Deux travaux pratiques pour les premières et terminales scientifiques

Daniel Duverney
Lycée Baggio, Lille

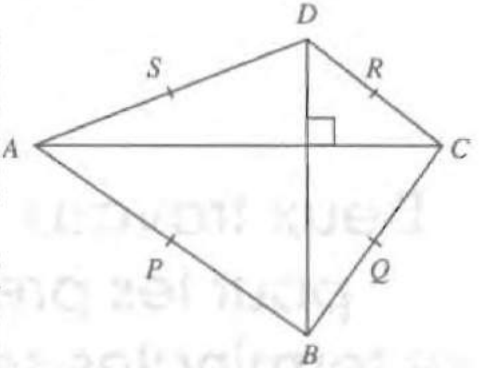
Durant les années scolaires 1988-89 et 1989-90, au Lycée Alain Fournier de Bourges, j'ai expérimenté quelques Travaux Pratiques de Mathématiques en classes scientifiques. J'en donne ici deux exemples. Ces textes complètent ceux qui ont été publiés dans le *Bulletin* (n°364 de Juin 1988 et 367 de Février 1989).

L'un de ces travaux est destiné aux Premières S.
Le *«Cercle des huit points d'un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires»* est prévu pour une séance de deux heures (en fait, pour les élèves rapides, il dure moins longtemps et il faut compléter par d'autres exercices). Ce texte de problème est inspiré par le chapitre 2 du livre de Ross Honsberger : *«Joyaux mathématiques»* tome 2 (Cedic).

L'autre est destiné aux Terminales scientifiques.
«Les circuits logiques» sont sans doute à la marge du programme. Ces T.P. avaient été conçus pour une classe à option informatique, et avaient pris deux heures. Le paragraphe 8 avait été laissé pour chercher à la maison, et corrigé en classe. L'élève qui avait assuré cette correction au tableau avait d'ailleurs proposé une meilleure solution que celle à laquelle j'avais pensé!

Travaux pratiques Première S
Cercle des huit points d'un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires.

Première partie : Cercle des huit points



1 - Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe dont les diagonales sont perpendiculaires. On note P, Q, R, S les milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$. Montrer que $PQRS$ est un rectangle.

2 - Soit (C) le cercle circonscrit au rectangle $PQRS$. Prouver que les projections orthogonales P' de P sur (CD), Q' de Q sur (AD), R' de R sur (AB), S' de S sur (BC), appartiennent à (C).

3 - Vérifier que le résultat précédent reste vrai dans le cas d'un quadrilatère non convexe $ABCD$ dont les diagonales sont perpendiculaires.

Le cercle (C) est appelé le cercle des huit points du quadrilatère $ABCD$.

Deuxième partie : Cercle d'Euler.

1 - Soit un triangle ABC (faire une grande figure).
Construire les hauteurs $[AA'']$, $[BB'']$ et $[CC'']$ de ce triangle. Soit H son orthocentre. Quelle propriété possèdent les quadrilatères $ABCH$ et $BCAH$?

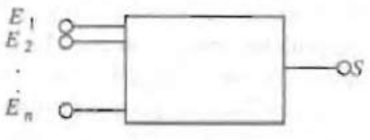
2 - Construire le cercle des huit points $ABCH$.

3 - Construire des huit points de $BCAH$.

4 - Conclure.

Travaux pratiques Terminale S
Circuits logiques

Un circuit logique est un circuit électrique comportant un certain nombre de bornes d'entrées E_1, E_2, ... , E_n, et une borne de sortie S.



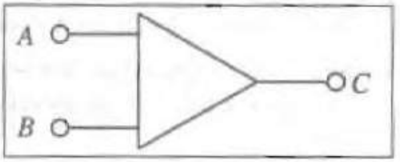
Ces bornes ne peuvent prendre que deux valeurs de potentiel électrique : le potentiel *0* ou le potentiel *1*.

On repérera ces deux *états* par les *sous-ensembles* de $E = \{1\}$, en d'autres termes :

Le potentiel 0 correspond au sous ensemble $\varnothing$.
Le potentiel 1 correspond au sous ensemble E.

