à propos de l'article
Calculs sur les pourcentages (*)

(*) Article de J.P.Forges paru dans le *Bulletin* n°380, pages 440 à 458

Gérard Champeyrache
Fontenay sous bois

Merci à Jean Pierre Forges pour son article qui présente avec simplicité et clarté toutes les situations où interviennent les pourcentages.

Concernant les définitions, je propose quelques compléments.

1-La notion de pourcentage est attachée à des contextes dont le modèle est exclusivement multiplicatif.

Les jeunes débutants font quelquefois l'erreur de traduire «400 + 3%» par «403» : ils ont «ajouté 3», peut-être parce qu'ils ont entendu ou vu que «100 plus 3%» vaut «103» sans déceler dans cette dernière égalité la structure multiplicative.

2-La notion de pourcentage est indissociable du concept général de proportionnalité.

C'est environ entre leurs 10ème et 15ème années que les élèves d'aujourd'hui construisent mentalement le concept de proportionnalité : de là découle, selon moi, l'incompréhension fréquente concernant la notion de pourcentage mais aussi d'autres notions, comme celles par exemple, qui sont liées aux propriétés de Thalès, celles-ci étant, dans un certain sens, «la proportionnalité appliquée au domaine géométrique».

Cette incompréhension peut en effet avoir lieu si l'enseignement proposé ne s'appuie pas sur une évaluation préliminaire de l'acquisition des schémas logico-mathématiques.

3-Outre le caractère psychogénétique précédent, s'ajoute une deuxième difficulté provenant de l'originalité troublante de la notation «%» dont ne sait que faire l'élève moyen de Terminale (toutes séries) mais dont aussi, rassurons-nous, ne sait que faire le citoyen cultivé à «bac + 3 dans un domaine non intrinsèquement scientifique».

Pour les notions liées aux propriétés de Thalès, une deuxième difficulté éprouvée par les élèves réside souvent dans le fait que l'enseignement préparant l'introduction expositive des propriétés de Thalès n'a probablement pas laissé la place suffisante à la manipulation tatonnante et expérimentale, bref à l'activité de construction géométrique hors souci de formalisation (voir annexes I et II).

4- En conséquence, il me paraît insuffisant de définir 3% par l'égalité : «3% = 0,03». Si une telle égalité était vraie, on pourrait dire et écrire indifféremment : «calculer 3% de 500 francs» et «calculer 0,03 de 500 francs». Or, cette seconde phrase n'a pas de sens (voir annexe III).

5-L'expression «3%» ne représente pas un nombre mais un «opérateur de proportionnalité» dont voici quelques expressions synonymes : 3 pour 100 ; 0,03 pour 1 ; 30 pour 1000 ; etc. La nature illimitée de cette liste de synonymes est bien conforme au fait que 3% exprime un rapport…

Le choix de la référence à 100 s'appuie sur des raisons d'ordre psychologique lié à un «empan» de la perception numérique : la référence à 1000 est trop vaste, celle à 10 insuffisante, celle à 1 exige des fractions ou des écritures à virgule qui ne sont pas comprises de la plupart des gens…seule la référence à 100 paraît convenir car elle permet à chacun un découpage mentalement appréhendable dans sa totalité : c'est en fait une échelle de 100 degrés.

En conclusion, l'opérateur de proportionnalité «3%» doit être compris comme «0,03 pour 1» et non simplement comme le nombre «0,03».

Dans l'enseignement des pourcentages, le véritable sujet étudié est le concept de proportionnalité.

ANNEXE I

Exercice : On donne une droite (D), un segment [EF].

Construire à la règle et au compas un segment [AB] satisfaisant aux conditions :
- AB = 5 cm ;
- [EF] est le projeté de [AB] parallèlement à la direction de (D).

Discussion.

ANNEXE II

Exercice : Déterminer expérimentalement la mesure de l'angle dont le cosinus est 0,37.

Indication : effectuer une projection de rapport 0,37 puis mesurer l'angle au rapporteur.

Comparer la mesure expérimentale avec la valeur donnée par une table trigonométrique.

Dresser la liste des causes le l'approximation expérimentale.

ANNEXE III

Ecritures fractionnaires et décimales. On dit couramment «prendre les 3/4 ou les 7/11 de la quantité A». On ne dit pas «prendre les 0,75 de A» : cela ne serait pas compris, cela n'a pas de sens. Remarquons aussi que la fraction admet deux oralisations : «dix-sept onzièmes» ou «dix-sept sur onze» ; seule la première prononciation est adaptée à la phase ci-dessus.

La notation fractionnaire est, en ce sens, comparable à la notation «%» : au delà d'un nombre, il s'agit ici aussi d'un opérateur de proportionnalité.

Ainsi, l'enseignement des nombres fractionnaires doit-il distinguer :
-l'aspect purement numérique pour lequel 3/4 est bien égal à 0,75 et ces deux notations peuvent indifféremment s'employer lorsqu'on ne fait appel qu'à la valeur numérique (aspect cardinal du nombre),
-l'aspect «rapport» : c'est souvent ce seul aspect qu'il faut faire intervenir dans la plupart des problèmes.

La construction de l'ensemble des nombres rationnels doit donc s'appuyer sur ces deux aspects, dès les premières définitions.