

Réforme des lycées

Des objectifs de référence aux modules en classe de seconde:

Elaborer un plan de solution - argumenter.

Jacques PUYOU
Lycée B.Palissy-Agen.

Développer ces deux capacités définies dans les objectifs de référence est l'un des enjeux de l'enseignement des mathématiques ; c'est le but de séquences d'apprentissage spécifiques menées l'an dernier dans des ateliers de travail méthodologique avec des élèves de seconde volontaires, cela pourrait être un objet de l'enseignement modulaire dès la prochaine rentrée scolaire.

Le document «Utiliser des objectifs de référence en classe de seconde» définit cinq capacités et compétences développées en mathématiques.

- I- connaître les résultats figurant au programme ;
- II- élaborer un plan de solution, une stratégie ;
- III- argumenter ;
- IV- réaliser ;
- V- communiquer présenter, s'exprimer.

Une fiche d'évaluation permet de suivre l'évolution du degré de maîtrise de chaque élève dans chacune des capacités tout au long de l'année scolaire.

Ce suivi réalisé en 1989-1990 sur quelques classes du lycée, nous a conduit à constater qu'il n'y avait que très peu d'évolution pour la quasi-totalité des élèves

dans les capacités : élaborer un plan de solution, une stratégie et argumenter. Cette remarque est à affiner un petit peu : l'évolution est très faible après le troisième ou quatrième devoir (c'est-à-dire après trois mois de classe), dès lors que l'élève a compris ce que recouvre comme activités le vocabulaire employé et en quoi le travail avec les objectifs de référence peut l'aider dans sa tâche.

Ce constat en lui-même n'a rien d'original : les difficultés, en mathématiques, d'un nombre important d'élèves dits moyens, commencent dès lors qu'il s'agit de transférer des connaissances dans des situations de plus en plus éloignées des situations d'apprentissage. Il est alors nécessaire de reconnaître des «situations de référence» ou de s'y ramener, de choisir une méthode utilisable et des savoir-faire appropriés, de justifier les diverses affirmations à l'aide de résultats du cours, de données ou de résultats précédents. On s'éloigne là, dans la taxonomie des objectifs, de la reproduction ou de l'application stricte des connaissances. Par ailleurs, augmenter les flux d'orientation des élèves vers les sections scientifiques suppose une amélioration de leurs aptitudes dans les compétences évoquées ci-dessus.

Forts de ce constat, nous avons élaboré pour l'année 1990-1991 un projet d'action innovante concernant six professeurs de mathématiques de l'établissement et proposant un soutien d'ordre méthodologique aux élèves de seconde pour développer leur aptitude à choisir une démarche et des savoir-faire adaptés à une situation donnée, ainsi qu'à fournir une argumentation pertinente.

Ce projet a été retenu par Monsieur le Recteur de l'Académie de BORDEAUX et cela nous a permis d'ouvrir, à raison d'une heure par quinzaine et par classe, des ateliers de travail s'adressant à des élèves volontaires.

Les objectifs généraux que nous avons déterminés ont été explicités à tous les élèves des six classes de seconde concernées et il leur a été précisé que les activités proposées dans les ateliers ne nécessiteraient pas l'investissement direct de connaissances figurant au programme de la classe de seconde, qu'elles ne constitueraient en aucun cas un soutien pour les élèves en difficulté, qu'elles ne viseraient pas un approfondissement des contenus mathématiques en marge des programmes. C'est l'enjeu méthodologique de la démarche qui a été très clairement mis en avant en même temps qu'a été détruit, par avance, le faux espoir de rentabilité immédiate traduisible en points de moyenne trimestrielle.

Le constat était donc clair pour les élèves volontaires, projet d'action innovante oblige, il l'était également pour les enseignants : construire des démarches et des outils qui trouveraient ultérieurement leur place dans les pratiques habituelles de la classe.

Les représentations que se font les élèves de l'activité mathématique sont, entre autres, liées :

- *au support de cette activité (exercices, problèmes, travaux pratiques, etc...):*

modifier ces représentations passe par la modification des supports et nous avons utilisé des textes de provenance très variée dont beaucoup sont inspirés de divers jeux

et championnats mathématiques; cela permet également d'ouvrir l'éventail des stratégies possibles pour la production d'une réponse mais aussi pour sa validation (*séquence 1*).

