

Interdisciplinarité

La théorie des jeux et les relations humaines : *conflits, calculs, ambitions.*

Ivar Ekeland

Président de l'Université Paris-Dauphine

Conférence prononcée le 9 janvier 1992 au Palais de la Découverte, organisée par l'Institut de Calcul Mathématique, dans le cadre de son «Plan de Promotion de la Recherche».

Toute connaissance est objet de science ; nous pouvons chercher à construire une théorie formelle des relations humaines, qui comme telle devra être mathématique.

Commençons par la relation humaine la plus simple : le conflit pur entre deux personnes. Ce que l'un perd, l'autre le gagne et vice versa (la partie peut être nulle). Comme exemples, on retrouve le jeu d'échecs, la guerre.

Le principe de base est : il faut se mettre à la place de l'adversaire et anticiper ses réactions. C'est ce que nous appelons un comportement stratégique. En escrime, aux échecs, la bonne stratégie tient compte de la réaction de l'adversaire, que l'on a anticipée.

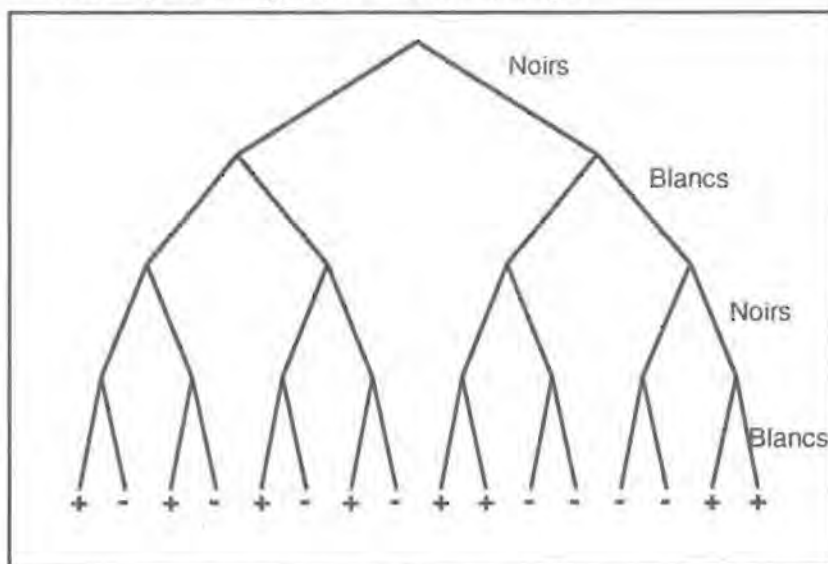
Un historien de la guerre vous racontera le déroulement d'une bataille. Mais un théoricien, un stratège, se mettra à la place de l'adversaire, essaiera de prévoir ses réactions, et les intégrera à ses propres calculs.

Le premier grand théoricien de la guerre a été Thucydide, au 5^{ème} siècle avant J.C. «Car c'est toujours en considérant que de son côté l'adversaire a agi au mieux que nous prenons nos dispositions. Et nous ne mettons pas nos espoirs dans les erreurs qu'il pourrait commettre, mais dans la prudence de nos propres plans». (Archidamos, Roi de Sparte, cité par Thucydide, I, 84).

Clausewitz dit la même chose :
 «Chacun des belligérants, en raison du caractère des dispositions de l'état et de la situation de l'autre, peut calculer ce que sera très vraisemblablement l'action de celui-ci, et, par conséquent, déterminer ce que la sienne propre devra être».

Mais bien sur, l'adversaire aussi va anticiper votre réponse, et vous devrez donc anticiper deux coups à l'avance. Mais, comme lui aussi se met à votre place, vous devrez donc anticiper trois coups à l'avance, et ainsi de suite : c'est une course à l'anticipation.

Voici un jeu très simple, qui illustre cette stratégie.



