

Les Mathématiques en fin de Troisième générale

Évolutions des compétences observées chez les élèves au cours des années 80

Antoine BODIN

Le texte suivant constitue l'un des chapitres d'un Rapport présenté à Monsieur le Ministre de l'Éducation Nationale, par Monsieur Claude THELOT, Directeur de l'Évaluation et de la Prospective (octobre 1992).

Le rapport complet a été publié par la DEP sous le titre «Que sait-on des connaissances des élèves?» dans les dossiers Education et Formations, n°17.

Cette partie du rapport est le résultat d'une convention passée entre la DEP et l'APMEP (pour la prise en compte des informations apportées par l'observatoire EVAPM).

L'étude qui suit cherche à répondre à la question suivante : *comment les compétences mathématiques des élèves du collège ont-elles évolué au cours des vingt dernières années ?*

Ou encore : au cours des vingt dernières années, a-t-on assisté à une détérioration, au maintien, ou à une amélioration de ces compétences ?

Une question associée se pose aussitôt : *est-il possible de répondre à ces questions, est-il raisonnable d'essayer d'y répondre ?*

En effet, nous ne disposons pas d'un instrument de mesure. qui aurait été

utilisé à intervalles réguliers au cours de ces deux décennies, et qui donnerait une réponse apparemment immédiate. Si tel était le cas on risquerait d'ailleurs de se trouver dans la situation d'un apprenti économiste qui voudrait étudier l'évolution du niveau de vie sans tenir compte de l'évolution des besoins.

Dans notre cas, les attentes de la société ont évolué au cours de cette période, de même que les représentations et conceptions sur l'apprentissage. De façon corrélative, la signification et la pertinence des savoirs en jeu ne sont pas restées stables et les programmes d'enseignement ont été considérablement modifiés. Par ailleurs, des variations importantes se sont produites dans la composition sociologique de la fraction d'une classe d'âge accédant à tel ou tel niveau de formation.

L'étude du changement ne peut manquer de prendre en compte l'évolution du contexte et il est clair que le contexte a changé. La taille réduite de cette étude ne permet que d'évoquer les difficultés rencontrées et d'attirer l'attention sur les risques qu'il y aurait à interpréter trop rapidement certaines observations.

Au cours de ces vingt dernières années, des évaluations ont été organisées ici ou là pour tenter de rendre compte des compétences des élèves, en mathématiques, aux divers niveaux de la scolarité (Cf note en fin de document) ; les possibilités d'observations ne manquent donc pas.

Cependant, dans la quasi totalité des cas, ces enquêtes n'avaient pas pour objectif de nourrir des études diachroniques ; de ce fait, elles s'appuient sur un questionnement qui donne la priorité à l'adéquation aux programmes et aux habitudes langagières du moment.

Par exemple, sur les 20 questions de l'épreuve ERSM de Cinquième 1972, seules 8 questions pourraient encore être posées en 1992 ; les autres ne seraient plus utilisables, ni à ce niveau, ni à un autre. En fait seules trois de ces questions ont été intégrées dans des évaluations récentes.

Parmi les diverses enquêtes étudiées, les évaluations de Troisième du SPRESE (1984) et de la DEP (1990) sont les plus susceptibles de permettre une comparaison globale ayant quelque validité. Cela correspond à une certaine convergence des divers programmes vers un noyau stable en Troisième et en Seconde.

De nombreuses observations ponctuelles, portant sur des questions isolées, utilisées dans des évaluations différentes, de la Sixième à la Seconde, au cours de la période 1971-92 (avec une densité plus importante pour la période 80-92), ont cependant pu être faites.

A partir de ces observations il est possible de faire les remarques suivantes :

1 - Dans près de 9 cas sur 10, les taux de réussite sont en augmentation d'une évaluation à l'autre.

Selon les domaines étudiés et les questions posées, cette augmentation peut être très importante et dépasser un taux relatif de 100% (voir en fin de document pour ce qui concerne la fin de Troisième).