- au caractère souvent solitaire de leur recherche :

modifier ces représentations passe par la modification des formes de travail et nous avons privilégié le travail par groupes de trois ou quatre élèves et facilité les échanges entre les groupes (*toutes les séquences*).

- aux consignes qui accompagnent généralement cette activité (*calculer, démontrer, représenter,...*):

modifier ces représentations passe par des variations autour de ces consignes et nous avons formulé des règles du jeu différentes des règles habituelles, en utilisant un effet de zoom sur tel ou tel aspect, sur tel ou tel moment de l'activité mathématique (*séquences 3 et 4*).

Voici à titre d'exemple, quelques brèves descriptions de séquences conduites dans l'atelier dont j'avais la charge. Une même séquence s'étend le plus souvent sur deux séances d'une heure espacées de quinze jours durant lesquels les élèves ont poursuivi librement leurs travaux de recherche.

Premier type de séquence : variété des supports mais pas de consigne particulière; il s'agit d'une activité mathématique habituelle pour l'élève même si le caractère ludique est accentué par la rédaction des énoncés et par l'instauration d'une «compétition» entre les groupes d'élèves constitués par affinités (voir annexe 1).

Les stratégies pour produire une réponse sont très différentes suivant les exercices et peuvent même varier de façon considérable pour un même exercice: l'exercice 1 par exemple, peut être traité soit par découpage soit en utilisant le théorème de Pythagore et les relations trigonométriques dans les «triangles rectangles»... L'enseignant est, dans cette phase, un observateur de l'activité des élèves, il n'intervient absolument pas dans les échanges à l'intérieur des groupes.

La mise en commun des travaux, lors de la séance suivante, permet de mettre en lumière la diversité des démarches. La discussion s'établit alors naturellement pour valider telle stratégie de résolution plutôt que telle autre...surtout lorsqu'il y a divergence de réponses obtenues. L'enseignant se contente, durant cette séance, de gérer la parole (exposé de la solution par un rapporteur de groupe, questions des autres groupes, débat...).

Il doit se refuser tout rôle d'arbitre; les arbitrages ne peuvent alors être rendus qu'à l'aide d'argumentations formulées par les élèves... J'ai tout de même indiqué en fin de débat que toutes les solutions proposées pour l'exercice 1 supposent, a priori, que la dalle est un carré.

Cette séquence doit conduire l'élève à se représenter ce qu'est une stratégie de recherche, à repérer des points de départ différents puis à décrire des caractéristiques de démarches qui aboutissent. Les indices ainsi relevés l'aideront, par la suite, à anticiper et à réguler ses propres démarches.

Le professeur est disponible pour déceler les besoins des divers élèves, besoins autour desquels il bâtira les séquences ultérieures.

Deuxième type de séquence: «Compte-rendu de recherche». Les élèves se répartissent par affinité en groupes de quatre et travaillent sur l'un des exercices (cf.annexe 2). L'un des élèves du groupe prend en notes les différentes étapes de la recherche. Ces notes sont exploitées au cours de la séance suivante avec l'enseignant, groupe par groupe, pour dégager a posteriori le plan de solution utilisé, les amorces de stratégies envisagées puis abandonnées. Un compte-rendu de recherche est alors rédigé et communiqué à toute la classe, que la recherche ait abouti ou non. Comme dans la séquence précédente, les énoncés peuvent être variés mais ils ne comportent pas de consignes particulières.

Au cours de cette séquence, l'élève prend conscience du processus de recherche et pas seulement des résultats de celle-ci. Dans le même temps, il fournit à l'enseignant des renseignements sur les procédures utilisées.

Troisième type de séquence:

Les groupes d'élèves sont constitués par l'enseignant sur la base des résultats obtenus dans la capacité à élaborer un plan de solution lors des devoirs surveillés. Chaque groupe reçoit le texte d'un exercice qu'il doit traiter sans communiquer avec les autres groupes. Il s'agit en fait du même exercice pour tous, mais formulé de façon très différente et, suivant les énoncés, le plan de solution est plus ou moins fourni (cf.annexe 3).

La mise en commun au cours de la séance suivante permet une prise de conscience par les élèves de la relation qui existe entre l'activité mathématique demandée et les consignes fournies, puis de la diversité des activités possibles à partir d'une même idée mathématique. L'activité mathématique est induite par l'énoncé qui doit donc être analysé (nécessité de la prise d'indices).