Les Noirs jouent en premier, à partir du sommet. Ils doivent choisir Gauche ou Droite. Ceci fait, les Blancs choisissent à leur tour Gauche ou Droite. Le jeu se termine tout en bas : si l'on tombe sur «+», les Noirs ont

gagné et si l'on tombe sur «-», les Blancs ont gagné.

Bien entendu, les Noirs ne doivent pas choisir Gauche au premier coup, car, quel que soit leur deuxième coup, le dernier coup des Blancs les amène sur une case de gain pour eux. Donc les Noirs choisiront Droite au premier coup, et, en fonction de la réponse des Blancs, le chemin qui mène au dessus de «++».

Ici, la course à l'anticipation ne se fait que sur quatre étapes. Mais le nombre d'étapes n'est pas important: ce qui compte, c'est le fait que le jeu ne puisse pas se prolonger indéfiniment. Le jeu doit s'arrêter à un moment donné (c'est le cas du jeu d'échecs) et donc, une intelligence supérieure, Dieu par exemple, remontera à partir de la position finale et déterminera le meilleur coup de départ.

On sait donc qu'il y a aux échecs un meilleur coup de départ, mais on ne le connaît pas et on ne connaît pas le résultat: permet-il le gain contre toute défense, ou la partie nulle contre toute défense?

On peut appliquer ces concessions stratégiques dans d'autres situations, la guerre par exemple. Mais il faut:

- avoir répertorié complètement toutes les situations possibles (l'Univers doit être connu),
- avoir décrit complètement toutes les réactions possibles de l'adversaire (qui peuvent dépendre du hasard),
- être capable d'évaluer la nouvelle situation créée par une réponse de l'adversaire, en termes d'utilité.

Pour modéliser, convenons que nous mettons -1 si je perds, 0, si la partie est nulle, 1 si je gagne, et appliquons ceci à la dissuasion nucléaire, plus précisément à ce que l'on a appelé «l'équilibre de la terreur».

Chaque adversaire a un choix: attaquer ou rester tranquille. S'il attaque, il détruit l'adversaire. Les Etats-Unis, l'URSS ont chacun largement de quoi détruire l'autre, en le rasant complètement. La question est de savoir s'ils ont intérêt à le faire.

Nous représentons les Verts et les Rouges, dans le cas où il n'y a pas de capacité de seconde frappe: celui qui a subi l'attaque n'a plus la possibilité de riposter.

Les chiffres en haut à gauche dans chaque case représentent le point de vue des Verts, ceux en

V \ R	ATTAQUE	PAIX
ATTAQUE	-1	2
PAIX	-1	0
	2	0

bas à droite le point de vue des Rouges.

Par exemple, la première colonne représente le cas où les Rouges attaquent. Si les Verts restent tranquilles, ils perdent (-1), et les Rouges gagnent (2); ceci dans le cas où il n'y a pas de riposte possible. Il y a donc une prime à l'agression, et chaque adversaire doit attaquer le plus vite possible. S'il attend le lendemain, il craint que l'autre n'envoie ses missiles auparavant. La situation de paix est alors instable.

Ceci montre la nécessité théorique d'une capacité de deuxième frappe, de riposte (au moyen par exemple de missiles très bien enterrés qui ne seraient pas détruits par une attaque nucléaire).

Voici les chiffres dans le cas d'une capacité de seconde frappe (destruction mutuelle assurée):

	R		
V		ATTAQUE	PAIX
ATTAQUE	-1	-1	-1
PAIX	-1	0	0

C'est cette situation qu'on appelle l'équilibre de la terreur: la paix est un équilibre stable. Chaque jour, chaque adversaire anticipe que l'autre n'enverra pas ses missiles, et donc, n'envoie pas les siens.

Au début de la guerre du Péloponèse, les Athéniens étaient alliés aux Lesbiens, qui les redoutaient car ils étaient trop puissants. Citons encore Thucydide: *«Entre alliés, la confiance n'est possible que si chacun a les moyens de se faire respecter par l'autre. Dans ce cas, celui qui aurait envie d'enfreindre ses engagements est arrêté par la pensée qu'il n'est pas assez fort pour imposer sa volonté à son associé».*

L'équilibre est une situation où les anticipations de chacun se trouvent réalisées: l'adversaire a fait exactement ce que j'avais prévu, et j'ai agi de manière à en tirer le meilleur parti.

