

Enseignement Secondaire et Recherche

Bernard Beauzamy

Notre titre est paradoxal : les liens entre l'enseignement secondaire et la recherche sont à peu près inexistants aujourd'hui ; cependant l'évolution scientifique et sociale doit conduire à les renforcer.

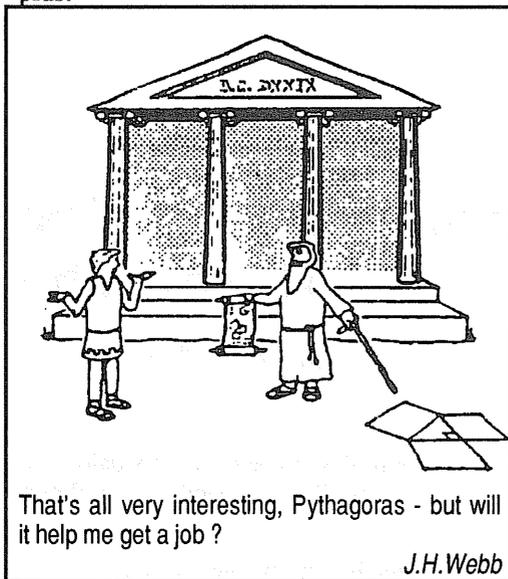
1- La recherche doit pénétrer l'enseignement secondaire.

Les mathématiques, partout où elles sont enseignées (y compris, bien sûr, à l'Université) sont présentées comme un dogme. On introduit abruptement une notion (par exemple, celle de fonction), on énonce des théorèmes, on donne des démonstrations, on fait des exercices, et on passe au chapitre suivant. Rarement (je veux dire : presque jamais), explique-t-on comment cette notion est apparue, à quoi elle sert, ni surtout quelles sont les zones d'ombre qui l'environnent : les insuffisances de la théorie.

Prenons un exemple. On enseigne fort bien aux élèves à résoudre l'équation du second degré, c'est à dire à trouver les racines des polynômes de degré 2. Pourquoi ne pas leur dire qu'on sait aussi trouver les racines de degré 3 ou 4, mais qu'aucune méthode explicite ne permet la détermination des racines lorsque le degré est 5 ou plus ? Donnez un polynôme de degré 5, si petit soit-il, à un mathématicien, si grand soit-il ; il sera incapable d'en trouver explicitement les racines.

Cet exemple très simple (on le multiplierait à l'infini) illustre mon propos : il est souhaitable de faire sentir aux élèves que nos connaissances sont

limitées ; on leur enseigne ce qu'on sait, mais ce n'est pas grand'chose. Pour cela, nulle modification des programmes n'est nécessaire : il suffit de quelques mots de critique ou d'incertitude, cinq minutes par mois tout au plus.



Lorsque j'écris que la recherche doit pénétrer l'enseignement secondaire, je veux dire par là qu'il est souhaitable de faire prendre conscience aux élèves de la présence de l'inconnu, de les y habituer, et peut-être même de leur en donner le goût.

Les mathématiques sont une école de pensée, celle de la rigueur : je m'en réjouis. Elles prépareraient encore mieux au monde moderne, qui est fait de changements et d'évolutions, si elles faisaient une petite part à

l'incertitude, à la complexité, à l'inconnu. Un état d'esprit, sans plus. Combien de chefs d'entreprise auraient gagné à être ainsi informés ? Mon propos, bien sûr, s'applique aussi à l'Université, où le caractère dogmatique des cours est encore plus affirmé et encore moins justifiable.

2. Les professeurs du secondaire doivent s'initier à la recherche.

Un tel titre suscitera bien des ricanements, ironiques ou désabusés : ils sont justifiés. Beaucoup de professeurs du secondaire ont tenté de faire des thèses (quelquefois, ils y sont parvenus), et d'obtenir un poste dans le supérieur. En général sans succès : depuis 1970, ces postes sont très rares. L'establishment mathématique a défendu une position très élitiste : "chaque année, quatre ou cinq chercheurs seulement font progresser la Science", ce qui sous-entend qu'il n'est pas nécessaire d'avoir davantage de postes.

Le résultat de cet "hyper-sélectionnisme" est une absence presque complète de recrutement, une absence d'étudiants, et un corps social en extinc-

tion : à l'heure actuelle, seuls 8% des mathématiciens français ont moins de quarante ans.

Fort heureusement, une nouvelle approche de la recherche s'est fait jour : plus ouverte, d'accès plus rapide, moins finalisée, davantage liée aux applications ; c'est dans cet état d'esprit qu'est né l'*Institut de Calcul Mathématique*.

Les autres disciplines, en plein développement, posent souvent des questions au mathématicien ; questions qu'en général il ne sait pas résoudre. Pourquoi ne pas s'y intéresser, plutôt qu'aux questions que les mathématiciens se posent à eux-mêmes, lesquelles sont souvent anciennes, difficiles, abstraites, et quelquefois gratuites ?

L'informatique, en particulier, nous fournit des outils, mais aussi des problèmes, qui sont neufs et passionnants. Un outil en plein développement est le *Calcul Mathématique Assisté par Ordinateur* (encore appelé Calcul Symbolique). C'est un ensemble de programmes pour ordinateur, destiné par exemple aux ingénieurs et techniciens, offrant toutes les fonctions mathématiques de base : dériver une fonction, rechercher une primitive, calculer des coefficients de Fourier, décomposer un nombre, un polynôme, etc : c'est une "super-calculatrice".

Pour fonctionner efficacement, les algorithmes requièrent des informations d'ordre mathématique, moins simples qu'on ne l'imaginerait au premier abord. Par exemple, pour écrire un algorithme efficace de décomposition d'un polynôme à coefficients entiers, il est nécessaire de connaître une estimation *a priori* de la taille des coefficients dans tous les facteurs. En d'autres termes, si l'on écrit $P = Q.R$, quelle est, en fonction de P , la taille des coefficients dans Q et dans R ? Autre exemple : l'identité de Bezout. Si P et Q sont premiers entre eux, il existe U et V tels que $UP + VQ = 1$. Mais de quoi dépend la taille des coefficients de U et V ? Mystère, et mystère qu'on pourrait faire sentir aux élèves, s'il m'est permis de revenir à ma préoccupation du paragraphe précédent.

De nombreux résultats mathématiques sont des résultats d'existence : telle équation admet une solution (on ne la connaît pas), telle fonction admet un maximum (on ne sait pas où il est). L'informatique nous réclame des renseignements quantitatifs, que nous sommes en général incapables de fournir : ceci oblige à reprendre la théorie à son début.

S'initier à la recherche dans ces conditions est à la portée des enseignants du secondaire, malgré leurs tâches d'enseignement : les concepts sont neufs, donc d'accès plus facile, et les questions sont moins ardues.

De surcroît, l'enseignement supérieur, dans les années qui viennent, offrira à nouveau des emplois, que le nombre de thèses actuellement passées ne suffira pas à satisfaire. L'augmentation des effectifs d'étudiants dans les Universités obligera à accroître encore le nombre de ces emplois.

Il y a donc là deux vérités bonnes à méditer : l'enseignement supérieur va faire preuve d'ouverture ; la recherche s'est modifiée, dans son esprit et dans ses buts. Je serais très heureux que nombreux soient les professeurs de l'enseignement secondaire qui pourront bénéficier de la situation nouvelle.