Etudes

Calcul du taux effectif global d'intérêt d'un prêt à amortissement échelonné :

Etat de la question

Yves Husset
Dijon

avec la collaboration de
Christian GERMAIN
C.R.I.A.D. DIJON

La notion de taux effectif global est une notion «juridico-mathématique». Pour être comprise, elle suppose non seulement la connaissance des principes de base des mathématiques financières mais aussi celle du cadre juridique.

Première partie : L'ASPECT MATHÉMATIQUE

Les mathématiques financières traitent des opérations d'échange qui ne portent que sur des montants d'argent, lesdites opérations pouvant être certaines ou aléatoires (B. de FINETTI, *Leçons de mathématiques financières*, Dunod, 1969). Dans ce qui suit, seuls seront rappelés les éléments nécessaires à la compréhension de l'exposé, c'est-à-dire le mode de calcul des intérêts, les notions de capitalisation, d'actualisation et d'équivalence, le système des annuités et, enfin, le calcul du taux d'intérêt d'un emprunt indivis classique.

A-LE CALCUL DES INTÉRÊTS :

Soit un capital prêté pendant une certaine durée. La *rémunération du service rendu* s'appelle *l'intérêt*, lequel est fonction du capital prêté et de la durée du prêt. On pose que l'intérêt est proportionnel au capital prêté.

1°) Les intérêts simples :

L'intérêt est dit *simple* lorsqu'il est également proportionnel à la durée du prêt.

La formule fondamentale est :

$$I = Cin \qquad (1)$$

dans laquelle I est l'intérêt, C le capital prêté, n la durée du prêt (l'unité de temps étant l'année) et i le taux annuel d'intérêt simple.

Exemple : un capital de 6 000 F prêté pendant 2 ans au taux annuel de 10% fournira un intérêt $I = 6\,000 \times 10\% \times 2 = 1\,200$ F.
Au bout des deux ans, l'emprunteur devra remettre au prêteur une somme de 7 200 F (6 000 + 1 200).

2°) Les intérêts composés :

Les intérêts sont dits composés lorsque, évalués à la fin de chaque période, ils s'ajoutent alors au capital et portent intérêt à leur tour. Soit C le capital prêté, n la durée du placement et i le taux d'intérêt. La durée n est exprimée dans la même unité de temps que la période de capitalisation et le taux d'intérêt i est relatif à cette même période qui, pour le moment, sera supposée être l'année.

A la fin de la première période, le capital C produit un intérêt égal à Ci. Après capitalisation, le capital est devenu $C + Ci = C(1 + i)$. A la fin de la deuxième période et après capitalisation, on obtient $C(1 + i)^2$ et ainsi de suite. On établit ainsi, par récurrence, la formule fondamentale des intérêts composés qui exprime ce que devient à la fin de la $n^{\text{ème}}$ période un capital C placé au taux i :

$$C_n = C(1 + i)^n \qquad (2)$$

Le montant de l'intérêt est :

$$I = C_n - C = C[(1 + i)^n - 1] \qquad (3)$$

Exemple : soit, à nouveau, un capital de 6 000 F prêté pendant deux ans au taux annuel de 10% mais en supposant, cette fois, que le prêt est stipulé à intérêts composés.

La somme que l'emprunteur devra remettre au prêteur s'élève alors à : $6000(1 + 10\%)^2 = 7\,260$ F.

B-LA CAPITALISATION, L'ACTUALISATION ET L'ÉQUIVALENCE :

On ne retiendra que le mode de calcul ***à intérêts composés***.

1°) La capitalisation :

La *capitalisation* consiste à déterminer la valeur future (acquise) d'un capital. La *valeur acquise* par un capital $\boldsymbol{C}$ placé à intérêts composés au taux de $\boldsymbol{i}$ pendant $\boldsymbol{n}$ périodes est donnée par la formule (2) : $C_n = C(1 + i)^n$.

Exemple : la valeur acquise par un capital de 6 000 F placé à intérêts composés au taux annuel de 10% pendant deux ans est de 7 260 F.