Il y a des jeux sans équilibre: le gardien de but au moment du penalty. La gardien doit se lancer avant que l'attaquant ait tiré.

Les chiffres de gauche dans chaque carré indiquent la satisfaction de l'attaquant A, ceux de droite, celle du défenseur D. Ainsi, dans la première ligne, si

	D		
A		GAUCHE	DROITE
GAUCHE	-1	1	-1
DROITE	1	-1	1

l'attaquant part à gauche et le défenseur aussi, le but sera arrêté (-1 pour l'attaquant, +1 pour le défenseur), si le défenseur part à droite, le but passera (1 pour l'attaquant, -1 pour le défenseur),

Il ne peut y avoir d'équilibre. Ceci signifierait une meilleure façon de jouer pour les deux. Mais si l'attaquant connaît la stratégie du gardien, il l'anticipe pour la contrer, et réciproquement. La théorie, en ce cas, conseille le « jeu en stratégie mixte » : le gardien tire à pile ou face le côté où il va sauter ; il sautera ainsi du bon côté une fois sur deux, et il semble difficile de faire mieux ! Bien entendu, la meilleure stratégie pour l'attaquant consiste, pour lui aussi à tirer à pile ou face dans quel coin il va sauter. Tirer à pile ou face, cela semble imprévisible.

Cette modélisation du conflit pur a ses limites.

Tout d'abord, l'Univers peut changer : l'imprévu existe. La grande peste d'Athènes a bouleversé les calculs lors de la guerre du Péloponèse. Un autre exemple est donné par Thucydide : à cause d'une éclipse de lune, le corps expéditionnaire athénien a différé son embarquement, a attendu pendant neuf fois sept jours et a finalement laissé passé l'occasion de partir.

Ensuite, comme l'a fait remarquer Wiener, l'utilité peut changer, ou même être mal définie : en 1918, le Président Wilson a demandé aux alliés de mettre par écrit leurs buts de guerre ; ils n'ont pas pu, ou pas voulu, le faire. Au sein d'une coalition, l'utilité diffère d'un allié à l'autre. Lors de la guerre contre l'Irak, les utilités des U.S.A., de la Syrie et de la France étaient différentes. Au sein même du camp américain, les utilités du Président Bush et du Général Powell étaient différentes.

Il peut même ne pas y avoir de distinction entre l'utilité et les moyens : on construit des armes pour se défendre contre des gens qui pourraient s'en servir, et on s'en sert parce qu'elles sont là. Comme disait Shakespeare :

« How oft the sight of means to do ill things

Make ill things done »

(Shakespeare, King John).

Malgré ces restrictions, le modèle, à mon sens, reste fondamentalement valable, car il prend en compte l'idée importante : les gens agissent toujours en vue de quelque chose. Les êtres humains ont des buts, et c'est ce que reconnaît l'analyse.

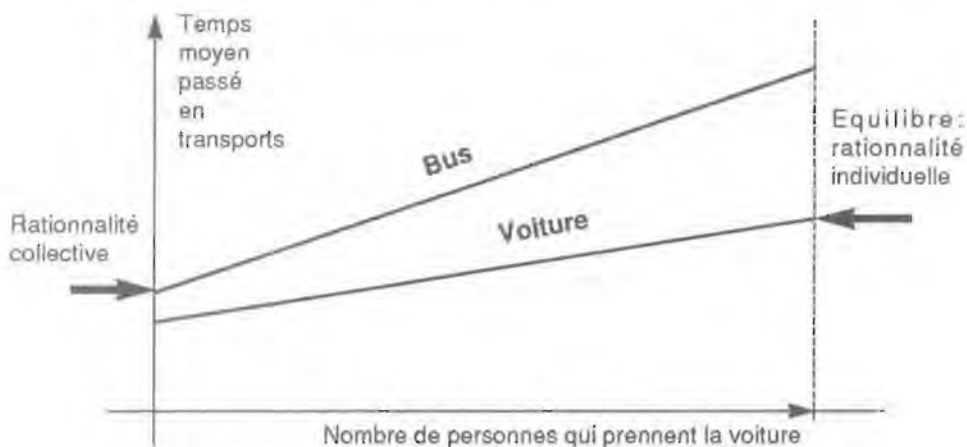
Quittons maintenant l'analyse du conflit pur pour en venir à l'étude de la rationalité individuelle et de la rationalité collective.