Ces augmentations peuvent partiellement s'expliquer par une meilleure adéquation des questions posées aux programmes en cours ; de même, les quelques cas où les taux de réussite sont en diminution peuvent s'expliquer par une moindre adéquation à ces programmes.

Pour tous les niveaux étudiés (Sixième à Troisième), on observe, sur les questions reprises d'une évaluation à l'autre, des améliorations particulièrement importantes en géométrie et en ce qui concerne la gestion des données.

2 - Les modifications de programmes font qu'un nombre important de questions ne peuvent pas être reprises d'une évaluation sur l'autre.

Au cours de la période 1982-92, des domaines de connaissance ont quasiment disparu des programmes (ou se sont trop déplacés pour que des comparaisons soient envisageables). Il convient de noter que les compétences des élèves dans ces domaines n'étaient pas, en général, satisfaisantes au moment où les programmes ont été modifiés.

Il convient de noter que la suppression, dans les programmes, de certaines notions, ne conduit pas automatiquement à la disparition des compétences associées. Toutefois les pratiques évaluatives ne permettent généralement pas de continuer à observer des compétences qui ne s'accordent plus avec les programmes.

3 - Les modifications de programmes font qu'un nombre important de questions ont pu être posées en 1988-92, qu'il n'était pas possible de poser quelques années plus tôt. Les compétences des élèves se sont donc déplacées.

Il est possible d'étudier les compétences manifestées par les élèves par rapport à ces nouvelles questions. Mais il est difficile d'effectuer des comparaisons avec des compétences qui sont sorties du champ.

4 - Des améliorations importantes se sont produites, à tous les niveaux, dans un certain nombre de domaines. Ces améliorations sont sensibles dès le début du Collège et, pour certaines au moins, doivent être versées au crédit de l'École élémentaire.

Ces changements correspondent à des modifications des programmes et des instructions, assorties de consignes de plus grande centration de l'enseignement sur un plus petit nombre de points qui auparavant étaient source de difficultés.

Parmi ces domaines il faut citer :

- *La géométrie en général et la géométrie de l'espace en particulier, où l'on note des améliorations spectaculaires.*
- *La gestions des données numériques (lorsque les calculatrices sont autorisées) et le traitement des situations de problème, autrement dit le traitement de situations ne se satisfaisant pas de l'application d'une technique standard mais demandant une certaine initiative.*

Il convient de souligner que ces améliorations continuent à se faire sentir en fin de Seconde.

D'une façon générale, les enseignants considèrent que les programmes actuels sont plus satisfaisants que ceux qu'ils ont remplacés. De même, la moyenne des moyennes annuelles des élèves varie de 12 en Sixième à 10,4 en Seconde, ce qui, compte tenu des habitudes de notation, peut être interprété comme une bonne adaptation des élèves aux enseignements qui leur sont proposés. Il ne serait donc pas correct de dire que l'enseignement des mathématiques met généralement les élèves en situation d'échec.

5 - Les observations faites ne permettent pas de répondre de façon assurée à la question concernant les qualités liées à l'argumentation et à l'expression.

Les évaluations qualitatives de l'APMEP semblent cependant montrer que les compétences dans ce domaine, tout en correspondant à des points faibles, seraient aussi en hausse.

En particulier, lorsque les élèves sont placés devant des situations auxquelles ils parviennent à donner un sens, et lorsqu'ils sont informés du fait que l'évaluation porte essentiellement sur les compétences relatives à l'argumentation et à l'expression, la qualité des productions obtenues peut être très correcte. Dans une évaluation faite dans ces conditions, en fin de Seconde, les enseignants correcteurs ont estimé que 48% des productions satisfaisaient au critère "Phrases bien faites, organisées avec cohérence, dans une démarche claire".

Ce pourcentage qui pourra paraître insuffisant amène à faire plusieurs remarques :

- *les informations que nous avons ne nous permettent pas de conclure à une*

baisse récente dans ce domaine : au contraire, la comparaison avec les résultats enregistrés par le SPRESE, en 1986, au même niveau d'enseignement, conduiraient plutôt à parler d'amélioration.