2°) L'actualisation :

L'actualisation est l'opération inverse de la capitalisation : elle consiste à déterminer la valeur présente (actuelle) d'une somme payable à une période ultérieure. La *valeur actuelle* au taux $\boldsymbol{i}$ d'un capital $\boldsymbol{C_n}$ payable dans $\boldsymbol{n}$ périodes est égal au capital $\boldsymbol{C}$ qui, placé à intérêts composés pendant n périodes au taux $\boldsymbol{i}$, aurait une valeur acquise de $\boldsymbol{C_n}$ soit, d'après (2) :

$$C = C_n(1 + i)^{-n} \qquad (4)$$

Exemple : la valeur actuelle au taux annuel de 10% d'un capital de 7 260 F payable dans deux ans est de 6 000 F.

3°) L'équivalence :

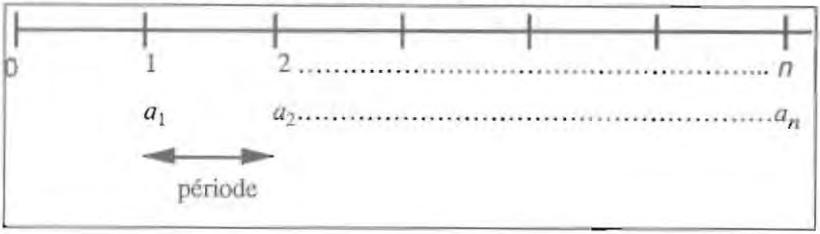
On dit que deux groupes de capitaux sont *équivalents* à intérêts composés, à une date donnée pour un taux donné, si à cette date, la somme des valeurs actuelles du premier groupe est égale à la somme des valeurs actuelles du second. Soit, par exemple, un groupe de deux capitaux C_1 et C_2 payables dans m_1 et m_2 périodes et un autre groupe de deux capitaux D_1 et D_2 payables dans n_1 et n_2 périodes. L'équivalence à la date zéro et au taux $\boldsymbol{i}$ se traduit par :

$$C_1(1 + i)^{-m_1} + C_2(1 + i)^{-m_2} = D_1(1 + i)^{-n_1} + D_2(1 + i)^{-n_2}$$

Remarque : On démontre que lorsque l'équivalence – à *intérêts composés* – a lieu à une date donnée et pour un taux donné, elle a lieu également pour ce même taux à toute autre date.

C- LES ANNUITÉS :

On appelle *«annuités»* une suite de versements équidistants. Le versement de ces annuités aura pour but la constitution d'un capital ou le remboursement d'un emprunt. Pour fixer les idées, nous représenterons l'opération à l'aide du schéma suivant en notant (a_n) la suite des versements :



La question se pose là aussi de l'évaluation de cette suite de versements.

La *valeur acquise* V_n d'une suite d'annuités est égale à la somme des valeurs acquises par les n annuités à la date du versement de la dernière annuité.

La *valeur actuelle* V_0 d'une suite d'annuités est égale à la somme des valeurs actuelles des n annuités (évaluation faite à la date 0, c'est à dire ***une période avant la date du premier versement***). On a donc :

$$V_0 = \sum_{k=1}^{n} a_k (1+i)^{-k} \qquad (5)$$

i désignant le taux d'intérêt.

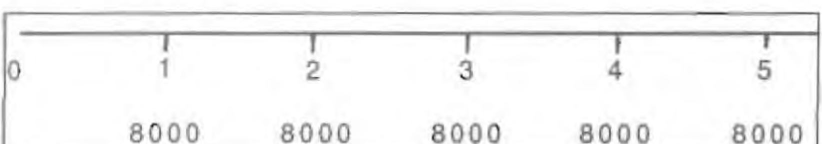
Cas particuliers :

Deux cas particuliers présentent une importance pratique particulière : le cas où toutes les annuités sont égales et celui où la suite des règlements est constituée de groupes de versements égaux.

Premier cas : suite d'annuités constantes :

Dans ce cas, $a_1 = a_2 = \ldots = a_n = a$. On constate que la valeur actuelle V_0 est égale à une somme de termes en progression géométrique et (5) prend alors la forme :

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad (6)$$



Exemple :

La valeur actuelle au taux d'intérêt de 10% d'une suite de 5 annuités constantes égales chacune à 8 000 F est de :

$$V_0 = 8000\,\frac{1-(1+10\%)^{-5}}{10\%} = 30\ 326{,}29\ \text{F}$$

Deuxième cas : suite de règlements formée de groupes de versements égaux.

