# DÉVELOPPEMENT COGNITIF ET RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

## "Caractéristiques du sujet ou adaptation à un milieu ?"

**R. Noirfalise**
IREM de Clermont-Ferrand

"Développement cognitif et résolution de problèmes" est un titre bien ambitieux pour une conférence et il pourrait se prêter à de multiples traitements, aussi voudrais-je, en guise d'introduction, essayer de préciser quelque peu comment j'ai compris la demande des organisateurs lorsqu'ils m'ont sollicité pour intervenir.

Les termes du titre de mon intervention désignent, a priori, *un domaine de réalité*, qu'en tant qu'enseignant de mathématiques nous côtoyons au quotidien de notre vie professionnelle (nous en avons donc une forte connaissance empirique): c'est celui des apprentissages, du développement cognitif des élèves et en particulier celui de leurs aptitudes, leurs compétences à résoudre des problèmes mathématiques.

Ce domaine de réalité est objet d'études dans différents champs "scientifiques". La diversité des approches fait que l'on va en trouver diverses *tentatives de modélisation.* On peut voir ainsi apparaître, en psychologie, en sociologie, en sciences de l'éducation, en intelligence artificielle, en didactique des mathématiques, des modèles (au pluriel). Il y a certaines convergences, mais aussi des divergences assez profondes ; en particulier il y a ce qu'on appelle, suite à Kuhn, des paradigmes, c'est-à-dire des façons fondamentales de regarder un même domaine de réalités différentes (Kuhn avait introduit cette notion de paradigmes en l'appliquant au monde des sciences pour comparer les physiques d'Aristote[1] et de Newton). Les découpages du domaine de réalité ne sont pas les mêmes et surtout des "parcelles de réalité" invisibles pour certains, vont être décrites par d'autres. Notons que cela est banal dans le travail scientifique : c'est ainsi, que le regard de Newton sur la nature invite à y voir des forces de gravitation invisibles aux yeux d'un disciple d'Aristote.

S'il y a des modèles concurrents, comment opter alors pour tel ou tel modèle ? Une façon de faire, imposée par le travail scientifique, est de soumettre les différents modèles à l'épreuve des faits et d'éliminer ceux qui y résistent le moins bien.

Actuellement, il semble bien qu'un premier paradigme, spontanément mobilisé et fondé sur des explications en terme de caractéristiques des sujets, perde fortement du terrain en faveur d'un second basé sur des caractéristiques de milieux.

Pour tenter d'éclairer ces propos introductifs, j'ai fait le choix de défendre une thèse qui apparaît dans le sous-titre de la conférence : " *Montrer, à l'aide de faits, l'insuffisance des modèles fondés sur des caractéristiques du sujet, et la nécesité d'introduire des caractéristiques de milieux*".

Pour montrer qu'il y a convergence, malgré la pluralité des approches, j'emprunterai, dans un premier temps, des exemples de faits à différents domaines scientifiques. Je présenterai ensuite quelques usages que l'on peut faire en didactique des mathématiques de caractéristiques de milieux.

1) Pour Aristote, les éléments ont, suivant leur nature, un lieu d'élection dans le monde vers lequel ils tendent à revenir lorsqu'ils en ont été arrachés. C'est pourquoi les corps lourds tombent parce qu'en eux domine de la terre dont le lieu naturel est en bas, et les corps légers s'élèvent comme la flamme, parce que le feu réside en haut.

## I - Insuffisance des modèles basés sur des caractéristiques internes des sujets :

1) Echec de programmes d'entraînement de fonctions cognitives transversales aux disciplines scolaires comme P.E.I. ou ARL :

Le fait que des élèves dans une même classe, issus d'un même milieu réussissent différemment peut faire penser que ces différences de réussites peuvent s'expliquer par des caractéristiques internes différentes des sujets. C'est ce type d'approche qu'on rencontre avec des programmes d'entraînement comme le PEI "Programme d'Enrichissement Instrumental" de RAND et FEUERSTEIN. Un tel programme a été plus ou moins diffusé dans les académies grâce à des actions de formation MAFPEN. C'est un programme qui se présente comme un moyen de lutter contre l'échec scolaire, un de ses principes étant de développer "les fonctions cognitives" permettant de penser et d'apprendre.