- *les jugements évoqués intègrent implicitement un jugement sur la valeur des démarches utilisées et sur celle des résultats produits. Or, les situations mathématiques proposées étaient loin d'être triviales ; une analyse de contenu portant sur un échantillon de 200 copies et séparant plus nettement les divers aspects d'une production nous a conduit à estimer à plus de 60% la proportion des copies satisfaisant au critère de qualité énoncé ci-dessus.*

6 - Cette étude cherche à répondre à une question bien précise (cf introduction). Une question différente concernerait le repérage des points faibles dans la formation des élèves.

Cette étude est possible et a d'ailleurs été faite en partie par plusieurs sources, institutionnelles ou non. D'une façon générale, ses résultats ne s'expriment pas en termes comparatifs.

Soulignons tout de même deux points habituellement reconnus comme faibles et qui rejoignent la présente étude : la pratique des opérations en fin de Troisième et la gestion mentale des nombres. Il est en effet probable que, par rapport à ce que nous aurions enregistré il y a une dizaine d'années au même niveau scolaire, l'on puisse conclure, dans ces domaines, à une diminution des compétences des élèves. Nous n'en avons cependant pas la certitude.

La modification des compétences des élèves dans ces domaines est bien sûr liée à l'introduction généralisée des calculatrices, introduction dont il convient de souligner qu'elle s'accompagne, par ailleurs, de compétences nouvelles.

En ce qui concerne les techniques opératoires (pratique manuelle des opérations), les élèves manifestent une certaine aisance en Sixième, mais il est clair que l'enseignement ultérieur et les situations qu'ils rencontrent ne favorisent pas l'entretien des capacités correspondantes. Compte tenu de l'évolution aussi bien des pratiques sociales que des pratiques scientifiques associées, il n'est pas certain qu'il y ait lieu de regretter ce fait.

Le point concernant la gestion mentale des informations numériques (calcul mental ou semi-mental) doit être dissocié du précédent. En effet, les pratiques sociales et scientifiques évoquées ci-dessus s'appuient largement sur les compétences correspondantes. Ces compétences semblent insuffisantes et, en toute hypothèse, sont inférieures aux attentes habituelles des

enseignants. Il convient toutefois de noter que, pour la cohorte en cours d'étude, ces compétences progressent de façon importante de la Sixième à la Troisième (ce qui n'est pas le cas pour la pratique manuelle des opérations).

La question soulevée ici mériterait cependant une étude particulière à elle toute seule (nous savons que cette question est d'ores et déjà prise en considération par les divers responsables de la régulation du système d'enseignement des mathématiques).

Observations spécifiques en fin de Troisième générale de Collège

Aux raisons techniques données ci-dessus pour justifier une observation plus attentive au niveau de la classe de Troisième, il faut ajouter une raison d'ordre didactique. En effet, il serait possible que des programmes plus respectueux des rythmes des élèves et des processus d'apprentissages, par rapport à des programmes antérieurs, conduisent à des compétences plus limitées dans un premier temps, tout en assurant, à terme, une meilleure maîtrise des concepts et une compétence globale supérieure. Il y a donc quelque intérêt à observer, de façon privilégiée, un niveau qui correspond à la fin d'un cycle de formation.

Voici donc un tableau présentant une comparaison des résultats des évaluations fin de Troisième du SPRESE (1984) et de la DEP (1990).