Exemple :

Soit une suite de 12 annuités composée de 3 annuités de 10 000 F, 5 annuités de 15 000 F et 4 annuités de 20 000 F que l'on peut schématiser

0

10000.........10000 15000.........15000 20000......20000

$\longleftrightarrow$ 1er groupe $\longleftrightarrow$ 2ème groupe $\longleftrightarrow$ 3ème groupe

ainsi :

La valeur actuelle V_0, calculée à 6%, est égale à :

$$V_0 = 10\ 000\,\frac{1-(1+6\%)^{-3}}{6\%} + 15\ 000\,\frac{1-(1+6\%)^{-5}}{6\%}(1+6\%)^{-3}$$

$$+\ 20\ 000\,\frac{1-(1+6\%)^{-4}}{6\%}(1+6\%)^{-8} = 123\ 262{,}85\ \text{F}$$

On notera que *la date 0* est située une période avant la date du premier versement du premier groupe. L'évaluation *à cette date 0* du premier groupe de versements de 10 000 F s'obtient directement à l'aide de la formule (6) mais il n'en est pas de même pour les autres groupes. Ainsi, en ce qui concerne le deuxième groupe de versements (5 annuités de 15 000 F), l'application de la formule (6) permet d'évaluer ces annuités une période avant la date du premier versement du groupe donc à une date différente de la date 0 (postérieure). L'évaluation *à la date 0* s'obtient par actualisation [Cf. formule (4)] de la valeur ainsi trouvée, c'est-à-dire en multipliant par $(1+6\%)^{-3}$. Le même raisonnement est évidemment tenu pour le groupe de versements de 20 000 F.

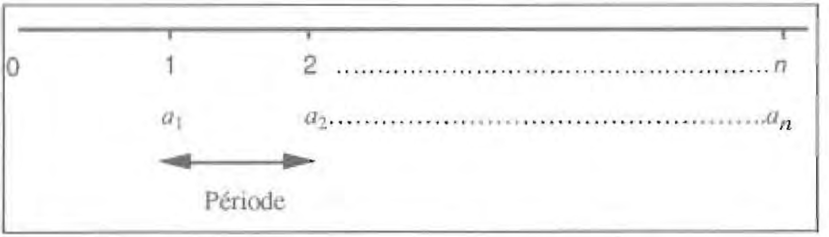
Supposons que la suite d'annuités soit composée de N groupes, tous les versements appartenant à un même groupe étant égaux. Désignons par v_l le versement constant du groupe l et par n_l le nombre de versements du groupe l ($l = 1, 2, \ldots, N$).

La valeur actuelle V_0 de la suite, telle que définie par (5), peut alors s'écrire sous la forme : $$V_0 = \sum_{l=1}^{N} v_l \frac{1-(1+i)^{-n_l}}{i}(1+i)^{\left(n_0 - \sum_{p=0}^{l-1} n_p\right)} \qquad (7)$$

Comme dans l'exemple précédent, l'évaluation à la date 0 du premier groupe de versements est obtenue à l'aide de la formule (6) et celle des autres groupes de versements à partir des formules (6) et (4).

D- LE CALCUL DU TAUX D'INTÉRÊT D'UN EMPRUNT INDIVIS :

Les modalités de remboursement d'un emprunt sont très nombreuses. Nous nous limiterons ici au système classique de l'emprunt indivis (emprunt qui ne comporte qu'un seul prêteur) dans lequel l'emprunteur s'engage à payer périodiquement l'intérêt du capital emprunté et non remboursé et à rembourser progressivement le capital emprunté. De la sorte, le remboursement est effectué à l'aide d'une suite d'annuités, chacune d'elles comportant l'intérêt du capital restant dû et le remboursement d'une partie du capital



emprunté (amortissement). L'échéancier peut être schématisé ainsi :

Le taux d'intérêt de l'opération :

L'opération financière ainsi décrite comporte une entrée de fonds à la date 0 suivie de sorties de fonds aux dates 1, 2, ... , n.

La détermination du taux de l'opération va constituer une application de l'équivalence exposée précédemment. D'une manière générale, le taux d'une opération financière est obtenu en écrivant l'équivalence à ce taux des sommes prêtées et des sommes remboursées.