Voici quelques exemples de fonctions cognitives :

- Orientation spatiale
- Comparaison
- Perception analytique
- Classifications
- Relations temporelles
- Appliquer des consignes
- Syllogismes

On peut remarquer que ces fonctions, bien que nommées sommairement, ne sont pas sans rappeler quelques capacités générales que l'on rencontre dans certains référentiels[2]. A l'IREM de Clermont-Ferrand, nous avons fait une étude sur le P.E.I. et ses effets, dont les conclusions sont les suivantes :

- en conformité avec les auteurs, le P.E.I. rend les élèves plus intelligents, dès lors que l'on mesure "l'intelligence" avec des tests analogues aux exercices qui ont fait l'objet d'entraînement dans le programme. C'est ainsi que des élèves de cinquième, après deux ans de P.E.I. ont des performances à des tests d' évaluation du Q.I. analogues à celles d'élèves de classes de Maths-Sup.
- le P.E.I. ne modifie pas le statut scolaire des élèves ; il ne facilite pas non plus les apprentissages en mathématiques : des élèves en situation d'échec scolaire restent en situation d'échec. Des comparaisons faites grâce aux évaluations APMEP, entre élèves ayant suivi le P.E.I. et d'autres ne font pas apparaître, en moyenne, de différence significative.

2) Des référentiels écrits en termes de capacités générales relèvent du même paradigme que le PEI.

Retenons cependant que l'on obtient des effets d'apprentissage dans les domaines qui ont fait l'objet d'entraînement. On a les mêmes résultats avec un programme aux ambitions plus modestes, les A.R.L. (Ateliers de Raisonnement Logique) : C'est un programme inspiré des stades piagétiens, et dont l'ambition est d'entraîner au "raisonnement logique", domaine qui nous intéresse particulièrement en mathématiques. Les auteurs, à ce jour et à ma connaissance, n'ont pas pu faire apparaître les effets de ces ateliers sur le statut scolaire d'un élève en mathématiques. D'ailleurs, ces ateliers comprennent plusieurs cahiers sur des sujets différents, et là aussi les auteurs le constatent, lorsque l'entraînement ne porte pas sur l'ensemble des cahiers, on trouve des gains de performances à des exercices analogues à ceux qui ont fait l'objet d'entraînement mais pas dans des épreuves logiques correspondant à un cahier qui n'a pas été travaillé.

2) "Apprendre à apprendre" : un faux débat ?

Relativement à ces programmes, s'organise un débat sur l'éducabilité cognitive ; "apprendre peut-il s'apprendre !" Partant du constat, non contestable, de l'inégalité des performances des sujets, on se demande s'il est possible de combattre ces inégalités. Dès lors, on va postuler que les différences inter-individuelles vont s'expliquer par la présence plus ou moins développée de "fonctions cognitives" utiles pour apprendre. Le débat s'organise alors en opposant ceux qui pensent que ces fonctions cognitives sont éducables, à ceux qui pensent que non ! La position des auteurs des programmes cités ci-dessus est, bien sûr, qu'apprendre peut s'apprendre.

On peut se demander, cependant, si le débat ainsi posé ne ressemble pas à celui qui opposait aux XVIII° et XIX° siècles les "préformistes femelles" aux "préformistes mâles". Certains, la majorité, pensaient que le petit homme était entièrement contenu dans le spermatozoïde, l'ovule étant alors le lieu de son développement, d'autres défendaient la thèse que le petit homme était dans l'ovule, le spermatozoïde ne jouant qu'un rôle de catalyseur. Or, de fait, on sait aujourd'hui que le défaut de ces deux thèses était le même : les deux camps partaient l'un comme l'autre, sans la remettre en cause, de l'idée de *préformisme*.

Dans le débat sur l'éducabilité cognitive, on peut se demander, en risquant un parallèle, s'il est bien fondé de rechercher la source des différences individuelles dans des fonctions cognitives plus ou moins développées, éducables ou non.

Une première preuve pour montrer que le débat est peut-être mal posé est *l'intelligence du bébé* : celui-ci est capable, plongé dans une bouillie d'informations, d'en extraire le langage parlé dans son environnement. Si l'on sait simuler l'intelligence de certains experts, on n'est pas encore capable aujourd'hui de construire un appareil qui serait, comme le bébé, dans un environnement où l'on parle un langage humain, capable de distinguer les éléments de ce langage, ses significations, de tous les bruits du milieu dans lequel celui-ci s'exerce.