Quatrième type de séquence:

Les groupes d'élèves sont constitués par l'enseignant de manière à avoir la meilleure dynamique possible (complémentarité des rôles). Chaque groupe reçoit un texte différent, construit de la même manière que l'exercice 1 de la séquence précédente (cf.annexe 4), avec pour consigne de produire un plan de solution et, éventuellement, de rédiger la solution correspondante. Il est souhaitable d'obtenir un nombre pair de groupes.

Au début de la séance suivante, les groupes échangent leurs textes deux par deux en y joignant le plan de solution rédigé précédemment. Entre les deux séances, l'enseignant se contente de reprendre la rédaction des plans de solution remis par les divers groupes sans en modifier les étapes mais pour rendre correctes certaines formulations (la capacité de communiquer n'est pas l'objet direct de l'apprentissage à ce moment-là du travail). La consigne donnée aux élèves est de rédiger une solution correspondant au plan fourni ou d'indiquer en quoi ce plan est irréalisable avant de le modifier éventuellement.

La séquence se prolonge par une troisième séance au cours de laquelle sont regroupés les élèves qui ont réfléchi sur les mêmes textes initiaux (d'où l'intérêt d'un nombre pair de groupes). Le but de cette dernière partie de l'étude est de produire à partir des travaux antérieurs, des textes analogues à celui de l'exercice 4 de l'annexe

3 où le plan de solution est fourni complètement: la seule capacité exigée de celui qui fera le problème est argumentée.

Les distinctions entre plan de solution et réalisation sont alors mieux établies, ce qui doit faciliter, par la suite, les lectures d'énoncés et la conception de stratégies: un plan de solution est une suite de questions permettant à l'élève de conduire son argumentation.

Cinquième type de séquence :

Les élèves remplissent individuellement le même questionnaire de type «vrai-faux» (ou questionnaire à choix multiple...plus difficile à concevoir). Dans un deuxième temps, ils confrontent leurs réponses deux par deux et règlent les litiges qui peuvent survenir au moyen d'une argumentation (de type mathématique!) pour aboutir à une grille de réponses commune. Dans un troisième temps, l'échange de résultats se fait quatre par quatre dans le but de faire la différence entre les diverses acceptions du mot argumenter dans le langage courant et de dégager la spécificité de l'argumentation en mathématiques.

Les questions (cf.annexe 5) doivent être choisies pour permettre une utilisation de preuves de nature variée: recours à une propriété ou une convention, contre exemple, essais successifs, raisonnement par l'absurde etc... Elles peuvent, dans ce cadre-là, être formulées de façon à engendrer une «polémique» (question 6 - Annexe 5 - sans figurer les pointillés qui indiquent une représentation en perspective cavalière).

La constitution des paires d'élèves a une influence sur le déroulement de la séquence: des paires hétérogènes peuvent reconnaître la raison du plus fort...en math, sans que celui-ci fournisse une véritable justification par ses résultats. Le passage au groupe de quatre met alors en évidence la faiblesse d'une telle argumentation.

La confrontation des réponses amène l'élève à entrer dans l'argumentation de l'autre pour tester si elle contient ou non des contradictions et à prendre conscience qu'une solution juste est une solution non contradictoire

Les objectifs visés tout au long de ces séquences sont clairement inscrits dans les actuels programmes de la classe de seconde: *«entraîner les élèves à l'activité scientifique et promouvoir l'acquisition de méthodes: la classe de mathématiques est d'abord un lieu de découverte, d'exploitation de situations, de réflexion et de débat sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de synthèse dégageant clairement quelques idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée».*

Les activités proposées, conçues à partir de la résolution de problèmes, sont ancrées dans la discipline et veulent développer des capacités relatives aux méthodes de travail en mathématiques, bien sûr, mais pas seulement en mathématiques.

Ainsi définie, elles me semblent pouvoir être intégrées dans un enseignement modulaire au cours de la prochaine année scolaire.

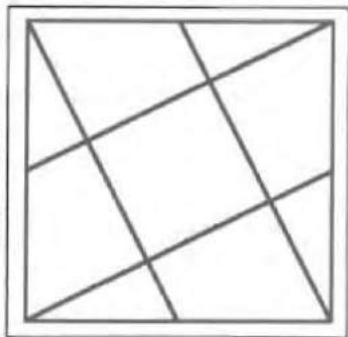
ANNEXE 1

I-La dalle de ciment.