Si donc l'opération consiste en un prêt **C** versé en une seule fois à la date 0 et remboursé à l'aide de ***n*** annuités a_k, le taux d'intérêt de l'opération est solution de l'équation :

$$C=\sum_{k=1}^{n} a_k(1+x)^{-k} \qquad (8).$$

La question des échéanciers non annuels :

Dans tout ce qui précédait, la période retenue était supposée être l'année. Les formules restent évidemment valables *mutatis mutandis* pour des périodes plus courtes : semestre, trimestre ou mois. Dans ce cas, le taux obtenu par la résolution de l'équation de type (8) ne sera plus annuel mais relatif à une période plus courte (semestriel, trimestriel ou mensuel).

Si l'on souhaite obtenir le taux annuel correspondant, il faut alors «convertir» le taux de période en taux annuel. Cette question – qui n'est pas aussi évidente qu'on pourrait le penser – a été traitée de manière détaillée par G.Thery dans la première partie de son ouvrage *«Tables économiques et financières, notions et usages»* ([8]).

Rappelons d'abord la *définition* des taux "proportionnels" et des "taux équivalents".

S'il y a r périodes de même durée dans une année, le taux d'intérêt "périodique" est égale à i_r. Autrement dit, un taux se rapportant à une période semestrielle sera noté i_2, un taux se rapportant à une période trimestrielle, i_4, et un taux se rapportant à une période mensuelle, i_{12}.

Le taux annuel *proportionnel* au taux périodique i_r est égal à $r.i_r$.

Le taux annuel i_a *équivalent* au taux périodique i_r a pour valeur :

$$i_a=(1+i_r)^r-1 \qquad (9)$$

On peut aussi exprimer le taux périodique i_r en fonction du taux annuel i_a :

$$i_r=(1+i_a)^{1/r}-1 \qquad (10).$$

Ainsi, à un taux mensuel de 1% (resp. : 2%) correspondent un taux annuel proportionnel de 12% (resp. : 24%) et un taux annuel équivalent de 12,68% (resp. : 26,82%).

Considérons maintenant, par exemple, un crédit à la consommation remboursé sur quatre ans en 48 mensualités d'un montant constant a. Il est clair qu'il est préférable pour le prêteur de percevoir a francs à la fin de chaque mois plutôt que $12a$ francs en fin d'année puisque les mensualités pourront être replacées par le prêteur. On montre que le ***taux d'intérêt annuel effectif*** qui caractérise une transaction où l'on a prévu des versements périodiques constants a en remboursement d'un capital prêté C s'obtient en calculant le taux annuel ***équivalent*** au taux de période et non pas le taux proportionnel ([8], pp 17 s.). Le taux annuel équivalent au taux périodique est d'ailleurs appelé taux ***réel*** par opposition au taux proportionnel ou taux apparent.

Ainsi, si l'échéancier est annuel (annuités *stricto sensu*), le taux d'intérêt annuel x est solution de l'équation (8). Si l'échéancier n'est pas annuel (remboursement par semestrialités, trimestrialités ou mensualités), on détermine d'abord le taux périodique en résolvant une équation de type (8) puis on calcule le taux annuel équivalent par la formule (9). Dans cette deuxième hypothèse, on remarquera qu'une résolution directe du problème conduit à une équation de la forme :

$$C=\sum_{k=1}^{n} a_k(1+x)^{-k/r} \qquad (11)$$

avec :
- C capital prêté
- a_k remboursements périodiques
- n nombre de remboursements
- r nombre de périodes dans une année
- x étant le taux d'intérêt *annuel* de l'opération.

Deuxième partie : L'ASPECT JURIDIQUE.

Cette deuxième partie aborde l'étude du cadre juridique (la question ne concerne d'ailleurs pas uniquement les prêts à amortissement échelonné, seuls évoqués ici). L'exposé qui ne peut se limiter au droit français traite également de la dimension européenne.

A-UN EXEMPLE INTRODUCTIF :

Considérons, pour fixer les idées, un crédit de 300 000 F remboursable sur 10 ans à l'aide de mensualités constantes d'un montant de 4 204,54 F chacune. On suppose que des frais de dossier s'élevant à 3 000 F sont prélevés d'office sur le montant du prêt ; on suppose également que le montant de la mensualité ci-dessus indiquée comprend une fraction d'une prime d'assurance décès-invalidité dont le règlement est exigé par le prêteur.