C'est une question plus moderne, dont le tournant a été marqué par la publication du livre de Von Neumann et Morgenstern *« Theory of Games and*

Economic Behaviour» (1940). Il n'y a plus deux joueurs, mais un nombre quelconque. On met l'accent sur la coopération plutôt que sur le conflit, et sur l'économie plutôt que sur la guerre.

La notion centrale reste celle d'équilibre ; cas où chaque agent a parfaitement anticipé sur les comportements des autres. Pour voir si un équilibre est possible, prenons l'exemple des transports en commun, à Paris.

Le graphique ci-dessous représente en abscisse le nombre de gens qui prennent leur voiture, en ordonnée, le temps passé dans les transports, pour se rendre du domicile au lieu de travail.

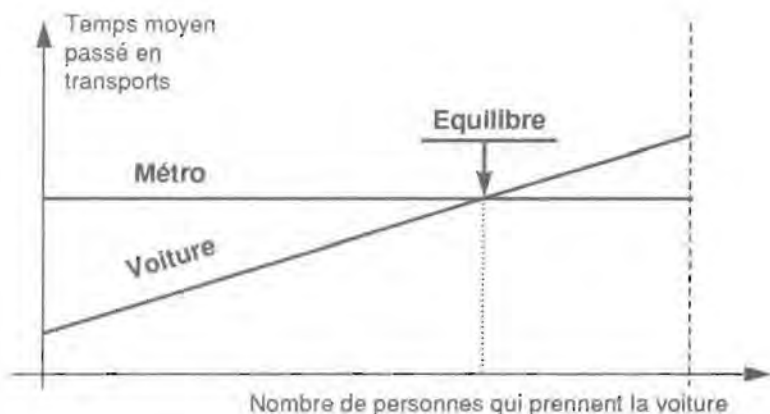


Si personne ne prend sa voiture, les rues sont libres et le bus va très vite. Mais chacun pense qu'en prenant sa voiture, il ira encore plus vite. A l'inverse, si chacun prend sa voiture, les rues sont engorgées ; les voitures vont très lentement, mais les bus encore plus lentement.

Dans une région intermédiaire (moitié bus, moitié voiture), ceux qui ont pris le bus constatent que ceux qui ont pris leur voiture arrivent plus vite. Chacun se dit : demain, je prendrai ma voiture. Résultat : le lendemain, les rues sont engorgées. Chacun met 5 heures pour arriver au travail, mais constate qu'en bus, il aurait mis plus longtemps, et se dit : pourquoi, moi, devrais-je prendre le bus pour dégorgé les rues ?

Nous constatons que dans cet exemple, la rationalité collective (tout à gauche : personne ne prend la voiture) diffère de la rationalité individuelle (tout à droite : chacun prend sa voiture).

Pour le métro, les choses sont différentes :



Le temps de trajet en métro ne dépend pas du nombre de gens qui ont pris leur voiture. Le point d'intersection des deux droites est un point d'équilibre? En effet, si le nombre de gens qui prennent leur voiture va au-delà de ce point, les rues seront davantage engorgées, la vitesse des voitures diminuera et les automobilistes reviendront au métro. La rationalité individuelle, ici, coïncide avec la rationalité collective, et c'est un point d'équilibre.

