Dans nos classes

Les programmes de Collège ne prévoient qu'une *initiation prudente à la notation f(x) - en Troisième - . Elle ne saurait donc être exigible et cela ne saurait être inféré de l'utilisation* - tout à fait "légale" - *qui en est faite ci-après.*
NDLR avec l'accord de l'auteur.

Utilité de la forme canonique AX + B = 0 en classe de Troisième

Pièce en quatre actes par **Michel ROUSSELET**,
Professeur de mathématiques
au collège Georges Duhamel, à Herblay (95).

ACTE I

La scène se situe dans une classe de Troisième de Collège. La salle de classe est tout à fait ordinaire et regroupe un Professeur de mathématiques, des élèves, un tableau et de la craie.

L'Elève frondeur :
– M'sieur, à quoi ça sert de savoir que l'équation du premier degré à une inconnue, elle s'écrit sous la forme générale $ax + b = 0$?

Le Professeur péremptoire :
– C'est la forme canonique. Cela permet de savoir qu'il existe, lorsque a n'est pas nul, une solution unique donnée par la formule $x = -\frac{b}{a}$.

L'Elève réticent :
– D'accord M'sieu, mais, à nous, ça nous sert jamais, parce que, quand on cherche une équation, on n'utilise jamais cette formule.

Le Professeur convaincant:
– D'abord, on ne cherche pas une équation, on la résout.

Les Elèves malicieux :
– ou on essaye !

Le Professeur re-convaincant:
– Quand plus tard vous serez au lycée, vous verrez que la forme canonique de l'équation du second degré à une inconnue est $ax^2 + bx + c = 0$ et vous apprendrez à utiliser les formules qui en découlent. Vous devez donc comprendre qu'il est très utile de savoir écrire une équation sous sa forme la plus générale.

Les Elèves pas convaincus:
– Ah, bon ?

Le Professeur *(in petto)* :
– J'ai le sentiment de n'avoir convaincu personne.

ACTE II

Quelques jours plus tard. Même décor.

Le Professeur humble:
– On donne $P(x) = 5(x - 5) + 3(2x - 7) + 3(1 + x)$. Calculer P(5) et P(0).

Les Elèves rapides:
– Fastoche! P(5) = 27 et P(0) = – 43.

Le Professeur retors:
– Et si l'on essayait, puisque le polynôme P est du premier degré, de le mettre sous la forme $P(x) = ax + b$.

L'Elève imaginaire:
– Alors là, M'sieu, c'est facile! Il suffit d'écrire que $5a + b = 27$ et que $0a + b = - 43$ puisqu'on doit avoir $P(5) = 5a + b$ et $P(0) = 0a + b$.

Le Professeur souffleur:
– On a donc écrit un ? un ? un ?

Les Elèves ravis:
– Un système de deux équations du second degré à deux inconnues, M'sieu !

Le Professeur content :
– Dans notre exemple, que vaut a ? que vaut b ? quelle est la solution, dans **R**, de l'équation $P(x) = 0$?

Les Elèves bons calculateurs :
– On obtient $b = -43$, $a = 14$ et $x = 43/14$.

Le Professeur persuasif :
– Vous voyez donc que la recherche des nombres a et b nous a permis de résoudre l'équation proposée. Je vous signale d'ailleurs que cette méthode date du Moyen-Age.

Les Elèves étonnés :
– Rudement forts, les types !

Le Professeur satisfait :
– Si vous voulez bien (ils le veulent bien !), nous en discuterons en salle informatique.

ACTE III

La scène représente la salle informatique.

L'Elève excellent en programmation :
– M'sieu, j'ai réfléchi que je pouvais programmer la méthode qu'on a vue pour résoudre n'importe quelle équation du premier degré. Cela permettrait à tous ceux qui veulent s'entraîner à la résolution des équations du premier degré à une inconnue de disposer d'un corrigé.

Les autres Elèves :
– Super !

Le Professeur très, très content *(in petto)* :
– Le brave petit.

Le Professeur très, très content :
– Ta manière de communiquer n'est pas la meilleure mais ton idée paraît excellente. Mettons-nous au travail.

L'Elève taquin :
– Mais cette méthode, est-ce qu'elle marche toujours ? Parce que j'ai appris qu'une équation du premier degré à une inconnue n'a pas toujours une solution.

L'autre Elève taquin :
– Il se peut également qu'elle possède une infinité de solutions.

ACTE IV

Maintenant, nous serons brefs pour ne pas consommer trop de pages du Bulletin "vert".

L'Elève brillant :
– Je résume nos conclusions. Pour résoudre l'équation du premier degré à une inconnue $P(x) = 0$, il nous faut :
- choisir une valeur v non nulle et calculer $P(v)$,
- calculer $P(0)$.

Si $P(v)$ diffère de $P(0)$, l'équation possède une solution unique égale à
$$\frac{-v\,P(0)}{P(v) - P(0)}.$$
Si $P(v) = P(0) \neq 0$, aucun réel n'est solution.
Si $P(v) = P(0) = 0$, tout réel est solution.

Tous se mettent au travail. Le résultat de leurs efforts est un programme écrit en QBasic. Voici ce programme :

```
REM    Entrée de P(x)
       DEF FNp(x) = 5*(x-5)+3*(2*x-7)+3*(1+x)
REM    Phrases types
       a$ = "Aucun réel n'est solution."
       b$ = "Tout réel est solution."
       c$ = "Il existe une solution unique:"
REM    Calculs intermédiaires
       w1 = FNp(5)
       w2 = FNp(0)
       IF (w1=w2) AND w1<>0 THEN dr=1
       IF (w1=w2) AND w1=0 THEN dr=2
       IF w1<>w2 THEN dr=3
REM    Edition des  résultats
       IF dr=1 THEN PRINT a$
       IF dr=2 THEN PRINT b$
       IF dr=3 THEN PRINT c$; -5*w2/(w1-w2)
```

FIN

NOTES

NOTE 1 : La méthode exposée n'est rien d'autre que la méthode de la double fausse position, utilisée au Moyen-Age pour résoudre des équations du premier degré à une inconnue.

Voir :

– *Histoire des mathématiquez pour les Collèges* ; Editions Cedic-Nathan, Paris 1980.

– *Mathématiques et mathématiciens* ; Editions Magnard, Paris 1959.

NOTE 2 : Le programme présenté oblige l'élève à écrire P(x) derrière DEF FN à chaque fois. Ce n'est pas forcément une mauvaise chose ! Le but n'était d'ailleurs pas de produire un programme à usage commercial. En utilisant les ressources du DOS, on peut aisément s'affranchir de cet inconvénient mais, répétons-le, là n'était pas l'objectif.

NOTE 3 : Signalons que la forme de cet article est librement inspirée des œuvres de CAMI, dont nous ne saurions trop conseiller la lecture à nos collègues.