Quel est donc - ***au regard de la loi française*** - le taux d'intérêt pratiqué ?

B-LE SYSTEME FRANÇAIS :

Le législateur français parle, quant à lui, de ***"taux effectif global"*** ou ***T.E.G.***. Cette notion a été introduite par la loi n° 66-1010 du 28 décembre 1966 relative à l'usure (modifiée par la loi NEIERTZ du 31 décembre 1989). Cette notion de T.E.G. a été reprise ensuite dans d'autres lois et, notamment, dans les deux lois relatives au crédit aux ménages, dites lois SCRIVENER : la loi du 10 janvier 1978 relative au crédit à la consommation et la loi du 13 juillet 1979 relative au crédit immobilier (dans ce dernier domaine, le lecteur pourra consulter avec profit le livre très documenté de G.Biardeaud [1]). ***Deux fonctions ont été dévolues au T.E.G. : mettre en évidence l'usure éventuelle et informer l'emprunteur afin de faire jouer la concurrence.***

Pour répondre à la question posée dans l'exemple introductif, il faut examiner les éléments à prendre en compte pour le calcul du T.E.G. puis la méthode de calcul proprement dite.

1°) Les éléments à prendre en compte pour le calcul du T.E.G.

La réponse est précise : doivent être pris en compte, pour le calcul, tous les frais, payés au prêteur *ou à des tiers*, dès lors que l'emprunteur est dans **l'obligation** de les supporter pour obtenir son crédit. On voit que ***le T.E.G. est un taux effectif de revient***, c'est-à-dire un taux d'intérêt calculé du point de vue de l'***emprunteur***.

Ainsi, dans l'exemple introductif, le calcul devra être conduit en considérant le capital prêté $C = 297\,000$ F (et non pas 300 000 F) et des mensualités d'un montant constant $a = 4\,204{,}54$ F (assurance *obligatoire* comprise). Si, au contraire, dans un crédit, l'assurance est *facultative*, il faut alors raisonner *hors assurance*.

2°) La méthode de calcul du T.E.G.

Le législateur français avait énoncé le principe que, pour les prêts qui font l'objet d'un *amortissement échelonné*, le T.E.G. devait être calculé *en tenant compte des modalités de l'amortissement de la créance*. Pour être véritablement opérationnelle, la définition du T.E.G. posée par la loi de 1966 exigeait des précisions. Celles-ci devaient être apportées par la jurisprudence qui est aussi source de droit.

L'affaire DESGRANGES fournit une première indication (arrêt de la Cour de Cassation des 30 janvier 1975 et 8 juin 1977). Le détail de cette affaire est exposé en [4]. En ne retenant que ce qui nous intéresse ici, l'opération financière pouvait se résumer ainsi :

Les S ... avaient contracté le 13 août 1968 un prêt de 270 576,39 F remboursable selon les modalités suivantes : des versements de 9 625 F tous les trois mois à compter du 13 novembre 1969 jusqu'au 13 août 1972 et un versement unique de 350 000 F en même temps que la dernière trimestrialité et s'ajoutant à celle-ci. Convaincus d'avoir été les victimes d'un usurier, les emprunteurs déposèrent une plainte en faisant valoir que le taux du prêt était usuraire. La cour de cassation fut amenée à préciser les conditions d'application de la loi sur l'usure et jugea que, pour calculer le T.E.G., il fallait procéder à *«l'escompte, à intérêts composés et à la date de chaque opération, d'une part du montant du prêt porté au débit du compte de l'emprunteur, d'autre part de tous les versements inscrits au crédit de ce même compte»* et écrire *«l'égalité de ces deux calculs»*.

En d'autres termes, la méthode retenue par la cour de cassation conduisait à écrire que le taux ***trimestriel*** était solution de l'équation :

$$270\ 576{,}39 = 9\ 625\ \frac{1-(1+x)^{-11}}{x}(1+x)^{-4} + 359\ 625\,(1+x)^{-16} \qquad (12)$$

soit un taux trimestriel de 3,823%. *On reconnaît là une application directe de ce qui a été exposé dans la première partie.*

Le problème n'était pas cependant entièrement résolu car si la cour avait clairement indiqué que **le taux *périodique* devait être calculé selon les principes des mathématiques financières**, elles ne s'était pas prononcée sur la question de la conversion du taux périodique en taux annuel. Ainsi que cela a été rappelé plus haut, il convient de calculer le taux annuel *équivalent* au taux périodique (formule (9)). Or, ***l'usage bancaire*** français consiste à utiliser le taux *proportionnel* et non le taux équivalent. On remarquera au passage, que cet usage aboutit à *minorer* le taux d'intérêt annoncé puisque pour un taux périodique donné, le taux annuel proportionnel est inférieur au taux annuel équivalent.

