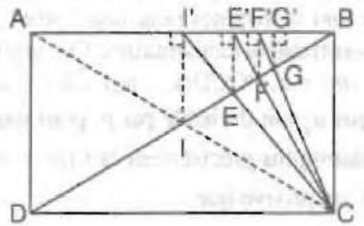
UNE GÉNÉRATION GÉOMÉTRIQUE DES INVERSES DES NOMBRES NATURELS

d'après **Alain RATOMAHENINA**

Cette génération est obtenue ici, sans règle graduée, ni compas, mais avec règle et équerre, à partir d'un rectangle dont une dimension est l'unité de longueur.

Considérons le rectangle $ABCD$ tel que $AB = 1$, avec AD arbitraire.

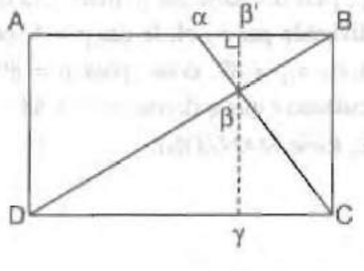
- Les droites (BD) et (CA) se coupent en I
  Projetons orthogonalement I en I' sur (AB): $BI' = 1/2$
- Les droites (BD) et (CI') se coupent en E.
  Projetons orthogonalement E en E' sur (AB): $BE' = 1/3$
- Les droites (BD) et (CE') se coupent en F.
  Projetons orthogonalement F en F' sur (AB): $BF' = 1/4$
- Les droites (BD) et (CF') se coupent en G.
  Projetons orthogonalement G en G' sur (AB): $BG' = 1/5$
- etc.…



Démonstration (voir plus bas)

Remarque :
Les mêmes tracés donnent m/n, à partir d'une dimension m, ainsi que S/n, S étant l'aire du rectangle et SM/n.

Voici une démonstration élémentaire (il en existe bien d'autres) de cette GÉNÉRATION DES $1/n$ proposée plus haut.



Pour 1/2 et 1/3, c'est immédiat. Traitons un cas général récuirrent à partir de $\beta\alpha = 1/n$.

«Thalès-Triangle» permet d'écrire :

$$\frac{\beta B}{\beta D} = \frac{\beta' B}{D\gamma} = \frac{\alpha B}{DC} \text{ c'est-à-dire}$$

$$B\beta' \times 1 = \frac{1}{n}(1 - B\beta') \quad ; nB\beta' = 1 - B\beta' ;$$

$$B\beta'(n+1) = 1 \text{ d'où } B\beta' = 1/(n+1).$$

D'où, successivement …