Dans un jardin carré de 10m de côté, le jardinier tend une corde entre chaque coin et le milieu du côté opposé comme l'indique la figure.

Les quatre cordes ainsi tendues délimitent une surface à l'intérieur de laquelle les ouvriers coulent une dalle en ciment.

Quelle est l'aire de cette dalle ?

**II-Les chocolats.**

Pour son anniversaire, Charlie a eu des chocolats.

- «Combien ?» demande Bruno.

- «Je me rappelle seulement, dit Charlie, qu'il y en avait moins de 100 et que lorsque je les ai répartis en tas de 2 puis de 3 et enfin de 4, il m'en restait un à chaque fois. Lorsque je les ai mis 5 par 5, il n'en restait pas;»

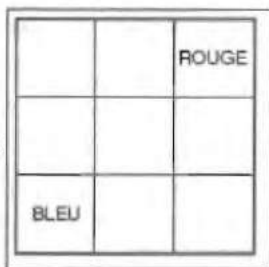
Combien Charlie a-t-il eu de chocolats? (Il y a deux réponses possibles).

III-Le carré patriotique.

Coloriez ce carré en bleu, blanc rouge de sorte que:

- Chaque petit carré soit colorié en une couleur.
- Deux petits carrés se touchant par un côté ne soient pas de la même couleur.
- Chaque couleur soit utilisée trois fois.
- Les couleurs inscrites soient respectées.

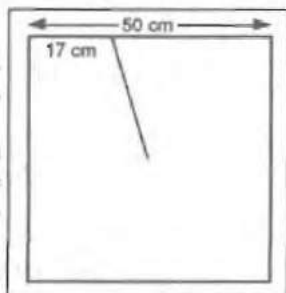
Donnez le nombre de dispositions possibles des couleurs.

**IV-Le gâteau carré.**

Un gros gâteau carré de 50cm de côté doit être partagé équitablement entre 5 enfants, tous aussi gourmands.

L'aîné s'est enhardi à faire une coupe partant du centre, comme sur le dessin. Continuez le découpage de façon que chacun ait une part de même aire, en un morceau, prenant naissance au centre du gâteau.

On notera la longueur des bouts découpés sur les côtés du gâteau.



V-Cadeaux de Noël.

Charlie a acheté 4 cadeaux pour Noël.

Tous les cadeaux sans le premier coûtent 1988F, sans le deuxième 1989F, sans le troisième 2988F et sans le quatrième 2989F.

Combien coûte le cadeau le plus cher ?

ANNEXE 2

1- Les dates sont écrites avec huit chiffres de la manière suivante :

63 septembre 1976	26.09.1976
6 juin 1971	06.06.1979
26 mai 1874	26.05.1874

Cette dernière date : 26.05.1874 est écrite avec des chiffres tous distincts.

Quelle est la prochaine date à venir (après le premier janvier 1992) qui a la même particularité d'être écrite avec des chiffres tous distincts ?

2- Peut-on recouvrir une table carrée de 90 cm de côté par deux nappes rondes de 1 m de diamètre chacune ?

ANNEXE 3

Partie commune aux quatre exercices.

Soit ABCD un carré

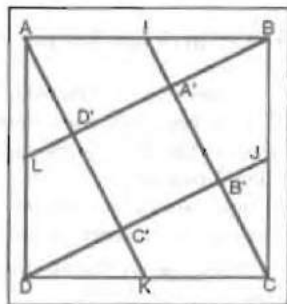
[IC] et [BL] se coupent en A'

[BL] et [AK] se coupent en D'

[DJ] et [AK] se coupent en C'

[DJ] et [CI] se coupent en B'

I, J, K et L sont les milieux des côtés du carré.



Exercice 1 :

Montrer que A'B'C'D' est un carré.

Exercice 2 :

Soit O le centre du carré ABCD. En considérant une rotation de centre O et d'angle 90° , montrer que A'B'C'D' est un carré.

Exercice 3 :

Soit O le centre du carré ABCD. On appelle R la rotation de centre O et d'angle 90° qui envoie B sur A.

- 1) Déterminer les images par R des points A, B, C, D puis les points I, J, K, L.
- 2) Déterminer les images par R des points A', B', C', D'.