Curieusement, la cour de cassation a cru devoir se prononcer en faveur du taux proportionnel dans un arrêt rendu le 9 janvier 1985 (affaire VISOFI/JAKUBOWSKI). Quelque temps après, un décret était publié au J.O. et entérinait la méthode proportionnelle (décret n° 85-944 du 4 septembre 1985 relatif au calcul du taux effectif global : J.O. 8 septembre 1985).

A la lumière de ce qui précède, il est maintenant possible de déterminer le *taux effectif global* ou *T.E.G.* du crédit évoqué dans le paragraphe A). Pour cela, on calculera d'abord le taux périodique (mensuel) et ensuite le T.E.G. (annuel).

a) Le calcul du taux d'intérêt mensuel :

Comme cela vient d'être montré, la méthode de calcul du taux d'intérêt *périodique* retenue par la cour de cassation (affaire DESGRANGES) n'est autre que la méthode préconisée par les mathématiques financières. Le taux d'intérêt mensuel de l'opération est donc solution de l'équation :

$$297\,000 = 4\,204{,}54\,\frac{1-(1+x)^{-120}}{x} \qquad (13)$$

ce qui donne : 0,972 46%.

b) Le calcul du T.E.G.

Le taux annuel équivalent au taux mensuel de 0,972 46% est de : $(1+0{,}972\ 46\%)^{12} - 1 = 12{,}31\%$. Ce n'est toutefois pas le T.E.G. du crédit, c'est-à-dire le taux d'intérêt *au sens de la loi française*. En effet, la France ayant choisi la méthode proportionnelle (SUPRA : affaire VISOFI/JAKUBOWSKI et décret du 4 septembre 1985), le T.E.G. est donc de 11,66% (0,972 46% × 12). Comme on le voit, le *taux effectif global* d'un prêt consenti à un taux de 12,31% n'est donc pas de 12,31% ...

Ainsi, actuellement, la solution française est pour le moins curieuse : alors que pour la détermination du taux d'intérêt périodique, on retient la méthode des mathématiques financières, pour la conversion de ce taux périodique en taux annuel (donc pour l'obtention du T.E.G. qui est un taux *annuel*), on retient l'usage bancaire qui va à l'encontre de cette méthode. La position française a été sévèrement critiquée et un actuaire a pu écrire : «la logique mathématique impose sans contestation possible l'utilisation de l'équivalence pour l'expression annuelle d'un taux effectif (...) Nous écrirons donc ici de façon très claire que le décret de septembre 1985 (...) est en contradiction autant avec sa loi de référence qu'avec les mathématiques les plus élémentaires» (H. LE BORGNE, Mathématiques du crédit, Eyrolles 1988, p.86).

C) LA POSITION EUROPÉENNE :

La nécessité de l'harmonisation dans l'ensemble de la Communauté, notamment en ce qui concerne la méthode de calcul du taux d'intérêt du crédit au consommateur, a conduit le Conseil des Communautés Européennes à arrêter une directive (Directive 90/88/CEE du 22 février 1990 relative au rapprochement des dispositions législatives, réglementaires et administratives des Etats membres en matière de crédit à la consommation : Journal Officiel des Communautés n°L61, 10 mars 1990).

L'expression retenue est celle de *"taux annuel effectif global"* (T.A.E.G.). La directive dispose que le taux annuel effectif global, «qui rend égales, sur une base annuelle, les valeurs actuelles de l'ensemble des engagements (prêts, remboursements et charges) existants ou futurs, pris par le prêteur et par le consommateur, est calculé selon la formule mathématique exposée [en annexe]» et présente quatre exemples de calcul.