Synthèse de la comparaison des résultats fin de Troisième : SPRESE 1984 - DEP 1990

	Question 84 non reprises en 1990	Questions 84 reprises en 90		Questions nouvelles en 1990
		Résultats 1984	Résultats 1990	
Nombre de questions	59	24	24	38
Moyenne des scores (*)	39,6%	35,9%	52,7%	47,1%
Ecart-type des scores par question(*)	23,3%	16,0%	19,6%	17,4%

Comparaisons par domaines :

	Questions 84 non reprises en 1990	Questions 84 reprises en 90		Questions nouvelles en 1990
		Résultats 1984	Résultats 1990	
Comparaisons par domaines				
Domaine numérique :				
Nombre de questions	19	2(**)	2(**)	12
Moyenne des scores	46,4%	24,0%	45,5%	49,9%
Domaine géométrique :				
Nombre de questions	36	14	14	18
Moyenne des scores	37,0%	37,7%	51,6%	42,7%
Domaine gestion de données :				
Nombre de questions	4(*)	8	8	8
Moyenne des scores	31,3%	35,8%	56,3%	52,1%
(*) voir note de lecture		(**) résultats non significatifs		

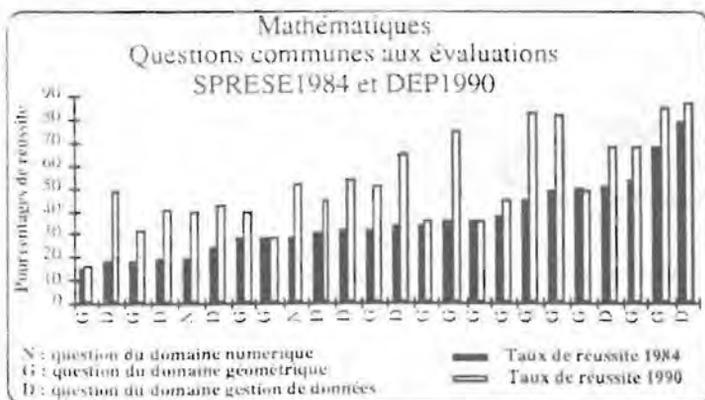
On trouvera plus loin l'ensemble des références utilisés. Soulignons simplement que le cadre central correspond à des questions posées de façon rigoureusement identiques en 1984 et en 1990 (à l'environnement près).

On observe une amélioration importante, et en tout cas statistiquement significative, du taux moyen de réussite de l'ensemble des questions communes aux deux évaluations. Il est frappant de constater que l'amélioration des taux de réussite aux questions communes est non seulement réalisée de façon globale, mais aussi au niveau de la quasi totalité des questions prises individuellement, comme on peut le voir sur le graphique ci-dessous. L'augmentation de la dispersion n'est qu'apparente et doit être rapportée à l'augmentation de la moyenne : en fait le coefficient de variation décroît de 1984 à 1990 (voir note de lecture).

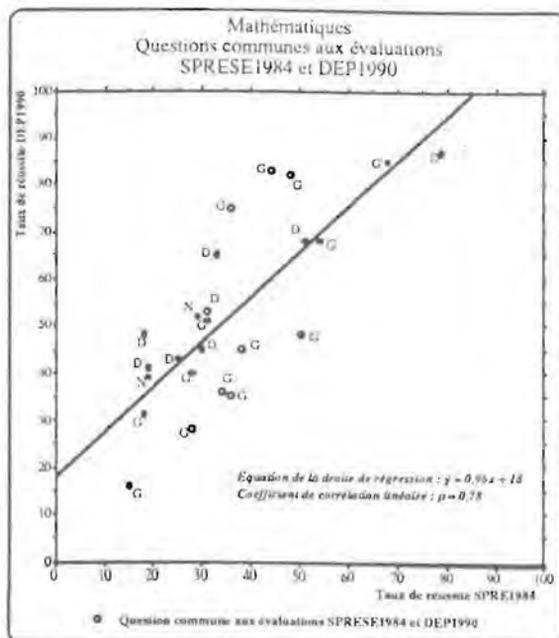
Par ailleurs, les questions non reprises ont été remplacées par des questions à la fois mieux réussies et moins dispersées.

