Dans nos classes

Calculatrices : sauve qui peut ! ou : «Pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué ?»

André LAURENT
Marseille

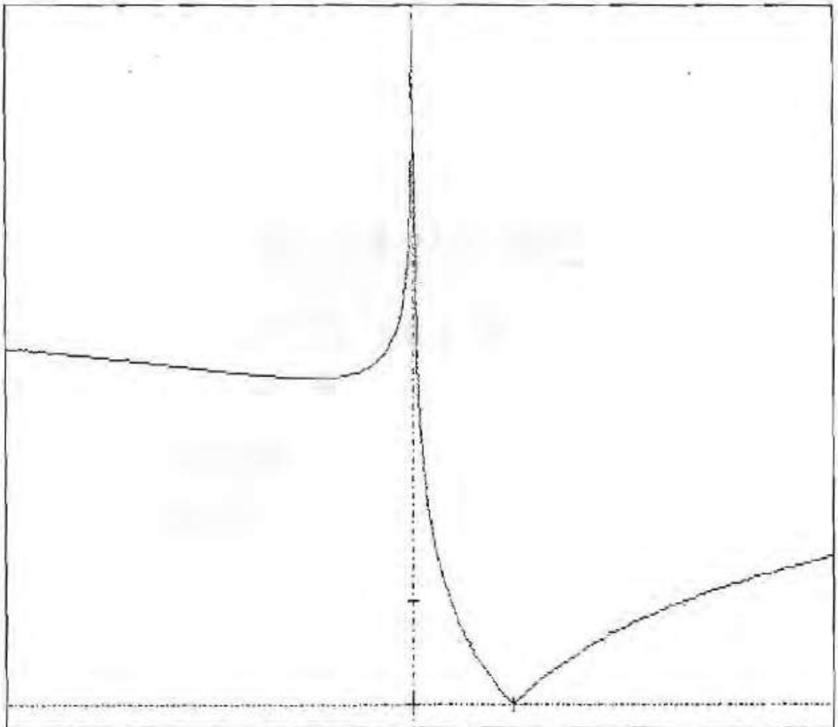
Merveilleux outil d'exploration, de recherche, de contrôle et ... de calcul, les calculatrices se sont imposées dans nos classes : réjouissons-nous !

Inquiétons-nous aussi : certains élèves, de plus en plus nombreux, sont en train de se persuader que la réussite au baccalauréat passe obligatoirement par l'achat de la dernière calculatrice qui vient de sortir. Cette course au "dernier cri technologique", soulignée par le Conseil National des Programmes dans sa déclaration d'octobre 1992 «Le calcul et les calculatrices», met dans les mains de nos élèves des machines qu'ils maîtrisent mal, qui vont bien au-delà de leurs besoins, et qui génèrent des situations nécessitant l'intervention d'urgence du professeur. Voici le récit d'un sauvetage vécu.

Vous avez sous les yeux la courbe observée avec inquiétude par un de mes élèves de Terminale C/E ayant tapé sur sa TI 85 la «formule» :

```
y1 = abs ln x
```

Il voulait évidemment obtenir une représentation graphique de la fonction $x \mapsto |\ell n\, x|$.



Le résultat est plutôt surprenant, et ma première réaction est de vérifier sur d'autres machines du même modèle : on obtient un tracé identique, **y compris pour $x < 0$** !

Que calcule la machine ? Comment expliquer à des élèves de terminale la présence d'une branche de courbe située «à gauche» de l'axe des ordonnées ?

Le manuel de la TI 85, peu explicite et souvent inintelligible, nous apprend tout de même que la «fonction `abs`» a deux effets :

- si x est réel, `abs (x)` retourne la valeur absolue de x ;
- si x est un complexe, `abs (x)` retourne le module de x.

Sur certaines calculatrices, il existe un mode réel et un mode complexe bien séparés. Ce n'est pas le cas de la TI 85, ce qui donne le résultat que l'on vient de voir, et que je vais tenter d'expliquer.

Revenons à mes élèves de terminale. Ils connaissent la «notation exponentielle» d'un nombre complexe, présentée à ce niveau sans support théorique, comme une commodité respectant les règles usuelles de calcul. Cette notation est bien reçue, et c'est sans état d'âme particulier que le lycéen accepte et reconnaît l'égalité : $e^{i\pi} = -1$.

Ce que le programme officiel nous invite à faire, pourquoi ne pas le prolonger ? C'est ainsi que, tout naturellement, et en gardant à l'esprit mon souci d'expliquer les fantaisies de la TI 85, j'ai osé écrire : $e^{i\pi} = -1 \Leftrightarrow \ell n(-1) = i\pi$.

Cela «passe» sans difficulté. D'ailleurs la machine vient me donner raison en affichant bien la valeur attendue pour $\ell n(-1)$, soit, avec les conventions d'écriture propres à la TI 85 :

partie réelle　　　　partie imaginaire

(0 , 3.14159265359).

Cela étant admis, faisons le pas (nous sommes toujours en terminale, ne l'oublions pas !) :

- si $x < 0$, $x = -|x| = e^{i\pi} e^{\ln|x|} = e^{\ln|x| + i\pi}$

ce qui équivaut à :

- si $x < 0$, $\ell n(x) = \ell n|x| + i\pi$.

Il est maintenant facile de faire comprendre aux élèves quelle est la fonction effectivement représentée par la machine lorsqu'on a tapé `y1 = abs ln x` :

- si $x > 0$, `abs ln` x donne effectivement $|\ell n\, x|$;

- si $x < 0$, `abs ln` x donne $\sqrt{\ln^2|x| + \pi^2}$.

Il ne reste plus qu'à rentrer dans le rang et étudier, sans déborder les normes officielles, cette nouvelle fonction ainsi définie. Comme on pouvait l'espérer, on retrouve bien la courbe produite par la machine.

Cette explication ne doit pas empêcher de représenter correctement la fonction $x \mapsto |\ell n\, x|$ sur la TI 85. Une première solution est de limiter l'écran aux points d'abscisse et d'ordonnée positives (touche RANGE). Une autre astuce est de taper : `y1 = (x>0)abs ln x` :

- si $x > 0$, (x>0) prend la valeur 1, et on a alors la «bonne» courbe ;
- si $x < 0$, (x>0) prend la valeur 0, et on a alors la fonction $x \mapsto 0$, dont la représentation passera inaperçue … mais n'est-ce pas quelque peu déloyal ?

On peut, selon l'humeur, regretter d'avoir à faire de telles acrobaties, ou au contraire y prendre plaisir … mais là n'est pas le problème : ne devons-nous pas, en tant qu'éducateurs, inciter nos élèves à plus de modération dans leurs achats ? et ne pouvons-nous pas, en tant que consommateurs, influencer un marché peu sensible à nos attentes ? L'utilisation des calculatrices pose d'ailleurs beaucoup d'autres questions, et il est bon de rappeler ici que *«répondre à ces questions doit être une préoccupation de toute l'Association, dans le cadre du travail de ses Régionales, de son Comité comme de son Bureau»*. (in BGV n°47, p.3). Qu'on se le dise !