L'équation de base traduisant l'équivalence des prêts, d'une part, et des remboursements et charges, d'autre part, est ainsi exposée dans l'annexe de la directive :

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{A_k}{(1+i)^{t_k}} = \sum_{k'=1}^{m'} \frac{A'_{k'}}{(1+i)^{t_{k'}}} \qquad (14).$$

Sans entrer dans le détail des notations de la directive, on peut dire que (14) exprime ce qui a été exposé plus haut, à savoir l'égalité entre la valeur actuelle des sommes perçues et celle des sommes versées.

Deux des exemples numériques présentés par la directive à titre d'illustration permettent de comparer la solution française et la solution communautaire.

Soit, tout d'abord, un prêt de 1 000 écus remboursable en deux versements de 600 écus chacun, effectués respectivement après un et deux ans. Selon la directive, l'équation permettant de calculer le taux annuel effectif global (T.A.E.G.) est :

$$1\,000 = 600\,(1+i)^{-1} + 600\,(1+i)^{-2}$$

La solution est égale à 13,066 23% que le texte propose d'arrondir à 13,07% ou 13,1%. ***On retrouve l'équation (8) de la première partie.***

Soit maintenant un prêt de 1 000 écus remboursé selon l'échéancier suivant : 272 écus au bout de 3 mois, 272 écus au bout de 6 mois et 544 écus au bout d'un an. Toujours selon la directive, l'équation permettant de calculer le T.A.E.G. est :

$$1\,000 = 272\,(1+i)^{-0{,}25} + 272\,(1+i)^{-0{,}50} + 544\,(1+i)^{-1}$$

ce qui conduit à $i = 0{,}131\,8$ soit : $i = 13{,}18\%$. **On retrouve l'équation (11) de la première partie** et on voit que le T.A.E.G. est calculé selon la ***méthode équivalente***.

Il apparaît ainsi que la solution retenue par la directive est en tout point conforme qux principes des mathématiques financières. Dans le cas d'un échéancier ***annuel*** (remboursements annuels), les positions communautaire et française sont les mêmes : la "période" étant l'année, le taux "périodique" obtenu est le taux annuel et n'a donc pas à être converti. En revanche, dans le cas - ***usuel*** - d'un échéancier ***non annuel*** (remboursements mensuels, etc.), il y a divergence entre la solution française et la directive. En effet, pour la conversion du taux périodique en taux annuel, la France a opté pour la méthode des taux proportionnels alors que la directive a tranché, à juste titre, en faveur de la méthode des taux équivalents.

Pour souligner, d'ailleurs, le bien-fondé de la méthode équivalente, on peut reprendre l'exemple ci-dessus de la directive (prêt de 1 000 écus remboursé en trois fois). Si on calcule les taux d'intérêt *mensuel* et *trimestriel* pour cette opération, on trouve respectivement: 1,037 49% et 3,144 88%. Ces deux taux conduisant ***au même taux annuel équivalent*** (13,18%). Il n'en va plus de même avec la méthode *proportionnelle*. On obtient alors des taux annuels *différents* (resp.: 12,44% et 12,57%), ce qui est pour le moins fâcheux puisqu'il s'agit de la même opération financière ...

La France est-elle pour autant en contradiction avec Bruxelles? En réalité, la directive prévoit une période *transitoire*: ainsi, la France pourra-t-elle continuer d'utiliser sa propre méthode jusqu'au 31 décembre 1995. La Commission présentera d'ici là un rapport assorti d'une proposition permettant d'appliquer une formule mathématique communautaire unique pour le calcul du T.A.E.G. et le Conseil statuera sur la base de cette proposition.

La directive européenne du 22 février 1990 sur le calcul du taux annuel effectif global constitue en elle-même un progrès remarquable. On regrettera toutefois le retard apporté à l'adoption sans équivoque de la méthode préconisée par les mathématiques financières, à savoir la méthode équivalente. On pourra regretter aussi que la France, dans cette affaire, donne la désagréable impression de défendre à tout prix les usages (bancaires) contre la logique.