Pour le bus, on peut se ramener à ce modèle en créant des couloirs réservés, où il ne sera pas gêné par d'autres véhicules.



Voyons maintenant le dilemme du prisonnier. Deux prisonniers A et B ont été arrêtés en même temps pour un délit commis ensemble. La police cherche à les faire avouer séparément, et celui qui «donne» son copain bénéficie d'une remise de peine.

Les nombres d'années de prison dans chaque cas sont inscrits dans les cases: si A et B se taisent, trois ans de prison chacun. Si A se tait et que B le dénonce, 9 ans pour A, liberté pour B, de même si A dénonce B qui se tait. Si chacun dénonce l'autre, 6 ans chacun. La fonction d'utilité, ici,

		A	
		Motus	Balance
B	Motus	5	9
	Balance	0	6

n'intègre aucune aversion pour le mensonge, mais seulement le nombre d'années passées en prison.

Chacun sait que l'autre s'est vu offrir le même marché. Celui qui se tait le regrettera, en se disant que, s'il avait dénoncé l'autre, il aurait bénéficié d'une remise de peine. Le comportement de chacun est donc la dénonciation (soit 6 années de prison chacun) alors que la rationalité collective aurait été de ne rien dire (3 ans chacun).

Dans ce cas, chacun anticipe parfaitement, mais se crée ainsi un environnement qu'il n'aurait pas souhaité. Dans un univers égoïste, on se conduit en égoïste, et ce n'est pas l'univers souhaité.

On a le sentiment que les choses seraient différentes si les deux prisonniers pouvaient communiquer, et élaborer ainsi une stratégie commune. Mais ceci est illusoire : il faudrait que chacun puisse convaincre l'autre qu'il ne dénoncera pas. Or, et ceci est un fait fondamental de la vie en société, il n'existe pas d'engagement irrévocable : aucun des deux prisonniers ne peut convaincre l'autre de sa sincérité.

En termes de rapports entre états, c'est le phénomène du «commitment». Pour convaincre leurs alliés de leur sincérité lorsqu'ils affirmaient ne pas vouloir tolérer de troupes soviétiques en Europe de l'Ouest, les U.S.A. ont installé des soldats en Allemagne.

Revenons à nos prisonniers. On pourrait objecter que le modèle est trop simpliste. Celui qui sort de prison risque d'y retourner, et il a intérêt à ne pas posséder une réputation de «donneur» s'il ne veut pas qu'on le dénonce à son tour.

Mais ce raisonnement est spécieux. Imaginons que le prisonnier doive retourner 10 fois en prison. Se dira-t-il qu'il a intérêt à ne dénoncer personne pour n'y passer que 30 ans, contre 60 sinon ?

Mais la dixième fois, la dernière, son intérêt est clair : il doit dénoncer, pour sortir immédiatement.

La neuvième, il sait que la fois suivante, il dénoncera. Il se moque donc de sa réputation, et l'autre prisonnier le sait. Il va donc dénoncer avant que l'autre ne le dénonce. Ainsi de suite, en remontant : chaque fois influence la précédente ; il s'agit d'un «effet domino», et la seule stratégie rationnelle, individuellement, est de dénoncer, systématiquement et immédiatement.

Etudions maintenant le problème de l'information, qui est plus moderne. Prenons, pour commencer l'exemple de la Théorie des Biens Publics.

Pourquoi ne pas demander à chacun de contribuer, à son choix et dans la

mesure qu'il voudra, à tel chapitre des dépenses publiques? Untel à la Défense Nationale, un autre à la Sécurité Sociale, etc...? La réponse est: parce que personne ne donnerait rien.

Prenons un cas très simple: j'habite une banlieue obscure, et les voisins veulent faire installer l'éclairage. Combien dois-je donner? Seule réponse rationnelle: rien. En effet, quand l'éclairage sera installé, personne ne pourra m'empêcher d'en profiter. Il en va de même de la Défense Nationale ou de la Sécurité Sociale, et plus généralement de tous les Biens Publics.

