

ACTIVITÉS SIGNIFICATIVES

IREM de TOULOUSE

Groupe Collège

Activités semblables proposées à différents niveaux du Collège.

ACTIVITÉ 1 : NIVEAU 6^{ème}-5^{ème}

OBJECTIFS :

1°- Faire travailler les élèves d'une classe hétérogène sur un même exercice présenté de façon différente selon le niveau estimé des élèves :

* les élèves en difficulté ont un texte plus long, mais qui devrait les guider davantage.

* Les élèves plus sûrs ont un texte très court.

2°- Savoir faire un dessin à partir d'un texte.

3°- Confronter des démarches différentes, prendre conscience qu'hypothèses et conclusions peuvent être interchangeables (rôle de réciprocité).

4°- Tester ce qu'il reste d'un exercice de recherche.

6°- Distinguer les verbes «être» et «sembler».

LA RECHERCHE PROPOSÉE

FORME A : (on ne donne pas la figure).

ABCD est un carré. I est le milieu de [CD].

1°) Trace le cercle de diamètre [DC].

2°) La droite (BI) est-elle axe de symétrie pour ce cercle ?

Trace T symétrique de C par rapport à la droite (IB).

T est-il sur le cercle ? Justifie ta réponse.

3°) Luc dit que $\widehat{ITB} = 90^\circ$. Peux-tu l'aider à démontrer? Que peux-tu en conclure concernant la droite (TB)?

REMARQUE: on peut, à l'occasion, parler de l'unicité de la perpendiculaire à une droite passant par un point donné.

4°) (IT) coupe [AD] en K.

A partir des points de cette figure, cite les triangles qui te semblent isocèles (et ceux qui le sont).

FORME B :

ABCD est un carré, I le milieu de [DC]. Trace le cercle de diamètre [DC]. La droite (BT) est la deuxième tangente en B à ce cercle.

La droite (IT) coupe [AD] en K.

- il s'agit de comparer AK et KT.

- que penses-tu de l'angle \widehat{KBI} ?

DÉROULEMENT :

- Trois fois une heure :
- 1 h en classe complète (28 élèves de 6° ; fin d'année scolaire)
 - 1 h en groupe : élèves difficiles ne s'intéressant à rien, en fin d'année, exclus.
 - 1 h en groupe à la demande des élèves qui souhaitent «épuiser» l'exercice.

Première heure :

- 20 minutes de recherche personnelle, puis confrontation des dessins. Aide de certains élèves auprès de camarades en difficulté.
- Nécessité de rappel de consignes : «mettre en place les données» avant toute démonstration.

Commentaires :

- Le «petit texte» comporte une imprécision sur la place de T. Une élève le signale, d'autres, spontanément, devinent.

- La notation \widehat{ITB} n'est pas comprise de tous les élèves.
- Certains ne parviennent pas à dessiner (BI).
- Voici quelques difficultés rencontrées :
 - ◊ Un élève dessine un rectangle.
 - ◊ I est mal placé (donc cercle incorrect pour 4 élèves dont un ayant l'habitude de résultats corrects : I est centre du carré).
 - ◊ I est placé correctement, mais cercle de rayon [DC] (5 élèves).
 - ◊ Carré correct, mais ABDC (au lieu de ABCD), I placé correctement, cercle de diamètre [DC] (3 élèves).
 - ◊ I sur [DA].
- 7 démonstrations en cours au bout de 20 minutes, 1 travail terminé.
- Exercice difficile.
- Technique de démonstration en cours d'apprentissage seulement.

Deuxième heure : (18 élèves)

- Un moment pour retrouver de mémoire dessin et questions.
- 2 figures refaites au tableau, mise en évidence des données différentes, la conclusion d'un texte étant l'hypothèse de l'autre, nécessite de démarches différentes, choix pour la rédaction d'une démonstration collective de l'exercice correspondant à celui traité par une élève.
- Démonstration commune $\widehat{ITB} = 90^\circ$: par oral puis par écrit.
- Recherche des triangles qui semblent isocèles.

Commentaires :

- 10 élèves ont un souvenir exact, 7 un souvenir incomplet, 1 n'a aucun souvenir.
- Participation active des élèves qui ont demandé à finir ce travail.
- Décision prise par les élèves de «classer» les triangles isocèles ; idée de les regrouper par types.

ACTIVITÉ 2 : niveau 4^{ème}.

OBJECTIFS

- 1°- Utiliser la symétrie, les angles complémentaires.

- 2°- Compléter une figure.
 3°- Prendre des initiatives quant à la façon de démontrer.
 4°- Prendre conscience qu'hypothèses et conclusions peuvent être interchangées. On peut fonctionner : hypothèses → conclusion ou vice versa ou mieux, dans les deux sens.