3) L'expérience de DE GROOT (1965) :

Vous le savez sans doute, au début des travaux en intelligence artificielle, des chercheurs comme NEWELL et SIMON espéraient concevoir un "résolveur général de problèmes" artificiel. Pour cela, ils ont étudié le jeu d'échecs et, rapidement, ils ont dû implanter des connaissances très spécifiques analogues à celles de l'expert, des grands joueurs d'échecs...

A ce titre, inspiré des travaux de l'époque en intelligence artificielle, un psychologue hollandais a mené une expérience que je vous soumets :

Il s'agissait de comparer des experts et des novices au jeu d'échecs (des grands joueurs et des joueurs moins performants) sur une tâche de mémorisation.

On présente aux sujets pendant quelques instants un échiquier avec des pièces disposées sur celui-ci et on leur demande ensuite de reproduire ce qu'ils ont vu. La tâche se présente avec deux variantes :

a) La disposition des pièces sur l'échiquier est habituelle (on la rencontre effectivement au cours d'une partie),
b) La disposition des pièces sur l'échiquier est inhabituelle (elle est incongrue relativement à ce que l'on peut trouver dans une partie effective).

Les résultats sont les suivants :

a) Avec la disposition habituelle, les experts retiennent la totalité des dispositions des pièces, les novices quelques-unes seulement (de 5 à 7 ; c'est là un résultat conforme à ce que l'on sait par ailleurs des capacités de la mémoire de travail),
b) Avec la disposition inhabituelle, les experts ne font pas mieux que les novices.

On ne peut donc pas dire trivialement que ce serait une plus grande capacité mémorielle ou d'organisation de données qui distingueraient les grands joueurs d'échecs d'autres personnes.

A la suite de cette expérience, il y a eu toute une série de travaux de comparaison d'experts et de novices concernant des tâches de résolution de problèmes dans divers domaines d'activités.

Les conclusions sont convergentes et non surprenantes : ce sont des connaissances spécifiques au domaine d'expertise qui distinguent l'expert du novice et non des "compétences qui seraient transversales" aux domaines de compétences.

4) Du côté de l'ethno-mathématique :

On peut situer, dans le champ de l'ethno-mathématique des travaux dont l'objet est d'étudier les mathématiques, leurs usages dans des ethnies, ou plus spécifiquement dans des populations ayant des caractéristiques particulières. Je ne citerai qu'un exemple, pour illustrer mes propos, celui d'une recherche faite par CARRAHER et SCHLIEMANN [3]

> *Ces auteurs ont étudié cinq adolescents brésiliens qui vendent, pour survivre, dans les rues de Récife, des petits objets à consommer comme des "coconuts".*
>
> *Dans leurs transactions commerciales, ils savent faire les calculs nécessaires, c'est-à-dire indiquer à leurs clients les prix dûs, il savent rendre la monnaie...*
>
> *A l'école, en revanche, ils sont en situation d'échec.*

L'idée intéressante des auteurs de cette recherche a été d'observer précisément les opérations arithmétiques faites par ces adolescents dans la rue, et de demander ensuite à leurs instituteurs de leur poser les mêmes calculs. Les résultats sont qu'ils ne réussissent pas à l'école ce qu'ils peuvent faire dans la rue !

Un exemple : M. 12 ans

*Dans la rue :*

*Le client : je voudrais 4 coconuts. Cela fait combien ?*

*L'enfant : cela fait 105, plus 30 = 135, un coconut vaut 35. Cela fait 140!*

*A l'école :*

- *" Calcule: 4 fois 35*

- *M explique: 4 fois 5, 20*

*Je retiens 2*

*plus 3 , égale 5*

*fois 4, 20*

- *M écrit comme réponse 200*

$$\begin{array}{r} {}^{2}\\ 35 \\ \times\ 4 \\ \hline 200 \end{array}$$

Ces faits sont intéressants car ils permettent de tester la robustesse des modélisations sur les apprentissages. Il me semble que typiquement ce genre de résultat met en défaut des modèles où on s'intéresserait uniquement à des

3) Carraher (T.N.), Carraher (D.W.) et Schlieman (A.D.) : *Mathematics in the street and in schools*- British journal of Developmental Psychology (1985) 3,21-29.

caractéristiques internes du sujet et plaide plutôt en faveur de modèles en terme "d'adaptation à des milieux". Ici, ces enfants ont réussi, nécessité oblige, à s'adapter au milieu "mathématique" imposé par la vie de la rue, ils n'ont pas su s'adapter au milieu mathématique de la vie scolaire.

