

# Examens et concours

## Ecrit de l'Agrégation interne de Mathématiques de 1989 à 1994

par Paul ATTALI  
doyen de l'Inspection Générale de  
Mathématiques

Les textes officiels n'imposent aucun fléchage des deux épreuves écrites de six heures chacune. Cependant depuis la création du concours en 1989, on s'en est tenu à un schéma analogue à celui de l'Agrégation externe, la première composition portant essentiellement sur l'Algèbre et la Géométrie, la seconde sur l'Analyse.

### I - Première épreuve .

Elle a exploité successivement les thèmes suivants :

**1989** : Rotations en dimension 3. Matrices symétriques et formes quadratiques définies positives.

**1990** : Représentations de dimension finie de l'algèbre de Lie  $SL(2, \mathbb{R})$ . Complète réductibilité de ces représentations. Classement des représentations irréductibles de dimension finie.

(N.B. Les termes «représentations» et «algèbre de Lie» n'étaient évidemment pas imprimés dans l'énoncé et le mot «réductible» y était défini).

- 1991 : Etablissement d'une condition nécessaire pour que le groupe engendré par deux automorphismes d'un espace vectoriel soit fini.
- 1992 : Etude de certaines applications de la théorie des pseudo-inverses d'endomorphismes d'un espace hermitien.
- 1993 : Propriétés des sommes de  $n$  carrés dans un corps, dans un anneau de polynômes.
- 1994 : Dans un espace euclidien, majoration de la norme d'une somme de vecteurs, modification de l'ordre des termes d'une série semi-convergente.

### Commentaire

Si l'algèbre linéaire est en général le ressort principal du problème, elle intervient de façon variée : espaces vectoriels généraux (1990, 1991), espaces euclidiens (1989, 1994), espaces hermitiens (1992). Mais la géométrie n'est pas absente (1989) ni l'algèbre générale et l'arithmétique (1993).

### II - Deuxième épreuve

Elle a abordé les sujets suivants :

- 1989 : Etude des propriétés des solutions d'une équation différentielle ( $y' = x + y^2$ ) sans chercher à en expliciter les solutions.
- 1990 : Etude d'une équation fonctionnelle ( $f(x + y) - f(x) = b(x)$ ). Application aux homéomorphismes du cercle trigonométrique (nombre de rotations d'un tel homéomorphisme).
- 1991 : Etude de certaines équations différentielles linéaires du second ordre. Recherche de solutions développables en série entière. Prolongement de ces solutions à l'extérieur de l'intervalle de convergence.
- 1992 : Etude de suites, de séries, d'intégrales à l'aide des séries de Fourier.
- 1993 : Application de la transformation de Laplace à l'étude de la fonction gamma et à la résolution d'équations différentielles.
- 1994 : Utilisation des intégrales de Gauss et de Fresnel pour l'étude d'une fonction définie par une série trigonométrique. Généralisation.

### Commentaire

Le programme du concours est assez largement balayé : suites et séries, numériques et de fonctions, intégrales, équations différentielles.