LA RECHERCHE PROPOSÉE :

FORME C : Le Bon Saint Éloi !

Le dessin est donné.

Soit le carré ABCD, I le milieu de [DC] et le cercle de diamètre [DC]. (BT) est la deuxième tangente au point T à ce cercle. (IT) coupe [AD] en K. Compare AK et KT.

(On suggère aux élèves une démarche ascendante)

$$AK = KT \quad \text{Si OUI} \rightarrow \text{AKT isolèle}$$

$$\rightarrow \widehat{KAT} = \widehat{KTA} \rightarrow \widehat{BAT} = \widehat{BTA} \dots$$

(angles complémentaires)

$$\dots \text{BAT isocèle} \rightarrow BA = BT \rightarrow BC = BA$$

$$BC = BT$$

«Le bon Roi Dagobert...» «...je vais la remettre à l'endroit !!!»

REMARQUE : on peut ajouter : «que penses-tu de \widehat{KBI} ?»

$$\widehat{KBI} = 45^\circ . \text{ Utiliser une équation simple : } 2X = 90^\circ$$

DÉROULEMENT : 2 séances consécutives d'une heure.

Première séance :

- Le dessin est sur le rétro-projecteur. L'énoncé et la démarche ascendante sont écrits au tableau.
- Temps d'observation de réflexion, de questionnement.

Deuxième séance :

- Travail en groupe.
- Les élèves ont un dessin.

BILAN :

- L'exercice leur a paru d'abord difficile, car il manquait des informations. Le schéma de la démarche était trop bref.
- Ce type de recherche mobilise les élèves.
- Durant la première séance, les élèves s'exprimaient librement, questionnant leur camarade : *pourquoi $BC = BT$? Rappels sur les tangentes, les angles complémentaires.*
- Essais de remettre la démonstration à l'endroit par oral. Participation très active.
- 4 élèves ont terminé la démonstration en apportant des informations intermédiaires. Les autres groupes rencontrent des difficultés pour introduire les arguments qui manquaient.

Ce type d'activité est nécessaire car cela donne aux élèves des techniques de recherche.

ACTIVITÉ 3 : niveau 3ème.

OBJECTIFS :

- 1°- Prendre des initiatives :
 - exploiter une situation, un dessin,
 - utiliser la symétrie axiale, les angles inscrits ou au centre.
- 2°- Conjecturer, démontrer.
- 3°- Ne pas hésiter à s'appuyer sur la conclusion.

RECHERCHE PROPOSÉE

FORME D : le dessin est donné.

Soit un carré ABCD, I le milieu de [DC] et le cercle de diamètre [DC].

(BT) est la deuxième tangente à ce cercle. (IT) coupe [AD] en K.

1°) Compare AK et KT.

On peut suggérer (aux élèves en difficulté) l'utilisation de jeux d'indice : (BI) et (BK). (BI) est-elle axe de symétrie pour TBC ? (BK) est-elle axe de symétrie pour ABT ?

2°) Calcule \widehat{KBI} .

3°) B, T, I, C sont-ils sur un même cercle ? Quel est son diamètre ?

4°) Après avoir tracé le cercle de diamètre [BI], quelle conjecture peux-tu faire pour les droites (CT) et (OM) ?

(O est le milieu de [BI] et M le point d'intersection du cercle (O;OB) et de la droite (KB)

ou

démontre que $(MO) // (TC)$

Aides \widehat{MBI} et \widehat{MOI} interceptent le même arc...
 $\widehat{MBI} = 2 \times \widehat{MOI}$

5°) Suggère d'autres questions...

En réalité, le dessin et les différentes informations ne furent pas donnés. La première partie de la 4° question fut proposée.

BILAN :

Première séance (en groupe).

- Symétrie axiale non utilisée (1°).
- Les élèves ont eu besoin d'aide pour démontrer que $BT=BC$.
- Puis triangles isocèles, rectangles.
- Difficultés aussi pour le calcul de \widehat{KBI} (2°).
(bissectrices d'angles adjacents).
- Pas de difficulté avec les angles au centre et inscrits (3°&4°).
- En fin de séance : E intersection de (BT) et (AD)
conjecturer : $ET = ED$? et MOIE carré ?

Deuxième séance :

Les *objectifs* ont été précisés aux élèves :

- Utiliser de nouveau la symétrie axiale.
- Savoir refaire un dessin ne comportant que certains éléments de la figure complète pour chercher une démonstration.
- Utiliser la trigonométrie.
- Recherche en groupe et discussion en classe entière.

- $ET = ED$ devient évident.
- Après discussion, étude de EI , donc du triangle BIT et utilisation d'un angle dans le triangle rectangle.