Se pose alors la question de savoir pourquoi le même enfant s'adapte dans un milieu et ne s'adapte pas dans l'autre. Mais on peut se demander, là aussi, si la question est bien posée. Ainsi, on pourrait parler d'adaptation idoine à ce qui est attendu par un milieu. L'enfant qui réussit à l'école s'est adapté de façon conforme à ce que l'institution attend de lui ; un enfant en échec a peut-être développé *une adaptation* dont il conviendrait de mieux comprendre les caractéristiques.

5) Du côté de la psychologie :

Les psychologues ont publié de nombreux travaux sur le comportement humain mettant en évidence *des effets de contexte.* L'Américain Ross a même introduit dans le champ de la psychologie l'idée "d'erreur fondamentale" pour dénoncer les modélisations naïves en termes de caractéristiques internes du sujet.

Dans le cadre de ces travaux, on peut citer ceux de J.M. Monteil qui ont pour nous l'intérêt d'avoir été réalisés dans le domaine scolaire : on peut "en laboratoire" créer artificiellement de l'échec ou de la réussite.

Voici un exemple d'expérimentation menée par J.M. Monteil :

Quatre groupes d'adolescents, tous issus d'un même niveau de classe et étiquetés comme scolairement faibles sont constitués par tirage au sort.

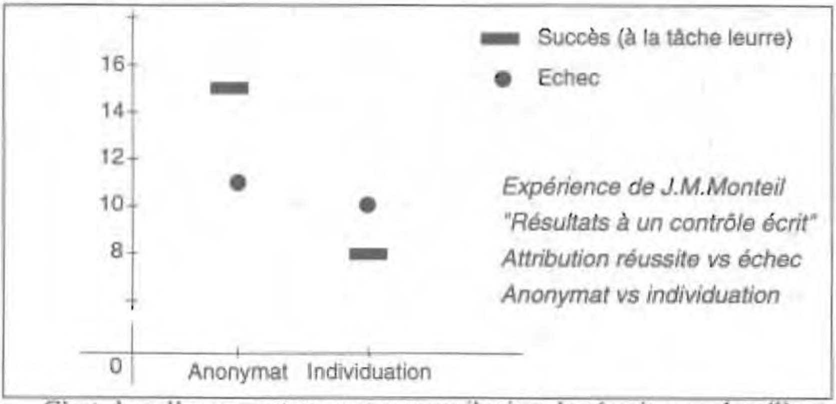
Chaque groupe assiste à une leçon de mathématiques (sur le théorème de Thalès), avec un professeur inconnu des élèves, d'une durée de 1 h. L'auteur nous dit que la leçon a été standardisée. Admettons-le.

Le statut académique (échec, réussite) est manipulé en distribuant au hasard à partir d'une tâche leurre, l'échec et la réussite.

La leçon est écoutée dans des conditions individuation ou d'anonymat :
- dans la seconde condition, les élèves sont informés qu'aucun d'entre eux ne sera interrogé pendant la leçon,
- dans la première, il est au contraire dit que chacun fera l'objet d'une interrogation.

Après la leçon, les élèves ont à résoudre par écrit une série de problèmes faisant appel à l'information délivrée (les copies sont corrigées par 5 correcteurs : la note attribuée est la note moyenne).

L'auteur présente les résultats de la manière suivante (il y a quatre conditions expérimentales en croisant les deux variables)



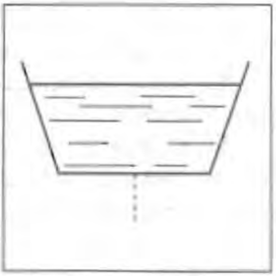

C'est dans l'anonymat et avec une attribution de réussite que les élèves obtiennent des performances élevées, inhabituelles pour eux, comme s'il leur était plus facile, dans la condition d'anonymat, de s'adapter à la nouvelle position qui leur a été donnée après la tâche leurre.

En revanche, en situation d'individualisation, il semble qu'ils ne puissent assumer publiquement leur nouveau statut ; cette déstabilisation les perturbe et ils réussissent encore moins bien que le groupe placé dans les mêmes conditions et à qui on a redonné un statut d'échec *a priori*.