Soulignons que l'analyse de la tâche ne permet pas de considérer les nouvelles questions comme moins complexes que celles qu'elles viennent remplacer. Au contraire, les pratiques de repérage taxonomique des objectifs, et par voie de conséquence des questions d'évaluation, conduit plutôt à élever la complexité cognitive des questions posées. La plus grande facilité des nouvelles questions (plus facile signifiant simplement que les élèves réussis-

sent mieux) doit être interprétée comme traduisant une meilleure adéquation relative des programmes et des attentes du système aux possibilités des élèves,



Le graphique ci-dessous présente d'une autre façon l'évolution des scores aux questions communes.



Cette représentation met en évidence l'importance de la corrélation existant entre les deux séries de résultats ainsi que l'importance de l'élévation moyenne des scores.

Si les choix présidant aux modifications de programmes sont pertinents, ce qu'il n'y a aucune raison de mettre en doute, **les résultats présentés ci-dessus vont évidemment dans le sens d'une amélioration globale des compétences.** La différence serait encore plus frappante si l'on avait procédé à population sociologiquement égale, c'est à dire en tenant compte de l'augmentation de la fraction d'une classe d'âge scolarisée par le Collège jusqu'en fin de Troisième.

Conclusion

La première remarque faite, concernant l'élévation quasi générale des taux de réussite observés aux questions reprises dans des évaluations successives, aurait pu amener à conclure d'emblée :

**Les compétences des élèves du Collège,
en mathématiques, se sont améliorées au cours
des dix dernières années.**

Mais il convenait de traiter cette affirmation comme une hypothèse: plus exactement comme l'*hypothèse nulle* des statisticiens, c'est à dire en se donnant la possibilité de la rejeter. Les données disponibles et les limites méthodologiques exposées au début de l'étude ne permettaient pourtant pas de conclure à partir d'un test statistique standard.

Cependant, rien dans l'étude que nous avons faite ne nous autorise à rejeter cette hypothèse : bien au contraire, nous avons pu présenter de nombreux éléments qui semblent la confirmer. Des études complémentaires portant, par exemple, sur des copies d'examen seraient de nature à affiner cette étude et, peut être à atténuer localement la portée générale de l'affirmation ci-dessus. **Pour l'instant l'hypothèse d'une amélioration générale reste plus que raisonnable.**

La culture de l'évaluation, qui se développe actuellement dans l'Éducation Nationale, à l'initiative ou avec le soutien de l'administration centrale, ne manquera pas d'avoir des effets positifs sur les possibilités de répondre avec davantage de détail et de rigueur, dans quelques années, à la question qui est à l'origine de cette étude.

Note de lecture

Compléments concernant le tableau donnée par 6 (Synthèse de la comparaison des résultats fin de Troisième : SPRESE1984 - DEP1990)

Les *moyennes des scores* sont calculés à partir des scores obtenus à chaque question. Ces moyennes sont les mêmes que celles qui auraient été calculées à partir des scores obtenus par les élèves.

Les *écarts types des scores par question* sont les écarts types de la distribution des scores obtenus par les questions (et non par les élèves).

L'écart type d'une distribution a l'inconvénient de dépendre de l'échelle choisie et de pouvoir être interprété différemment suivant la moyenne de la distribution. On préfère souvent utiliser le coefficient de variation qui est le quotient de l'écart type par la moyenne.

Dans le cas de notre tableau, l'écart type des scores augmente entre 1984 et 1990, mais le coefficient de variation diminue de façon significative..

Évaluations prises en compte pour cette étude :

- 1971-74 : Enquêtes de l'INETOP - Niveaux Sixième à Troisième.
- 1980 : Enquête du SIGES - début de Sixième.
- 1977 : Enquête de l'INRP - Fin de CM2.
- 1981-85 : Enquêtes de l'IREM de BESANÇON - Sixième à Troisième.
- 1982-84 : Évaluations du SPRESE - fin de Cinquième et de Quatrième.
- 1986 : Évaluation du SPRESE - fin de Seconde.
- 1989-91 : Évaluations de début Sixième de la DEP.
- 1990 : Évaluation fin de Troisième - DEP.
- 1987 - 92 : Enquêtes de l'APMEP (EVAPM) - Niveaux Sixième à Seconde.