Les hypothèses implicites

Anne SOURIAU
VERSAILLES

Dans son numéro de juin 1994, le *Bulletin* de l'APMEP pose quelques problèmes fort amusants. Mais ces problèmes peuvent se retourner contre leurs auteurs. Ainsi, p.277, sont posés trois problèmes que l'auteur déclare tels *«que les mécanismes traditionnels vont inciter la personne en situation de recherche à imaginer de fausses hypothèses implicites qui l'empêcheront de parvenir à la solution»*. Laquelle solution est donnée page 278.

Or, quand on y réfléchit, on peut trouver à ces problèmes bien plus de solutions qu'il n'en est donné. C'est que l'auteur du problème a lui-même sous-entendu des hypothèses non explicites, qui limitent, pour lui, le nombre des solutions à une seule.

Les quatre triangles

> *«Pouvez-vous construire quatre triangles équilatéraux à l'aide de six allumettes qui en figureront les côtés?»*

Première hypothèse implicite. Les six allumettes sont toutes de la même longueur. Si en effet on prend des allumettes de taille différente (ce que rien n'interdit dans les données explicites), les triangles ne peuvent pas être équilatéraux.

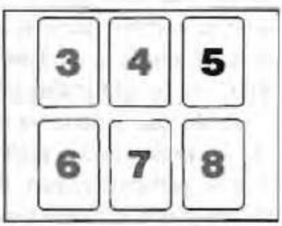
Autre solution que celle de l'auteur : prendre les six allumettes de même taille, casser chacune en deux par le milieu ce qui donne 12 morceaux égaux, grouper alors ces morceaux trois par trois pour en faire quatre triangles.

Ce n'est pas de jeu, objectera-t-on ; les allumettes devaient rester entières!

Réponse : ce n'était pas dit dans les données du problème. C'est une seconde hypothèse implicite.

Tour de cartes

> *«En bougeant deux des cartes et deux seulement, faites en sorte que le total des chiffres lus sur les cartes de la première rangée soit égal au total des chiffres lus sur les cartes de la deuxième»*



La solution donnée par l'auteur, faire pivoter le 6 pour le mettre la tête en bas et le,transformer en 9, est certainement très amusante. Mais le problème tel qu'il est posé peut avoir encore quatre autres solutions, qui ne peuvent être éliminées que si on sous-entend une hypothèse de plus.

Première solution. Prendre la carte 5 et la mettre sous les deux rangées. Mettre me 7 à la place ainsi dégagée. La première rangée groupe donc 3, 4 et 7, la seconde 6 et 8, les deux totaux sont bien 14. Rien dans l'énoncé du problème n'interdisait de créer une troisième rangée : qu'il faille n'avoir que deux rangées est une hypothèse implicite.

Deuxième solution. C'est le 3 qu'on fait descendre pour créer une troisième rangée, et le 6 qu'on met à la place dégagée. La première rangée est donc maintenant 6, 4 et 5, la seconde 7 et 8. Les deux totaux sont de 15. Ne peut être éliminée qu'avec la même hypothèse implicite.

Troisième solution. On retourne le 5 face contre dos, de sorte que cette carte ne montre plus ce chiffre 5. On prend le 7 et on le met à droite de la carte retournée. La première rangée montre donc 3, 4 et 7, la seconde 6 et 8. Totaux : 14.

Et il faut deux hypothèses implicites pour l'interdire : d'abord, que les cartes doivent rester toujours avec la même face sur le dessus, et l'autre que les deux rangées doivent avoir le même nombre de cartes.

Quatrième solution. On retourne le 3 et on fait monter le 6. Totaux : 15. Même hypothèse implicite pour l'interdire.

Les sédentaires et les postiers.