6) Une métaphore : "la goutte d'eau dans un seau percé" de Guy Brousseau

Pour conclure cette partie, j'emprunte à G. Brousseau la métaphore suivante :

Un seau rempli d'eau est percé : de l'eau s'écoule par un trou.



Les tentatives d'explications de l'échec scolaire en termes de caractéristiques internes du sujet seraient, métaphoriquement, comme si pour expliquer "l'eau qui s'écoule du seau", on recherchait ce qui pourrait bien distinguer les molécules d'eau qui se sont écoulées du seau de celles qui y sont encore !

Les caractéristiques des molécules sont les mêmes, mais ce sont leurs positions dans le système qui ne sont pas les mêmes.

On peut formuler l'équivalent pour nos élèves, leurs caractéristiques fondamentales sont les mêmes, ce sont leurs positions dans le système qui ne sont pas identiques !

Ayant donc présenté des faits, des résultats qui tendent à montrer que l'on ne peut se contenter de modélisation en termes de "caractéristiques internes des sujets", je vais illustrer à l'aide de quelques exemples les modélisations faites en didactique, modélisations intégrant donc des caractéristiques de milieux.

## II - Exemples d'apports de la didactique :

1) Les notes et leurs écarts : une nécessité du système ?

Énonçons trois règles bien banales qui semblent en vigueur dans un système didactique comme l'est une classe avec des élèves, un professeur et un programme disciplinaire.

$R_1$ : *Le professeur est supposé créer des conditions suffisantes pour l'appropriation, par les élèves, des connaissances et reconnaître cette appropriation quand elle se produit.*

Cette règle marque la responsabilité professionnelle de l'enseignant, fait que dans certains cas, les parents, l'institution scolaire, vont effectivement accuser ou soupçonner l'enseignant de ne pas remplir convenablement son rôle.

$R_2$ : *L'élève est supposé satisfaire ces conditions.*

Cette règle énonce la responsabilité contractuelle de l'élève. S'il échoue, c'est qu'il ne satisfait pas aux conditions.

$R_3$ : *La relation didactique doit continuer coûte que coûte.*

Il s'agit de dire que, pendant le temps de vie d'une classe, $R_1$ et $R_2$ doivent être satisfaites simultanément.

Banal ! Et cependant on peut à l'aide de ces règles, expliquer certains mécanismes de l'évaluation.

Tout d'abord, comment expliquer que la pratique consistant à donner des épreuves conduisant à des notes, soit aussi robuste ? Je m'explique : je me place ici dans une perspective développée par Y. CHEVALLARD, et que l'on peut qualifier d'écologique. La pratique des notes a une forte *viabilité* dans notre système. Les études docimologiques en ont montré pourtant, à l'aide de multicorrections, tous les défauts, on a tenté de-ci de-là de la remplacer par d'autres pratiques : évaluation par objectifs, formative, formatrice, QCM, et cependant, chassée un instant, elle a tendance à se réintroduire comme une pratique dont le système ne peut se passer.

Imaginons un jeune enseignant donnant un premier contrôle. Il le fait parce que, comme ses aînés, il doit assurer une visibilité sociale de son travail, à savoir que les élèves apprennent effectivement quelque chose avec lui.

Il donne un devoir, et avec le barême qu'il avait innocemment construit, la meilleure note est 5.

Il est assez évident qu'il ne va pas pouvoir se tenir à ce type de résultats : il lui serait difficile toute l'année de reproduire le même scénario. Il signifierait par là que $R_2$ n'est pas satisfaite, et comme il ne peut rompre la relation didactique, que c'est lui qui ne satisfait pas au rôle énoncé dans $R_1$.

Il va devoir négocier à la baisse ses exigences, revoir son barème à la hausse pour signifier cette baisse. En même temps, s'il ne veut pas non plus abdiquer, il doit signifier aux élèves qu'il attend plus de travail de leur part, et donc ne pas mettre de trop bonnes notes.

La note, les notes ainsi mises aux élèves vont signifier dans quelle mesure $R_1$ et $R_2$ sont satisfaites : elles vont servir de régulation pour la classe, marquer dans quelle mesure le contrat respectif de chacun est respecté !