On ne peut donc pas demander à chacun la contribution au chapitre de son choix, car on ne connaît pas la préférence des gens. Les connaîtrait-on que cela ne changerait rien: on n'est pas assuré qu'ils disent la vérité, et, la diraient-ils qu'on ne les croirait pas!

Ce problème de l'information se retrouve dans la Théorie des Assurances. Celui qui présente un gros risque devrait payer beaucoup, celui qui en présente un petit devrait payer peu. Mais comment le savoir? L'assurance auto a résolu le problème en instaurant le suivi sur une longue période: c'est le système du bonus-malus. Pour l'assurance-vie, il n'existe aucun moyen hors l'examen médical.

Mentionnons un paradoxe de l'assurance, qui illustre cette incertitude. Sur l'ensemble de la population, comme on n'a aucun moyen de savoir qui est justiciable d'une prime élevée, on instaurera une prime moyenne, la même pour tous. Mais cette prime moyenne se trouve trop élevée pour les petits risques, qui partiront. On se retrouvera avec une population à risque plus élevé, et il faudra accroître la prime, ce qui entraînera de nouveaux départs. A la fin, il ne restera qu'un assuré, à risque maximal!

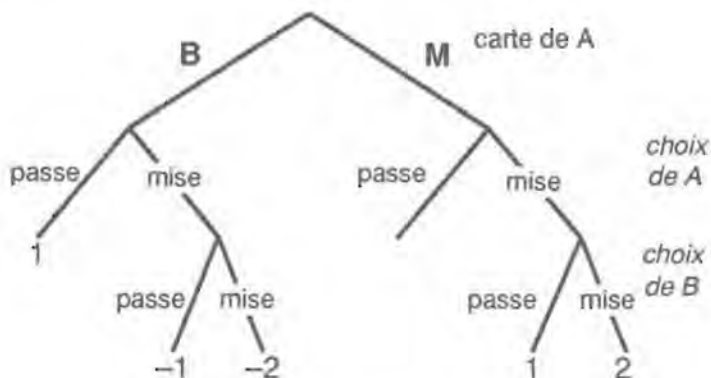
Passons à l'analyse de l'information incomplète, avec l'exemple du poker.



Les deux joueurs A et B misent chacun un franc au départ. Seul le joueur A reçoit une carte, qui peut être une Bonne carte (avec probabilité 1/2) ou une Mauvaise carte (avec une probabilité 1/2). Evidemment, B ne connaît pas la carte reçue par A.

Le joueur A prend une décision: il passe ou il mise. S'il passe, il perd sa mise d'origine, qui est acquise à B. S'il mise, il rajoute 1F et B a le choix de

passer ou de miser. Si B passe, il perd sa mise ; s'il mise, il rajoute 1F, et A montre sa carte. Si celle-ci est bonne, A gagne, et si elle est mauvaise, B gagne.



On montre qu'il existe un équilibre en stratégie mixte :

A doit toujours miser s'il a une bonne carte, et une fois sur trois s'il en a une mauvaise. B, quant à lui, demandera à voir une fois sur trois.

Avec cette stratégie, l'espérance de A est positive : elle est de $1/3$. Cela signifie que si je joue mille fois à ce jeu, avec une mise de 1F, je gagnerai 333F.