> *« Dans ce pays, il y a deux catégories d'habitants : les sédentaires et les postiers. Mais les postiers ne résistent pas facilement à la tentation de voler le contenu des paquets qu'ils transportent. Toute ressemblance avec un pays connu serait fortuite. Les paquets postaux sont donc des boîtes qu'il est possible d'équiper d'un cadenas (à clé). Les postiers sont indélicats, certes, mais ne volent que le contenu de paquets ouverts, jamais celui de paquets fermés par un cadenas. Comment deux sédentaires doivent-ils s'y prendre si l'un d'eux veut être sûr de faire parvenir à l'autre un objet précieux ? »*

Il y a au moins trois autres solutions. Celle que donne l'auteur ne peut être la seule que si l'on admet comme hypothèses implicites :

1°) Que les deux cadenas ne sont pas du même modèle.

2°) Que chaque cadenas n'a qu'une seule clé.

3°) Que A et B gardent chacun la clé de leur cadenas respectif.

On peut aussi se demander si la clef est nécessaire seulement pour ouvrir le cadenas qui est d'un modèle à ressort où le pène s'enclanche sans clé, ou bien si la clef est nécessaire pour fermer le cadenas aussi bien que pour l'ouvrir.

Première solution. Au départ, *A* possède le cadenas C_1 et la clé C'_1, *B* possède le cadenas C_2 et la clé C'_2, les deux cadenas étant de modèle différent et chacun ne pouvant s'ouvrir qu'avec sa propre clef. *A* envoie à *B* un paquet vide, fermé par le cadenas C_1 sur lequel est la clef C'_1. Le postier peut ouvrir le paquet puisque la clef est sur le cadenas, mais il ne peut rien y voler puisqu'il n'y a rien dedans. *B* ôte la clef C'_1 et la remplace par C'_2 après avoir ouvert la boîte (puisqu'il avait la clef et le cadenas) et mis dedans l'objet précieux. Le paquet refermé ne peut donc être ouvert puisque le cadenas porte la mauvaise clef. *B* l'envoie à *A* qui ôte la clef et renvoie le paquet à *B*. *B*, qui avait gardé la clef C'_1, peut ouvrir le cadenas, l'ôte et le remplace par le cadenas C_2. Puis il retourne le paquet à *A*. A ce moment, *A* possède la clef C'_2 et le cadenas C_2. Il peut ouvrir le paquet et y prendre l'objet précieux. On a interverti le jeu primitif, c'est *A* qui a C_2 et C'_2, *B* qui a C_1 et C'_1. Si *A* veut envoyer un objet précieux à *B*, il faut d'abord un trajet du paquet à vide pour que *B* y mettre C_2 et C'_2, et on recommence comme précédemment.

Deuxième solution. *A* et *B* se sont entendus pour que leurs cadenas respectifs soient du même modèle. On peut donc les ouvrir indifféremment avec l'une ou l'autre clef. Aucune difficulté : *A* met l'objet précieux dans le paquet qu'il ferme avec son cadenas, il garde sa clef et envoie le paquet à *B*. Comme la clef de *B* est du même modèle que celle de *A*, *B* peut ouvrir le paquet.

Troisième solution. *A* achète un cadenas avec deux clefs. Il envoie à *B* le paquet vide avec le cadenas sur lequel il a mis la clef. Le postier, comme dans la première solution, peut ouvrir le paquet mais ne peut rien y voler puisqu'il n'y a rien dedans. *B* ouvre le paquet, y met l'objet précieux, referme, garde la clef et envoie le paquet cadenassé à *A*. Il n'y a qu'un seul cadenas, mais comme maintenant *A* et *B* en possèdent chacun une clef, ils peuvent s'envoyer le paquet en navette avec tous les objets précieux qu'ils veulent : le paquet est cadenassé, *A* et *B* peuvent l'ouvrir.

Remarque.

Je ne suis pas mathématicienne. C'est peut-être pour cela que je peux trouver des solutions que les habitudes de pensée des mathématiciens excluent en leur faisant sous entendre des hypothèses implicites. Question posée aux mathématiciens. A eux d'en donner la réponse.

Tous ces problèmes ne sont, au fond, que des variations sur le thème classique du problème du loup, de la chèvre et du chou.