A l'inverse, il serait aussi difficile d'imaginer un professeur qui s'en tienne à des notes systématiquement très bonnes (par exemple supérieures à 15). Un tel professeur, à moins que par ailleurs il ne dépense beaucoup d'énergie pour maintenir un climat de travail, risquerait fort de voir ses élèves baisser le pied, d'en faire moins ( on verrait aussi des parents s'inquiéter : est-il assez exigeant ? Ne compromet-il pas les chances de réussite de mon enfant dans les classes ultérieures ?). De trop bonnes notes risquent d'être interprétées comme un manque d'exigence et paradoxalement comme la marque d'un «niveau» trop facile.

On le voit, ce type d'approche conduit à considérer le niveau comme le résultat de la transaction nécessaire pour la réalisation d'un équilibre entre les règles $R_1$ et $R_2$: la note est un des moyens de cette transaction.

*Un témoignage :*

Je travaille à l'IREM de Clermont-Ferrand avec des professeurs de collège et de lycée que je trouve formidables, je leur dois beaucoup ; ils refusent rarement de se prêter à telle ou telle expérience ; il en est une que je leur ai proposée (pour tester le modèle ci-dessus) :

> *«Est-ce que l'un d'entre vous accepterait pendant trois ou quatre évaluations successives de donner des épreuves telles que la meilleure note soit au plus égale à 5 ; je peux vous aider à construire les épreuves.*
> *(Une autre variable est "avec des notes supérieures à 15").»*

Vous imaginez sans peine , je pense, leurs réactions : c'est quelque chose qu'ils ne pouvaient accepter, même venant d'un ami, d'un collègue de l'IREM. Ce n'est pas acceptable car cette expérience mettrait gravement en péril la conduite de leur classe !

2) Milieu didactique, milieu mathématique :

Ce type d'analyse conduisant à décrire de "façon théorique", c'est-à-dire à l'aide d'un modèle, l'évaluation chiffrée comme une nécessité fonctionnelle du système, montre qu'un milieu social de nature didactique, a besoin de positionner les élèves différemment les uns par rapport aux autres, et que ce positionnement, en référence aux résultats de J.M Monteil, a de l'influence sur les résultats des élèves. De quel milieu social s'agit-il ? C'est un milieu que l'on qualifie de didactique car socialement il se définit comme porteur *d'intentions d'apprentissage* (à la différence d'autres milieux où peuvent s'opérer des apprentissages mais où l'intention sociale d'apprentissage est absente).

**Ce qui précède nous invite à regarder ce milieu comme faisant partie du RÉEL. C'est ce type de réel, dont l'existence n'est que SOCIALE, qu'il s'agit de comprendre, de modéliser.**

C'est un premier milieu signifiant pour ce qui nous intéresse : le milieu didactique. Un second milieu, présent, et qui nous intéresse tout autant :*c'est le milieu mathématique* que l'on doit aussi considérer *comme un réel* qu'il s'agit de modéliser. Il ne s'agit pas d'une position platonicienne : le milieu mathématique n'existe pas dans la nature, en dehors de l' homme ; ce n'est pas non plus une position purement constructiviste qui regarderait uniquement l'existence de ce milieu comme un construit d'individus particuliers ; non, le milieu mathématique existe, indépendamment d'individus particuliers, de façon sociale. L'hypothèse d'Y. Chevallard, pas toujours comprise, est que ce milieu mathématique n'est pas unique, qu'il va prendre des formes diverses selon les milieux d'insertion : un même objet mathématique n'existe pas de la même façon dans la sphère savante et en classe de sixième. Les structurations du milieu mathématique ne sont pas les mêmes.

3) Un exemple d'analyse d'un milieu mathématique pouvant conduire à des trajectoires cognitives diverses :

L'analyse de l'évaluation faite ci-dessus, classique en didactique, repose sur un examen des contraintes de fonctionnement du milieu didactique[4], elle n'est pas spécifique de ce qui se passe dans une classe de mathématiques. Donnons maintenant, un exemple d'analyse du milieu mathématique dans une classe.

On peut se demander, par exemple, en étudiant ce qui se passe en classe de sixième, quel type de rapport "mathématique" un élève peut avoir relativement à un énoncé comme le suivant :

*"Des droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles"*

Faisons l'étude en examinant ce qui est proposé dans un manuel de sixième, le "Pythagore" qui est un de ceux les plus vendus en France pour cette classe.