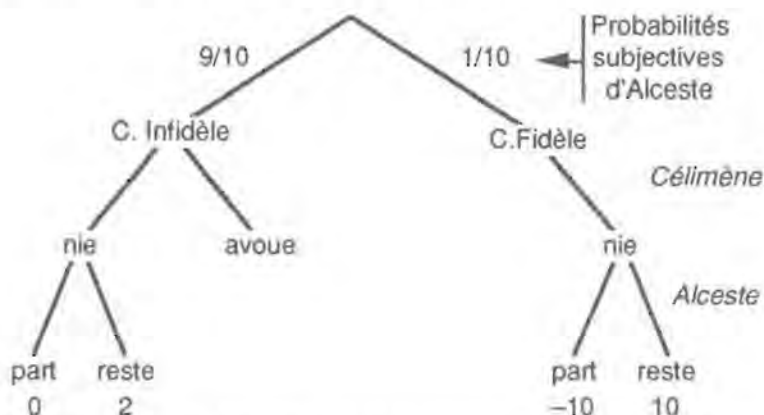
Dans ce jeu, A possède toute l'information, mais pas B. C'est pourquoi la stratégie systématique : miser sur une bonne carte, passer sur une mauvaise est une mauvaise stratégie : A révélerait son information à B, qui en tirerait parti.

Jouer à un jeu à information incomplète est un compromis permanent entre exploiter le fait que l'on sait et ne pas révéler l'information. La stratégie mixte décrite ici est une manière d'organiser ce compromis.

Lorsque A *bluffe*, c'est pour gagner, mais c'est aussi pour se faire prendre ! En effet, il convaincra B de le suivre ... y compris lorsqu'il ne *bluffe pas* ! C'est une question délicate de transmission de l'information.

On fait, en économie, des modèles très intéressants de pénétration de marchés, à l'usage des entreprises. Mais, pour terminer, voyons quelque chose de plus simple : le comportement d'Alceste et de Célimène dans le *Misanthrope* (Acte III, Scène 3).

Alceste qui est jaloux, croit Céliumène infidèle, et il lui demande si elle l'est. Il y a donc deux possibilités de base : Céliumène est fidèle ou infidèle. Si elle est fidèle, elle ne peut que nier. Si elle est infidèle, elle peut nier ou avouer. Alceste doit se décider : doit-il partir ou rester ?



Si Céliumène avoue, Alceste part et le jeu s'arrête. Mais, si elle nie, Alceste n'est pas sûr qu'elle dise la vérité. Comment doit-il modéliser le problème pour prendre sa décision ?

Tout d'abord, Alceste attribue des probabilités subjectives à chacun des deux événements «Céliumène est fidèle» ou «Elle est infidèle». Il le fait en fonction d'informations antérieures. Par exemple, il peut décider : il y a neuf chances sur dix pour que Céliumène soit infidèle, d'où les probabilités 9/10 et 1/10.

Ensuite, et ce n'est pas si simple, Alceste doit analyser la situation résultante.

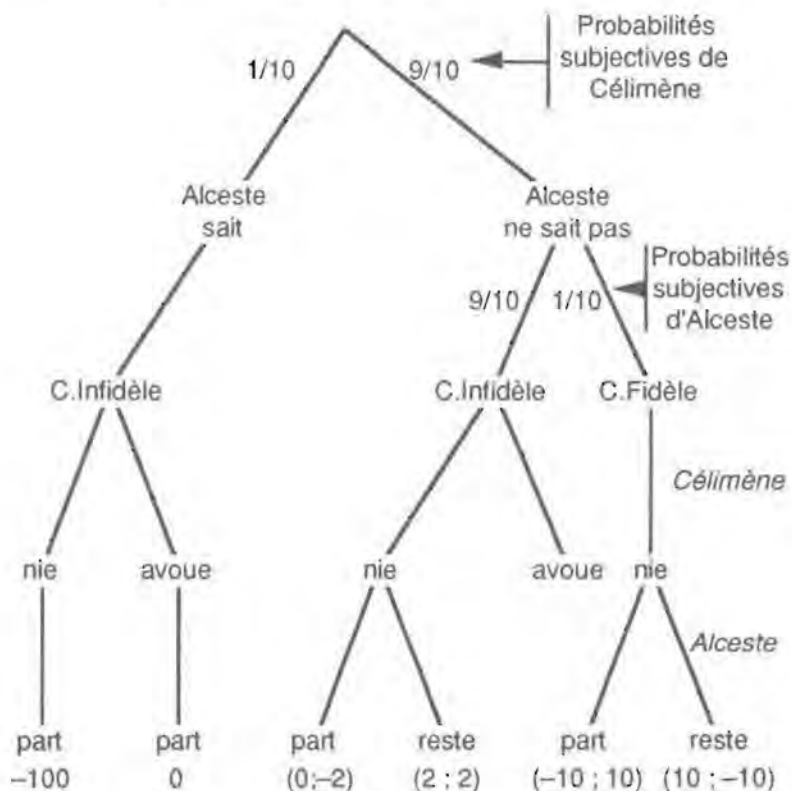
Si Céliumène est fidèle et qu'il la quitte malgré tout, c'est une perspective déplorable : il lui attribue la valeur -10 (voir graphique). Par contre, la quitter si elle est infidèle est indifférent : il lui attribue la valeur 0.