NOTE :

Le programme en TURBO-PASCAL présenté en annexe permet de calculer le taux d'intérêt périodique d'un prêt remboursable à l'aide de groupes de versements égaux. Il consiste en la résolution d'une équation $f(x) = 0$, en l'espèce, une équation de type (8) (cf la "fonction" f du programme). La méthode de résolution retenue est celle de la *dichotomie* (pour un exposé des différentes méthodes et de leurs mérites comparés, voir [3], [5] et [7]). Les bornes de l'intervalle d'étude ainsi que la précision souhaitée ont été déclarées comme "constantes" en début de programme.
Afin d'obtenir le T.E.G. du prêt au sens français (resp.:communautaire), il convient de calculer le taux annuel proportionnel (resp.:équivalent) au taux périodique obtenu par la méthode de dichotomie.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BIARDEAUD G., *Guide pratique pour le contrôle des crédits immobiliers*, Litec 1991.

[2] BONNEAU P., *Mathématiques financières*, Dunod 1988.

[3] DUCAMP M. et REVERCHON A., *Mathématiques en Turbo Pascal*, tome 1, Analyse, Eyrolles 1989.

[4] HUSSET Y., *Note sous l'arrêt rendu le 8 juin 1977 par la cour de cassation dans l'affaire Desgranges*, La Semaine juridique 7 juin 1978.

[5] LACHAND-ROBERT, *Turbo Pascal : programmation scientifique*, Sybex 1990.

[6] MASIERI W., *Notions essentielles de mathématiques financières*, Sirey 1989.

[7] SAIAC J.-H., *L'informatique appliquée au calcul scientifique*, Dunod 1989.

[8] THERY G., *Tables économiques et financières, notions et usages*, Dunod 1973.

ANNEXE

```
PROGRAM TAUX ;

USES CRT ;

CONST  nbre_maxi_groupes = 30 ;
       borne_inf = 0 ;
       borne_sup = 0.5 ;
       precision : 0.00000001 ;

TYPE   tab_nbre_versements_groupe = array[1..nbre_maxi_groupes] of integer ;
       tab_montant_versement_groupe = array[1..nbre_maxi_groupes] of real ;

VAR    nbre_groupes : integer ;
       montant_emprunt, tx : real ;
       nbre_versements_groupe : tab_nbre_versements_groupe ;
       montant_versement_groupe : val_montant_versement_groupe ;

PROCEDURE introduction _des_donnees ;
   var k : integer ;
   begin
    clrscr ;
    writeln ('CALCUL DU TAUX D''INTERET PERIODIQUE') ;
    writeln ;
    write ('QUEL EST LE MONTANT DU CAPITAL EMPRUNTE ? ') ;
    readln (montant_emprunt) ;
```

```
    writeln ;
    write ('QUEL EST LE NOMBRE DE GROUPES?');
    readln(nbre_groupes);
    writeln;
    for k := 1 to nbre_groupes do
      begin
       writeln ('GROUPE NUMERO' , k) ;
       write ('QUEL EST LE NOMBRE DE VERSEMENTS DU GROUPE?') ;
       readln (nbre_versements_groupe[k]) ;
       write ('QUEL EST LE MONTANT DU VERSEMENT CONSTANT DU GROU-
                                                            PE?');
       readln (montant_versement_groupe[k]) ;
       writeln ;
      end
    end ;
FUNCTION f (x : real )  : real ;
  var i, j : integer ;
     C, D, E : real ;
  begin
    C := 1/(1+x) ;
    D := 1 ;
    E := 0 ;
    for i := 1 to nbre_groupes do
          for j := 1 to nbre_versements_groupe[i] do
             begin
               D := D*C ;
               E := E + (montant_versement_groupe[i] * D)
             end ;
    E := E - montant_emprunt ;
    f := E
  end ;

FUNCTION dichotomie ( a, b, p : real) : real ;
  var m, fm, t : real ;
  begin
    repeat
      m := (a+b)/2 ;
      fm := f(m) ;
      t := f(a)*fm ;
      if t < 0 then b := m
                else if t > 0 then a := m ;
```

```
      until ( fm = 0 ) or ( (b-a) < p) ) ;
      dichotomie := m
   end ;

{PROGRAMME PRINCIPAL}

BEGIN
   introduction_des_donnees ;
   if f(borne_inf)*f(borne_sup) >= 0
      then writeln ('CONDITIONS AUX BORNES NON SATISFAITES')
      else
           begin
              tx := dichotomie (borne_inf, borne_sup, precision) ;
              writeln ('LE TAUX D''INTERET PERIODIQUE EST ', 100*tx : 8 : 6, '%')
        end
END.
```