

Vie de l'Association

Problématique n° 1 REPÉRAGE

Groupe de travail «Problématiques au Lycée»

Le Groupe de travail «Problématiques au Lycée» choisit aujourd'hui de traiter, sous forme d'une fiche-situation proposable aux élèves, l'exemple de la problématique n°1 «*Repérage dans le plan, dans l'espace et sur la sphère. Etude statique et dynamique*». Voici le début de la chronique annoncée dans le *Bulletin* n° 393. D'autres «Problématiques» suivront. Notons d'ailleurs au passage qu'il serait maladroit d'espérer traiter séparément chacune des problématiques énoncées : elles ont toute partie liée, et on peut, au cours de problèmes, en rencontrer plus d'une. La problématique «*Repérage*» est par exemple indissociable de «*Traçage*» (n°2), et «*Modélisation*» (n°4), et on ne pourra s'empêcher de voir en «*Etude, représentation et interprétation de données statistiques*» (n°8) une de ses applications privilégiées. Les exemples choisis ici le seront toutefois pour illustrer plus particulièrement les notions de «*Repérage*».

Pour les **SITUATIONS-PROBLEMES** liées à cette problématique, l'inventaire est riche :

- On présentera avec ou sans paramètre, les divers modes classiques de *repérage d'un point dans le plan* :

- par des distances (distance à des axes de coordonnées, mais aussi à des points fixes donnés)
- par distance et angle (tous problèmes de navigation ou d'astronomie : faire "le point" sur un ou deux amers...)
- comme barycentre

- On repérera des *points en mouvement* ou des points sur des *trajectoires en fai-*

Les **CONTENUS ASSOCIES** seront

- Les divers types de coordonnées :

- cartésiennes,

- polaires et bipolaires

- barycentriques.

sant appel :

- aux équations horaires de mobiles,
- au repérage d'un point sur des droites, cercles, courbes diverses données par leurs équations, ou situé par rapport à ces différentes courbes.

De là naîtra la classe des problèmes d'inéquations, de distance à une droite, à un cercle, de programmation linéaire, et plus généralement, de représentation d'un certain nombre de contraintes, fonctionnelles ou non.

- On étudiera les problèmes de *repérage d'un point sur une sphère* (sphère terrestre, par exemple) de façon plus poussée qu'en Collège).

On s'attachera à rechercher des équations cartésiennes de plans, des équations de sphères, et faire l'étude de régionnement de l'espace dans des cas simples.

- On examinera les incidences du choix d'un type de coordonnées et d'un repère pour la traduction de conditions.

Choix d'un bon type de repère et d'un bon repère de ce type pour des contraintes données. On confrontera pour cela différentes représentations de la position et du mouvement d'un point sur une courbe ou une surface, et on en dégagera des points de méthode.

Les équations cartésiennes, éventuellement paramétriques, de droites, de cercles ou d'autres courbes (traitées uniquement dans des cas simples et à titre d'initiation), de plans et de sphères, et le rappel de leur signification géométrique.

- On passera en revue quelques modes de repérage dans l'espace :

- par des coordonnées cartésiennes,
 - par des coordonnées cylindriques,
 - par des coordonnées sphériques,
- avec exemples simples d'utilisation pour des trajectoires, comme l'hélice sur le cylindre.
- Recherche des nouvelles coordonnées après un changement de repère.

La notion de repérage doit, en tout état de cause, apparaître comme issue d'un choix adapté à une situation donnée et dans un but précis. Elle se prête à bien des études interdisciplinaires, avec la géographie, l'histoire, la biologie ou les sciences économiques. Nous avons choisi, pour illustrer notre propos, un exemple qu'on peut traiter dès la Seconde, et bien sûr au-delà en l'enrichissant un peu. Il est issu tout droit d'un

véritable «Cours de navigation»; c'est une situation qu'on amènerait par exemple à propos d'une course autour du monde à la voile, une occasion parmi d'autres de prendre appui sur l'environnement immédiat des élèves ou sur l'actualité pour donner sens et relief aux notions traitées en classe.

Naviguer à l'estime

Le vocabulaire du mousse

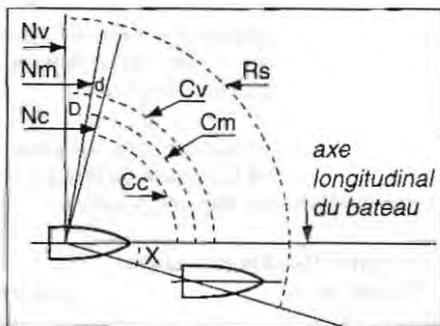
«L'estime consiste à évaluer à partir du cap suivi, de la distance parcourue, de la dérive et du courant, la route effectuée par le bateau depuis sa dernière position connue». (Nouveau Cours de Navigation des Glénans).