S'il reste avec une femme fidèle, il en sera satisfait, et il attribue à cette éventualité la valeur +10. S'il reste avec une femme infidèle, il n'en ressent qu'une satisfaction modérée, qu'il chiffrera à +2.

Après avoir analysé la situation, il se peut ainsi qu'Alceste décide de rester, bien qu'il croie Céliumène infidèle, parce que la perspective de la quitter dans le cas où elle serait fidèle (ce qui est peu vraisemblable) est pour lui très douloureuse.

En d'autres termes, il reste, non pas parce qu'il la croit fidèle, mais parce qu'il aspire à cette situation.

Compliquons cette situation, comme dans la pièce. Alceste peut dire : «*J'ai des preuves*». Célimène, à son tour, a un problème et une décision à prendre, et on a rajouté un étage au graphique précédent :



Le problème de Célimène si elle est infidèle est : Alceste *bluffe-t-il*, ou a-t-il réellement des preuves ? Elle attribuera aussi des probabilités subjectives : par exemple 9/10 à «*Alceste bluffe*», 1/10 à «*il a réellement des preuves*».

Pour prendre sa décision : nier ou avouer, elle doit analyser les éventualités, et les chiffrer. Il se peut qu'Alceste lui dise : «*J'ai une lettre ; si tu avoues, je pars sans histoire*» ; elle mettra 0, Alceste ajoute : «*Si tu nies, je publie la lettre*». Elle chiffre cette mauvaise publicité à -100, et de cette



façon, elle peut être conduite à avouer, bien qu'elle pense qu'Alceste ne sait rien.

Dans la pièce, Molière s'en sort avec habileté. Alceste montre la lettre, et dit: «*Voici la lettre que vous avez écrite à Oronte*». Célimène répond:

«*Et si la lettre était pour une femme?*».

Elle fait ainsi construire à

Alceste un étage supplémentaire: la lettre est-elle adressée à un homme ou à une femme?

En conclusion, demandons-nous pourquoi les gens agissent comme ils agissent, pourquoi chacun fait ce qu'il fait.

Les explications que fournit la Théorie des Jeux peuvent paraître simplistes, mais elles sont souvent suffisantes, et il faut se souvenir d'une vieille règle de la connaissance scientifique (le «Rasoir d'Occam»): il faut retenir l'explication la plus simple qui soit suffisante.

Si les gens se comportent comme s'ils étaient de sales égoïstes, c'est une explication suffisante: ce sont de sales égoïstes.

J'ai cité Thucydide; j'aurais pu citer Machiavel, et je cite Balthazar Gracian: «*Les choses ne passent pas pour ce qu'elles sont, elles passent pour ce qu'elles paraissent être*».

Chacun de nous a un comportement stratégique, et l'important n'est donc pas ce que nous faisons, c'est ce que les gens pensent que nous faisons. Le rôle des médias est ainsi une nécessité de toute relation humaine, et non un effet pervers.

Est-il même possible dans le monde tel que nous le voyons d'avoir un comportement qui ne soit pas stratégique? C'est une question très ancienne. Le Maître a dit: «*Que ton oui soit oui, et que ton non soit non*». On sait où cela l'a mené.