

Echanges

Pourquoi refuser d'énoncer et d'utiliser le théorème sur la limite en $+\infty$ d'un polynôme, d'une fraction rationnelle?

Raymond Barra
IREM de Poitiers

A cette question, j'obtiens au total et toujours deux réponses et deux seulement. Après examen, leurs arguments ne sont guère recevables.

Première réponse : les élèves appliquent mal ce théorème ; ils ne voient pas que la limite est prise en $+\infty$ et l'appliquent dans d'autres cas.

Contre réponse : s'il fallait éliminer tous les théorèmes que les utilisateurs débutants appliquent mal, il ne resterait plus grand chose. Par exemple «une suite croissante et majorée par 1 converge» devient une fois sur deux au moins «une suite croissante et majorée par 1 converge vers 1». Et pour-

tant ce théorème reste au programme, alors qu'on n'en a vraiment pas besoin à ce niveau. Plutôt que d'éliminer des théorèmes, mieux vaut apprendre aux gens à réfléchir à la lecture des énoncés ou à la reconnaissance des objets.

Deuxième réponse : en donnant trop rapidement le théorème, les élèves oublient l'idée fondamentale et, dans d'autres cas, ne pensent pas à mettre en facteur le terme de plus grand degré.

Contre réponse : d'abord, on pourrait se demander s'il n'en est pas ainsi des autres théorèmes sur les limites. En algébrisant aussitôt en Première (limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient), n'escamote-t-on pas les idées essentielles sur les limites? (je crois que oui).

Ensuite, chaque fois qu'en mathématiques on peut énoncer un résultat «général» même pour les «cas particuliers», on le fait, parce que c'est un des buts de la mathématique que de simplifier la vie. (Va-t-on obliger les élèves à redémontrer chaque fois que $ac = bc$ implique $a = b$ ($c \neq 0$), sous prétexte que dans d'autres cas ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, anneau de matrices) il faudra revenir à $(a - b)c = 0$ et discuter?

ENFIN ET SURTOUT, si les élèves ne voient pas tout seuls que dans des cas plus généraux l'indétermination peut être levée en mettant en facteur le terme de plus haut degré, c'est peut-être que ce n'est pas si facile et en tout cas, n'est-on pas là pour le leur apprendre? Qu'est-ce qui empêche d'y revenir souvent et de dire, comme dans la démonstration du théorème avec les polynômes, nous allons...?

Conclusion :

Un ostracisme injuste frappe inutilement et inexplicablement le théorème en question. Dans tout le fatras de théorèmes sur les limites, il en est de moins utiles que celui-ci (c'est certainement vrai en Première où, compte tenu des fonctions à étudier, le seul théorème simplificateur est celui-là).