Imaginons-nous en train de naviguer sur un voilier n'ayant pas une grosse informatique embarquée, où les opérations de contrôle du "point" se font encore de façon très artisanale.

Ne pas perdre le Nord

La construction ci-contre résume bien les diverses définitions :

- Nv Nord vrai
- Nm Nord magnétique
- Nc Nord compas
- Rs Route surface
- Cv Cap vrai
- Cm Cap magnétique
- Cc Cap compas
- X Dérive-vent
- D déclinaison
- d déviation



Au gré des vents

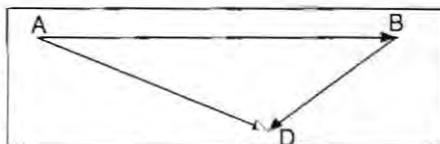
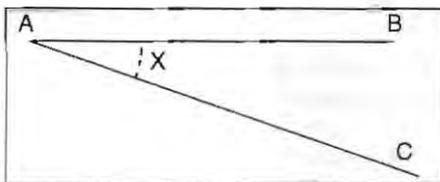
Plusieurs éléments vont venir perturber notre route, le premier étant la dérive due au vent, la «dérive-vent» comme on dit.

On part de A pour aller vers B; en fait, on arrive en C. Pour aller en B, nous aurions dû afficher :

$$C_c = 90^\circ - X$$

Au fil du courant

Un second élément perturbateur est le courant, qui correspond au déplacement de la masse d'eau sur laquelle on évolue, et occasionne la «dérive-courant» illustrée ci-contre, et qui s'explique de la manière suivante :



Si, un jour sans vent, un bateau à moteur, sur un plan d'eau fixe (lac), part de A pour aller vers B, le segment [AB], orienté de A vers B, représentera donc aussi bien la route du bateau par rapport à la surface (*route-surface*) que sa route par rapport au fond (*route-fond*), et sa vitesse par rapport à la surface est égale à sa vitesse par rapport au fond.

Si maintenant, toujours un jour sans vent, un bateau à moteur sur un plan d'eau mobile (mer), part de A pour aller vers B, il se retrouve, à cause du courant, en D. Sa route-surface est alors différente de sa route-fond, ce qu'on illustre par le triangle des positions ABD. Construire ce triangle revient d'ailleurs (proportionnalité oblige !) à construire le «triangle de vitesses», \vec{AB} représentant la vitesse du bateau par rapport à la mer (vitesse relative), \vec{BD} la vitesse du courant (vitesse d'«entraînement»), \vec{AD} la vitesse du bateau par rapport au fond (vitesse-fond ou vitesse absolue). N'avons-nous pas ici une magnifique illustration de la loi de composition des vitesses :

$$\text{Vit. absolue} = \text{Vit. relative} + \text{Vit. d'entraînement} ?$$

N.B. : le vocabulaire de la navigation tolère, certainement plus que les mathématiques, les abus de langage. Il désigne par exemple par le même terme l'angle que fait la Route-surface avec le Nord vrai et le tracé de celle-ci... Ils 'agit donc pour vous d'utiliser les mots selon leur contexte.

Imaginons maintenant que vous soyez mousse sur l'un de ces bateaux, et que vous soyez chargé d'établir la position du bateau compte tenu de tous ces éléments. Il vous faudra savoir calculer, mesurer, construire...

Les calculs du moussé

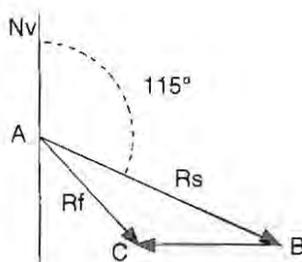
D'après ce qui précède, $R_s = C_c + D + d + X$. Si, par exemple $C_c = 117^\circ$, $D = -7^\circ$ (on convient que la déclinaison Ouest est comptée négativement, la déclinaison Est positivement, de même pour d), $d = 3^\circ$, $X = 2^\circ$ "droite" (vers la droite). Calculez l'angle R_s , et tracez la direction de la Route-surface du bateau.

Les tracés du moussé

Le diagramme des vitesses

Si la vitesse relative du bateau (mesurée par le *speedomètre*), est de 8 nœuds, ou 8 milles à l'heure, et que nous subissons un courant de 4 nœuds «au 270° » (N'oubliez pas qu'on compte les angles à partir du Nord vrai), le tracé se fera de la manière suivante :

AB représente la «vitesse-surface», BC la vitesse du courant, AC la vitesse-fond. On en déduira le tracé de la route-fond.