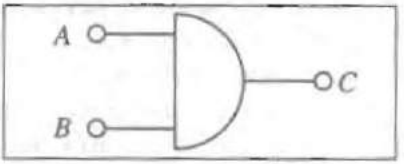
1 - ***Le circuit «ET»***

Il est caractérisé par le fait que C est dans l'état 1 si A **et** B sont dans l'état 1, et dans l'état 0 sinon.
➡ Exprimer C en fonction de A et B.



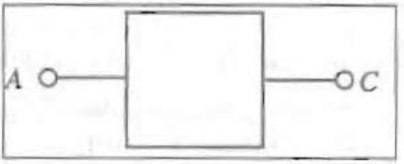
2 - ***Le circuit «OU»***

Il se caractérise par le fait que C est dans l'état 1 si A **ou** B sont dans l'état 1, et dans l'état 0 sinon.
➡ Exprimer C en fonction de A et B.

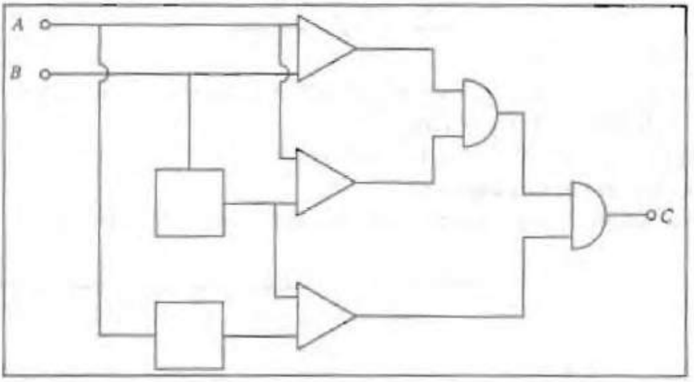


3 - ***Le circuit «NON»***

C est dans l'état 1 si A est dans l'état 0, et dans l'état 0 si A est dans l'état 1.
➡ Exprimer C en fonction de A.

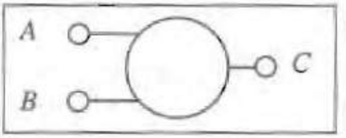


4 - ***Un circuit logique de débutant***



➡ Simplifier le montage.

5 - *Le circuit «DELTA»*



Il fonctionne de la manière suivante : C est à l'état 0 si A et B sont dans le même état (0 ou 1) : C est à l'état 1 si A et B sont dans des états différents.

➡ Exprimer le circuit Δ à l'aide d'une opération usuelle sur les ensembles ; construire un circuit Δ à partir de circuits «OU», «ET» et «NON».

6 - *Expression binaire d'un nombre.*

Lorsqu'on écrit, habituellement, le nombre $n = 3\,945$ par exemple, cela signifie :

$$n = 3 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 4 \times 10 + 5.$$

On a exprimé le nombre n dans la base 10.
On utilise très souvent, en particulier en informatique, la base 2.
Un nombre n s'écrit ainsi :

$$n = a_k \times 2^k + a_{k-1} \times 2^{k-1} + \ldots + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2 + a_0$$

avec $a_i = 0$ ou 1, puisque les *chiffres* de l'écriture sont toujours plus petits que la base (0, 1, … , 9 en base 10).
Par exemple, en base 2,

1	s'écrit	1 ;	2	s'écrit	10
3	s'écrit	11 ;	4	s'écrit	100.

➡ Ecrire en base 2 les nombres : 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

7 - *Addition de deux nombres en base 2.*

Soit à additionner : $n = 11010$ et $p = 1101$.

On écrit :

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ +\quad 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

En effet : $1 + 1 = 2$, qui s'écrit 10 en base 2. Donc on met 0 dans la quatrième colonne, et on a 1 de retenue.

➡ Additionner en base 2 : 100 011 101 et 101 011.

8 - *Addition et circuits logiques.*

Pour simplifier, on considère deux nombres de trois chiffres en base 2 :

N :	A_3	A_2	A_1
	0	0	0
	0	0	0
P :	B_3	B_2	B_1

➡ Utiliser les circuits logiques étudiés précédemment pour obtenir, sur les sorties C_1, C_2, C_3, … la somme $N + P$.