3) Dédurre de 2) que $A'B'C'D'$ est un carré.

Exercice 4 :

Soit O le centre du carré $ABCD$. On appelle R la rotation de centre O et d'angle 90° qui envoie B en A .

1) Déterminer les images par R des points A, B, C, D ;

Déterminer les images par R des segments $[AB], [BC], [CD], [DA]$.

Déterminer les images par R des points I, J, K, L .

2) Montrer que la droite (IC) a pour image par R la droite (LB) ;

Montrer que la droite (LB) a pour image la droite (KA)

En déduire que le point A' a pour image par R le point D' .

3) Déterminer les images par R des points A', B', C', D' (on ne referra pas le raisonnement indiqué en 2)).

4) a) Montrer que les diagonales $[A'C']$ et $[B'D']$ du quadrilatère $(A'B'C'D')$ se coupent en O .

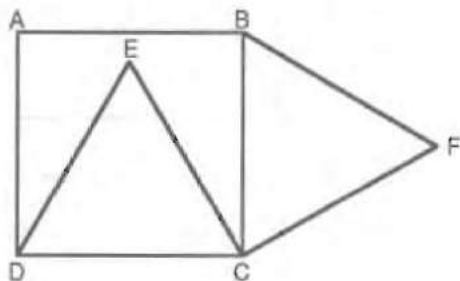
b) Montrer que ces diagonales ont même milieu O .

Montrer que ces diagonales sont orthogonales et ont même longueur.

c) En déduire que $A'B'C'D'$ est un carré.

ANNEXE 4

I



$ABCD$ est un carré. BCF et CED sont des triangles équilatéraux. Montrer que A, E et F sont alignés.

II Une île a la forme d'un triangle. Quel est le point de l'île le plus éloigné de la mer ?

III Gilles est fier de sa montre chronomètre. Il vient de constater, après son goûter, qu'à cinq heures, l'horloge de son grand-père met exactement quatre secondes pour sonner cinq coups.

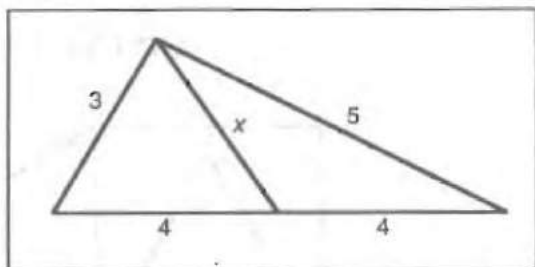
Combien de temps le même horloge mettra-t-elle pour sonner l'heure du dîner : neuf heures ?

IV Dans un verre conique, on verse successivement du mercure (densité 13,59), de l'eau (densité 1) et de l'huile (densité 0,915). Les trois liquides remplissent le verre sans se mélanger, en y formant trois couches d'égale épaisseur. Le verre contient-il alors une masse plus importante d'eau, d'huile ou de mercure ?

ANNEXE 5

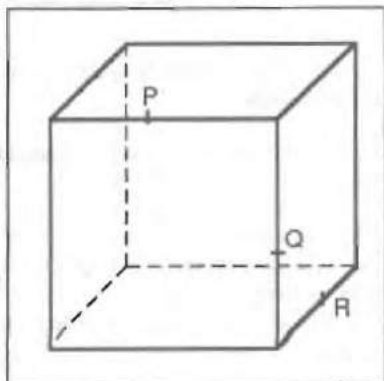
VRAI-FAUX

- 1- L'aire d'un disque est proportionnelle à son rayon.
- 2- Tout nombre x est plus petit que son carré.
- 3- Pour obtenir ma moyenne dans les disciplines scientifiques, je peux indifféremment :
 - faire la moyenne de mes moyennes annuelles de chacune des trois disciplines ;
 - faire pour chaque trimestre la moyenne dans les disciplines scientifiques et faire la moyenne de ces trois notes trimestrielles.
- 4- Dans le triangle ci-contre, x vaut 4.



- 5- Une figure qui admet deux axes de symétries admet un centre de symétrie.

- 6- Les points P, Q et R de la figure ci-contre sont alignés.



- 7- Le plus petit entier positif par lequel il faut multiplier 504 pour obtenir le carré d'un nombre entier est 14.

- 8- Lorsque p varie, les droites d'équation : $y = 2y + p$ passent toutes par un même point.