Vous voici (presque) armé pour partir en croisière "hauturière". Vous avez à bord compas de navigation, cartes marines et tout ce qu'il faut pour mettre en application vos premières connaissances de marin...

Le mousse est perplexe

Nous faisons maintenant route de PROPRIANO vers BONIFACCIO, pointe Sud de la Corse, selon la carte ci-jointe. A 3h30, le navigateur fait un point qui situe le bateau à 1,2 milles au Nord de la **Roche Blanche**. La mer est belle, le vent stable, la visibilité est bonne ; il décide d'aller se coucher sans tracer la route.

Le barreur continue à naviguer, et porte sur le livre de bord les indications suivantes (le "loch" indique, en milles nautiques, la distance parcourue par le bateau depuis le point de départ, ici, en l'occurrence, Propriano):

Heure	cap	loch	X estimée
3 h 30	240°	6	+ 3°
4 h 30	210°	12	+ 2°
5 h 30	160°	18	- 2°
6 h 30	130°	24	- 3°
7 h 30	140°	30,5	+ 1°
8 h 30		36	nulle

A 8h30, la brume tombe brusquement. Plus aucun repère ! Nous devrions être en vue de l'Île des Moines.

Saurez-vous aider notre mousse ?

- Tracer la **Route-surface** à partir de la dernière position connue du bateau.

La route-surface, ça c'est facile, mais voilà que nous avons eu, les deux premières heures, un courant de 1 nœud au 275° ; l'heure suivante, un courant de 2 nœuds au 170°, la dernière heure, un courant de 3 nœuds au 310°.

- Il s'agit donc maintenant de tracer la **Route-fond**. On peut, pour se faciliter la tâche, faire la correction due aux courants globalement à la fin, puisqu'il s'agit de faire une addition de vecteurs.

- Sachant qu'il y a toujours une **zone d'incertitude** (fonction du barreur, de l'état de la mer, etc.), d'un rayon égal à 10% de la distance parcourue, placer sur la carte le **disque dans lequel se trouve réellement le bateau à 8h30**. Peut-être pourrez-vous répondre à l'angoissante question : **Est-ce possible qu'on ne perçoive pas encore le signal du Phare des Moines ?!**

En conclusion

Voici donc un exemple de situation-problème mettant en jeu la notion de repérage, par distance et angle surtout, et qu'on pourrait par exemple enrichir avec un collègue physicien par des compléments sur la loi de composition des vitesses, donc des questions de changement de repère.

On peut bien sûr «broder» à l'infini sur ce thème, l'essentiel étant de créer des exemples de situations suffisamment riches pour que les élèves aient bien sûr envie de s'y plonger, mais qui balayaient aussi assez la notion pour qu'ils y acquièrent de nouveaux concepts, et de nouvelles méthodes mathématiques.

Retenons enfin qu'une même problématique pourra ainsi apparaître plusieurs fois, à des niveaux différents du Lycée, les activités proposées sur la notion visant à «sédimer» les acquisitions de l'élève sur les points abordés, et à faciliter leur ancrage dans ses pratiques et ses habitudes de pensée.

FICHE DE SYNTHÈSE

Catégorie	Objectifs	Ce qu'on peut espérer tirer d'une telle activité
Connaissance des outils	- Connaissance de la terminologie - Capacité à lire tableaux, cartes et graphiques.	- Apprendre à utiliser une terminologie scientifique - Lire et interpréter des données sous diverses formes (tableaux, dessins, définitions explicites).
Analyse et transposition	- Changement de cadre et interprétation.	- Traduire graphiquement des données numériques avec utilisation d'un nouveau mode de repérage (polaire) - Calculer sur des angles et des distances dans le plan, utiliser ces calculs à des fins pratiques.
Synthèse	- Application d'un modèle à une situation nouvelle	- Tirer parti d'une représentation géométrique pour donner une conclusion.
Critique et évaluation	- Critique du modèle	- Savoir prendre en compte une marge d'incertitude

BIBLIOGRAPHIE

- *Nouveau cours de navigation des Glénans* (Ed. Seuil)
- *Conduite d'une croisière côtière* (J. Harand, Ed. Arthaud)
- *GALION-THEMES : "La navigation à vue de terre"* (Ed. Aléas). On peut mettre à profit ce dernier document, directement utilisable lui aussi par les élèves, pour faire les premiers tracés et familiariser les élèves aux notions élémentaires de la navigation.

