Si seulement !

Etienne GILLE
Fontaine lès Dijon (21)

Nous nous battons quotidiennement avec nos élèves pour leur faire utiliser le mot «si» correctement. Le but de cette note est d'introduire un peu de doute dans nos esprits trop facilement irrités par l'apparente mauvaise volonté des élèves. Et si… c'était nous qui nous trompions sur le véritable sens du mot «si» ?

Plus exactement, disons que le mot «si» n'a pas dans la langue française, donc dans celle des élèves, voire dans celle des professeurs, le caractère univoque que nous lui attribuons en mathématiques. Parfois, il introduit une supposition, mais parfois aussi, *il introduit une conclusion*. Cela est manifeste dans l'expression *«si … c'est que …»*, qui abrège tantôt *«si … c'est donc que …»*, tantôt *«si … c'est parce que …»*. Des exemples de cette dernière tournure viennent naturellement : «si j'ai mal aux jambes, c'est que j'ai beaucoup marché» me dit un élève ; et le Robert, de façon plus recherchée : «Si l'Eglise condamne la magie et la sorcellerie, c'est qu'elles militent contre les intentions de Dieu».

Dans ces exemples, il est clair que le mot «si» introduit la conséquence.

On peut penser, dans ces conditions, que le sens du mot «si», que l'élève a dans la tête de par son usage courant, n'est pas exactement celui auquel pense le professeur de mathématiques. Le «mauvais usage» de ce mot par l'élève ne révélerait pas alors forcément un défaut de compréhension. Prenons un exemple. Soit un exercice où il s'agit de démontrer que I est le barycentre de $(A, 2)$ et $(B\ , 3)$. Un élève écrit : «si I est barycentre, $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = 5\overrightarrow{MI}$ ». Réaction du professeur : «ne partez pas de la conclusion.» Certes. Mais, en réalité qu'a pensé l'élève ? *Peut-être* a-t-il pensé : «si I est barycentre, *c'est* parce que $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = 5\overrightarrow{MI}$ », ou encore : «si je veux montrer que I est barycentre, je n'ai qu'à démontrer que $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = 5\overrightarrow{MI}$ » (et c'est ce qu'il va faire effectivement). Il procède en réalité à un raisonnement inductif. Cela est, bien sûr, plus ou moins confus dans son esprit et c'est notre rôle de l'habituer à utiliser un outil linguistique (ou plutôt une habitude linguistique propre aux mathématiques) sans ambiguïté. Mais il n'est peut-être pas inutile que le professeur ait conscience que le champ sémantique du mot «si» est en français plus large qu'on ne pourrait le croire au premier abord. Il pourra ainsi mieux faire la différence entre ce qui est erreur de raisonnement conduisant à un véritable cercle vicieux et ce qui est simple maladresse d'expression.

Notons au passage qu'en mathématiques, également, «si» peut introduire une conséquence. C'est le cas dans l'expression «seulement si». Que veut dire «$x > 3$ seulement si $x > 0$» sinon «si $x > 3$, alors $x > 0$» [1] ? En outre, *si* introduit fréquemment, non pas une conséquence stricte, mais une équivalence : c'est le cas quand la réciproque est vraie sans qu'on s'en occupe (si $x < 2$ alors $x + 1 < 3$), ou bien quand *si* est accompagné de *seulement si* (dont on ne peut pas exclure qu'il soit ressenti par les élèves comme une sorte de superlatif de «si», une manière emphatique d'insister sur le «si» !).

On pourrait ajouter une autre difficulté conceptuelle. Je pense à un exemple que j'utilise pour les besoins de la cause (et de la conséquence !) en classe. J'affirme : «s'il pleut, alors il y a des nuages». L'affirmation logique est indubitable, mais surprend les élèves, car personne ne dit jamais cela. Surtout, il y a une distorsion entre cause et conséquence logique, d'une part et cause et conséquence physique d'autre part. Ne sont-ce pas les nuages qui sont la cause de la pluie, et non l'inverse ?

Tout cela ne va pas de soi pour un élève, fût-il de Première S. Et nous-mêmes, sommes-nous bien sûrs de ne jamais utiliser *oralement* «si» pour introduire un raisonnement inductif. Une réflexion analogue pourrait être faite sur l'emploi de «il faut» ou de «il suffit» ?

2- Comme beaucoup d'expressions mathématiques, la tournure en *seulement si* n'est pas naturelle en français, et le passage de cette tournure à la formulation introduite par *si* n'est pas naturel non plus. Il semblerait que le décryptage naturel passe par la forme contraposée : «si x n'est pas positif, alors il ne peut pas être supérieur à trois».

3/ Sur la figure, on peut voir que k appartient à cet ensemble

Démontrons-le.

Si k appartient à l'ensemble des points M alors on peut remplacer M par k dans la relation $2\overrightarrow{Mk} + 3\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$ et a colinéarité de cette somme de vecteurs avec le vecteur $\overrightarrow{BC}$

$$2\overrightarrow{kk} + 3\overrightarrow{kB} - 3\overrightarrow{kC} = \vec{0} + 3(kB - kC)$$
$$= 3\overrightarrow{CB}$$
$$= -3\overrightarrow{BC}$$

On a bien $2\overrightarrow{kk} + 3\overrightarrow{kB} - 3\overrightarrow{kC} = k\overrightarrow{BC}$.

donc il y a bien colinéarité.

Si le point k vérifie cette colinéarité, (c'est qu'il) fait bien partie de l'ensemble des points M.

Exemple de copie d'élève.