, le produit mis sous forme de fraction irréductible $\frac{c}{d}$ a pour dénominateur d, plus grand diviseur de q premier avec 10. La période commence alors tout de suite après la virgule. Si m est la longueur de la période, $\frac{10^m c}{d}$ et $\frac{c}{d}$ ont le même développement après la virgule $\frac{(10^m - 1)c}{d}$ est entier,et $10^m - 1$ est multiple de d car c est premier avec d et, selon le petit théorème de Fermat généralisé par Euler, m (ordre de 10 dans le groupe des unités de $\mathbf{Z}/d\mathbf{Z}$) est donc égal à un diviseur de $\varphi(d)$, indicateur d'Euler de d.

Un majorant de m est donc $\varphi(d)$ (d'où également $\varphi(q)$).

Marie-Laure CHAILLOUT (Sarcelles) a envoyé une réponse similaire, et Eric OSWALD (Bonneville), un extrait d'un traité d'arithmétique de 1922 aboutissant au même résultat.

AVIS DE RECHERCHE N° 36

Origine de l'appellation du coefficient de régression.

Réponse de Louis-Marie BONNEVAL (Poitiers)

L'expression "coefficient de régression" est due à Francis GALTON (1822-1911), dans son ouvrage "Natural inheritance".

Citons Jean-Jacques Droesbeke ("Éléments de statistique", éditions Ellipses, p. 418) : " *(...) En 1877, étudiant la relation entre la taille des enfants, prise en écart par rapport à la moyenne de leur génération, et celle des parents - prise également en écart -, il constate que l'écart à la moyenne diminue, c'est-à-dire régresse. Il introduit donc une mesure numérique de la régression - ou de la réversion - qui n'est autre que notre coefficient actuel de régression. En 1877 également, constatant que les coefficients de la régression de y en x et de x en y sont les mêmes si les variables sont normalisées en termes de variabilité ($s_x = s_y = 1$), il appelle alors ce paramètre coefficient de co-relation (ou corrélation). Comme son calcul se place dans le cadre de la recherche d'une relation de régression, il l'appelle r, initiale du mot régression. Notons cependant que Galton ne calcule pas r en normant ses variables par leur écart-type, mais par l'écart interqartile. (...)*".

Le terme de **régression** est resté pour désigner la méthode utilisée. On lui a adjoint l'adjectif "linéaire" quand on a développé d'autres types de régression : logarithmique, exponentielle, puissance ... J'ajouterai que l'expression "**ajustement affine**", bien mieux appropriée que "régression linéaire", souffre malheureusement de deux gros handicaps : d'une part elle est récente (et les statisticiens pas plus que les autres n'ont envie de changer leurs habitudes), d'autre part elle est française (et les Anglo-Saxons dominent dans ce domaine comme dans d'autres : voir la touche LR sur les calculatrices).

NDLR : rappelons que dans la rubrique "origine d'expressions mathématiques", il reste à élucider : totient, tessaract, perspective cavalière et arobas.