Examens et concours

Remarques sur la rédaction des sujets de baccalauréat

Commission Mots

Droite *x'x*; droite *y'y*.

On désigne souvent ainsi les droites supports des axes de coordonnées.
Exemples :

➡ ***Aix, Corse, Marseille, Montpellier, Nice, Toulouse (juin 1988. Séries C et E)***

I.Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2x}$$

et soit C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ...

3. On construit une suite de points $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de la façon suivante : A_0 est le point de C d'abscisse 2 ; pour tout $n \geq 0$, à partir du point A_n de C, on détermine B_n, deuxième point d'intersection de C avec la parallèle à $x'x$ passant par A_n...

➡ ***Amiens, Rouen (1987, série C) :***

> ...Déterminer une équation de la tangente à (C_1) au point M d'abscisse x ; cette tangente coupe l'axe des ordonnées $y'y$ en un point T...Soit t un réel donné, et T le point de $y'y$ tel que $\overline{OT} = t$.

Les désignations $x'x$ et $y'y$ ne résistent pas à la critique.

La droite passant par les deux points A et B peut se noter (AB), ou droite AB ou dte AB,... Mais ici, x, x', y, y' désignent-ils des points ? Si oui, lesquels ? Sinon, que désignent-ils ? x désigne-t-il la demi droite de même origine, de même support et de même sens que l'axe des abscisses, et x', la demi-droite opposée (c'est-à-dire de même origine et de même support que x mais de sens contraire), et de même pour y et y' avec l'axe des ordonnées ?

Mais par ailleurs, dans le même énoncé, les lettres x et y désignent aussi, souvent, l'abscisse et l'ordonnée d'un point (cf. le deuxième exemple ci-dessus) ; et y désigne en même temps l'image $f(x)$ de x s'il s'agit d'étudier la fonction f ; ainsi x et y seraient des variables numériques (ce qui n'a rien de géométrique...) ; et x' et y', alors, quelles variables désignent-ils ?

Toutes ces équivoques favorisent les erreurs chez les élèves.

On dispose pourtant de notations qui évitent ces inconvénients :

◊ L'axe d'origine O et de vecteur unitaire $\vec{i}$ peut se noter axe $(O,\vec{i})$ ou même, s'il n'y a pas d'ambiguïté, $(O,\vec{i})$; son support peut se noter droite $(O,\vec{i})$.

Si le repère du plan est noté $(O,\vec{i},\vec{j})$, les droites supports des deux axes peuvent de même se noter droite $(O,\vec{i})$ et droite $(O,\vec{j})$.

◊ Mieux encore : en désignant le repère par $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$, les droites supports des deux axes sont alors notées (OI) et (OJ) (ce qui n'empêche pas de poser

$\overrightarrow{OI} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$ si on en a besoin).

Il semble que $x'x$ et $y'y$ soient des notations fossiles qui trouvent leur ultime repère dans les repères cartésiens...où ils contribuent à fausser les idées des débutants.

Que signifie «Comparer deux droites» ?

On lit dans le ***sujet C de Paris, Créteil, Versailles, 1987*** :

> «...Comparer les tangentes à C et H+ au point d'abscisse b_k ainsi que les tangentes à C et H- au point d'abscisse c_k .»

Que signifie «Comparer deux tangentes à des courbes» ou, plus généralement, «comparer deux droites» ?

- S'agit-il de comparer leurs pentes ? Si oui, il s'agit de comparer deux nombres, c'est-à-dire de trouver quel est le plus grand ou de conclure à l'égalité. Ici, le mot *comparer* a un sens précis.
- S'agit-il de comparer leurs directions ? Dans ce cas, le mot *comparer* est si vague qu'on ne sait pas trop que répondre, surtout si elles n'ont pas la même direction.

Que signifie «Etudier la (les) variation(s) d'une fonction» ?

1-Les sujets d'examen (baccalauréat par exemple) comportent souvent les expressions suivantes :

> **«Etudier les variations de la fonction...»**
> «Etudier la variation de la fonction...»
> «Etudier le sens de variation de la fonction...»

Qu'entend-on par là ?

2-Soit f une fonction de **R** vers **R** ; soit E son existentiel (ou ensemble d'existence, ou ensemble de définition).
Il importe souvent de déterminer les intervalles inclus dans E, s'il en existe (c'est le cas pour les fonctions étudiées en Lycée), sur chacun desquels la fonction est monotone, et de préciser pour chacun d'eux si elle est croissante ou décroissante, ou constante.
C'est sans doute le minimum exigé par l'expression «étudier le sens de variation de f» dans les sujets d'examen.

3-Certains auteurs de sujets, certains enseignants, certains candidats considèrent que les trois expressions du paragraphe 1 exigent non seulement l'étude mentionnée au paragraphe 2, mais encore celle des éventuelles «limites aux bornes», celles des *extrema* éventuels, le tout rassemblé dans le traditionnel «tableau de(s) variation(s)» (et pourquoi pas, pendant qu'on y est, le dessin de la courbe représentative dans un repère cartésien ?).

4-*Exemples :*

Exemple 1 : ***Lyon, Dijon, Grenoble, Besançon, Nancy, Metz, Reims, Strasbourg, (séries C et E, juin 1987).***

A) On considère les fonctions numériques d'une variable réelle définies par :

$$x \to f(x) = \frac{1}{3}\left(x^2 + x + \frac{1}{x}\right)$$

et $$x \to g(x) = 2x^3 + x^2 - 1.$$

1.Montrer que pour tout $x \neq 0$, les nombres $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe.

2.Etudier les variations de la fonction g sur **R**.

En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet dans **R** une solution unique α, avec $0 < \alpha < 1$. (On ne cherchera pas à calculer α).

Que signifie «Etudier les variations de g» ? Pour démontrer que «l'équation...», il suffit de démontrer que g est croissante sur $\mathbf{R}_+$, que $g(0) = -1$ et que $g(1) = 2$.

Exemple 2 : ***Aix-Marseille (série D, 1986)***

«Rappeler brièvement, pour $x \in$ R+, l'étude du sens de variation des deux fonctions f et g respectivement précisées par : $f(x) = x^{10}$ et $g(x) = (1,1)^x$.»

La question est-elle sufisamment précise ?

*Exemple 3 : **Bordeaux (série C, 1988)***

a)Etudier sur R les variations de la fonction h telle que :

$$h(x) = e^x - x - 1.$$

b)En déduire que, pour tout réel α, $e^\alpha \geq \alpha + 1$ »

Pour le b), l'étude de h en $+\infty$ et en $-\infty$ était inutile.

5-Ces imprécisions dans l'emploi des expressions «sens de variation», «variation», «variations» gênent les candidats, amènent certains d'entre eux, scrupuleux, à consacrer du temps à la recherche de résultats inutiles pour la suite, et provoquent de longueus discussions dans les commissions chargées d'établir le barème de correction.

Mais nous constatons avec plaisir que progressivement ces imprécisions sont moins fréquentes.