Un premier exercice invite l'élève à construire une figure, *à la lire*, à y décoder par le regard un certain nombre de propriétés mathématiques. L'usage de l'énoncé *"Des droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles"*, dans un premier temps a une fonction sémiotique montrant qu'un geste de lecture a été fait par l'élève conformément à ce que le milieu attend de lui. L'élève a une **position empirique** : il travaille sur le matériel composé par la feuille de papier et ce qui y est tracé. C'est l'expérience de construction puis le regard porté sur la figure ainsi tracée, regard qui n'est pas simplement perceptif mais guidé culturellement vers le décodage de propriétés mathématiques qui sont des enjeux d'apprentissage dans ce premier exercice.

Dans l'exercice de construction qui achève la partie introduction du chapitre (construction d'une parallèle à une droite donnée passant par un point donné), une question apparaît, demandant de justifier que la construction donnée produit effectivement deux droites parallèles.

Un élève, pour répondre, peut fort bien rester dans une position empirique : il fait le tracé puis il lit sur la figure obtenue, comme il l'a fait en début de chapitre, le résultat: il use de l'énoncé pour manifester l'effectuation du geste de lecture.

Un autre élève peut avoir une autre position. L'énoncé prend un statut de

4) Cette analyse est bien sûr contestable, mais on peut remarquer que le mode d'élaboration lui-même fournit des outils de réfutation : on peut par exemple contester les règles énoncées ou les inférences produites à partir de celle-ci. On peut cependant en comparant les résultats de ce type d'approche avec ceux, classiques, de la docimologie, trouver une légitimation à cette modélisation : elle semble bien décrire ce qui se passe effectivement dans le réel étudié alors que la docimologie classique ne cesse de crier au scandale de l'évaluation qui ne devrait pas être comme elle est !

loi (car issue de l'expérience : la leçon implicitement tend à donner ce statut de loi à l'énoncé). Il peut alors se référer à l'énoncé comme loi pour justifier le résultat : "Comme on l'a dit tout à l'heure..." Il est alors dans une position où il travaille avec des énoncés admis : le geste de lecture de la figure particulière perd de son importance; le résultat admis l'assure du résultat expérimental avant même que l'expérience ne soit réalisée et l'assure aussi de l'universalité du résultat; il entre dans un monde mathématique où l'on travaille sur des idées (certes extraites de l'expérience). On devine sans peine que ces deux positions ne sont pas indifférentes à l'entrée dans le monde d'une géométrie avec démonstration.

Ce type d'approche peut permettre d'expliquer pourquoi il est des élèves qui semblent avoir compris, d'autres pas, suite à une même séquence d'enseignement. Le milieu mathématique, dans la séquence étudiée, autorise comme nous l'annoncions, plusieurs trajectoires cognitives possibles : on peut d'ailleurs, poursuivant l'étude, montrer qu'une position empirique permet à un élève de satisfaire pour une très bonne part à ce qu'on attend de lui en Géométrie en classe de sixième.

Un autre intérêt de l'analyse est de souligner une difficulté de l'enseignement : il s'agit de faire entrer, de façon linéaire, les élèves dans *un monde culturel organisé*; ici celui de la géométrie avec ses pratiques démonstratives. On voit ici poindre clairement cette difficulté : dès la sixième, le monde géométrique avec démonstration est présent. Pour vivre, la démonstration a besoin d' énoncés ad-hoc et, comme un décor planté sur un fond d'expérience nécessaire, ceux-ci vont apparaître avant même que la démonstration n'apparaisse sur la scène officielle de l'enseignement.

J'espère qu'il apparaît clairement que mes intentions, en présentant cet exemple, ne sont ni de critiquer des auteurs de manuels ( dont le travail, par ailleurs, est conforme au programme) ni de polémiquer avec les concepteurs de programmes [5]. L'analyse faite montre, nous semble-t-il, que l'introduction de la démonstration est un vrai problème de l'enseignement des mathématiques, ce que les enseignants de collèges savent bien, et que l'on pourrait résumer ainsi : comment concilier un travail en position "empirique" et un travail opérant sur des idées, un travail en position "théorique". La difficulté des programmes actuels est de faire passer les élèves d'une position empirique à une position théorique, mais c'est là une difficulté liée à la structuration de l'univers culturel de la géométrie qu'on ne saurait donner à voir d'emblée comme un tout organisé et cohérent.

5) Le but est toujours de comprendre le réel. L'analyse est bien sûr contestable ; elle fournit des éléments de réfutation : en particulier, un autre regard sur les rapports de l'expérimental et du théorique en géométrie pourrait conduire à une autre analyse.

## CONCLUSION:

Le temps nécessairement limité d'une conférence fait que mes propos manquent de nuances : chaque fait présenté mériterait d'être " discuté" plus finement. On ne saurait non plus oublier que des caractéristiques humaines, partagées par tous comme la mémoire de travail (que l'on sait non éducable !) , interviennent comme facteurs de l'activité cognitive. Cependant, et en cohérence avec ce que j'ai tenté de développer, on risque fort de ne pas comprendre, de rester étranger, à des travaux de modélisation actuels si l'on ne perçoit pas l'importance accordée dans ceux-ci à la description de milieux. Il s'agit de considérer comme réel, des mondes sociaux et culturels, des univers d'idées et de savoirs organisés comme celui des mathématiques, et d'en comprendre les organisations et les contraintes de fonctionnement. Une telle approche implique de considérer les sujets comme contraints par les systèmes dans lesquels ils s'insèrent, beaucoup plus que comme les maîtres de leur destin.... Il y a peut-être là, un renoncement, un prix à payer pour autoriser un développement scientifique.

## BIBLIOGRAPHIE:


BROUSSEAU G: (1990) "Le contrat didactique: le milieu" in *Recherches en didactique des mathématiques* Vol 9/3 pp 309-336

CARRAHER T.N. , CARRAHER D.W., SCHLIEMANN A.D.: (1985) Mathematics in the street and in school in *British journal of developmental psychology*. Vol 3 pp21-29

CASTI J : (1991) *Paradigmes perdus: La science en question* InterEditions

CHEVALLARD Y et FELDMANN : (1986) "*Pour une analyse didactique de l'évaluation*" IREM d'Aix-Marseille

CHEVALLARD Y : (1885)" *La transposition didactique*" La Pensée sauvage

KUHN T: (1970) *La structure des révolutions scientifiques* : Trad française (1983) flammarion

DEBRAY R. : (1989) *Apprendre à penser; le programme de R. Feuerstein-une issue à l'échec scolaire*- Eshel.

FEUERSTEIN R.: (1980) *Instrumental enrichement: an intervention program for cognitive modifiability* - Glenfiew, Illinois Scott, Foresman and Company.

HIGELE P, HOMMAGE G et PERRY E: (éd 1989) *Ateliers de Raisonnement Logique: exercices progressifs pour l'apprentissage des opérations intellec-*

*tuelles*, Cafoc Nancy-Metz.

MONTEIL J.M: (1991)"social regulations and individual cognitive functionning: Effects of individuation on cognitive performances", *European Journal of Social Psychology* n°21 pp 237-255.

MONTEIL J.M: ( 1993) "*Soi et le contexte.*" A Colin

NOIRFALISE A et R :(1991) " *L'éducabilité cognitive en question?*" IREM de Clermont-Fd

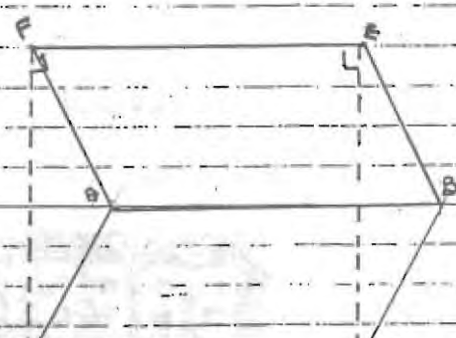
NOIRFALISE R: (1993) "Contribution à l'étude didactique de la démonstration" in *Recherches en didactique des mathématiques* Vol 13/3 pp 229- 256.

PITRAT J : (1986) Connaissances et métaconnaissances in Lemoigne (Ed.): *Intelligence des mécanismes; mécanismes des intelligences* . Fayard.

## Annexe

Copie du travail d'un élève en "position empirique"; la figure matériellement tracée est le dispositif sur lequel l'élève travaille.

1°Tracer un segment [AB] puis deux parallélogrammes ABCD et ABEF.
Que peut - on dire du quadrilatère CDFE? justifier




on peut dire C D É F E forme un carré
car il comporte 4 angles droits