

Dans nos classes

Les Fractals en 6ème... pourquoi pas ?

Georges Borion

Une exposition sur les «Fractals» présentée par Jean Brette du Palais de la Découverte, de passage à Poitiers, m'a emballé par la beauté des images. C'est alors que m'est revenu à l'esprit un problème publié dans une revue d'un IREM. L'auteur voudra bien m'excuser d'avoir oublié son nom.

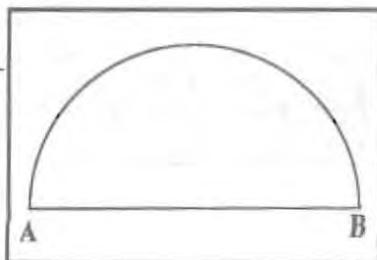
Voici l'activité que l'on peut proposer à des élèves de Sixième.

ÉNONCÉ :

Etape 0 :

Je trace un segment $[AB]$, puis le demi-cercle de diamètre $[AB]$.

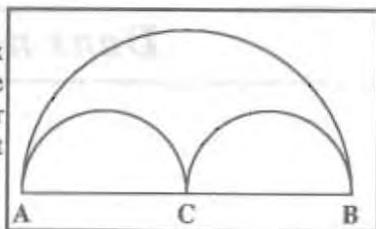
Figure 0



Etape 1 :

Je partage le segment $[AB]$ en deux parties isométriques $[AC]$ et $[BC]$, puis je trace les demi-cercles ayant pour diamètres les segments obtenus $[AC]$ et $[BC]$.

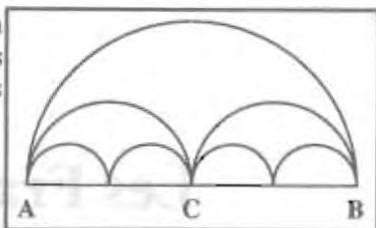
Figure 1



Etape 2 :

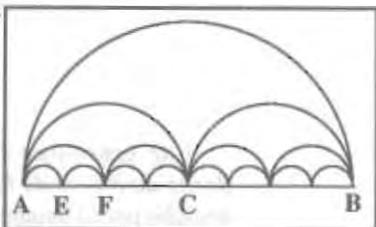
Je partage les diamètres de l'étape 1 en deux parties isométriques et je trace les demi-cercles ayant pour diamètres les nouveaux segments.

Figure 2

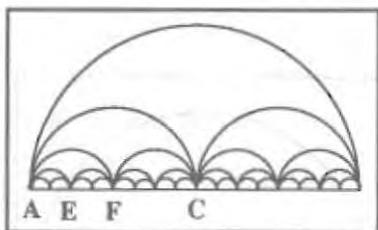


Etape 3 :

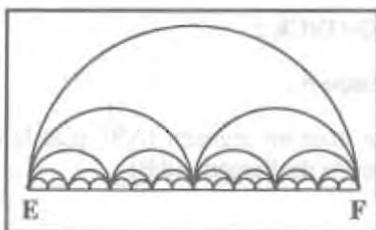
Je recommence selon la procédure indiquée à l'étape 2, et ainsi de suite



1°) Sachant que $AB = 80$ cm, reproduis le dessin situé entre les points E et F en vraie grandeur et en prolongeant par analogie les étapes 2 et 3 précédentes.



Etape 4



Etape 7

- 2°) Calcule l'aire du demi-disque de l'étape 0
 Calcule l'aire des demi-disques de l'étape 1
 Recommence pour les étapes suivantes.

Tu peux présenter tes résultats en complétant le tableau ci-dessous.

Étapes	nombre d'arcs	Longueur d'un arc	Périmètre total	Aire d'un demi-disque	Aire totale
0					
1					
2					
3					

- 3°) Calcule la longueur de la courbe entre A et B (un demi-cercle) à l'étape 0.
 Calcule la longueur de la courbe entre A et B (deux demi-cercles) à l'étape 2.
 Recommence pour les étapes suivantes.

CONCLUSION

La question 1 permet de montrer que la partie de la courbe limitée par [EF] est de la même forme que la courbe complète entre A et B. Les élèves constatent facilement que la courbe se répète indéfiniment et que toute partie est identique à la courbe elle-même.

CHAQUE PARTIE EST SEMBLABLE AU TOUT
C'est la principale propriété d'un Fractal «auto-semblable»

A la question 2, les élèves constatent rapidement que l'aire est divisée par 2 à chaque étape et, par suite, que cette aire tend vers 0. La notion de limite est assez bien admise mais il faut un certain temps à certains élèves pour admettre que la courbe donne l'impression de s'aplatir sur le segment [AB] tout en ne se confondant pas avec lui.

La question 3 montre que la courbe a une longueur constante et que cette longueur est $AB \times \pi/2$, ce qui entraîne une discussion sur la notion de dimension d'un fractal.

PROLONGEMENT

On rencontre les mêmes procédures et les mêmes conclusions avec le triangle rectangle (*figure 8*) et avec le triangle équilatéral (*figure 9*).

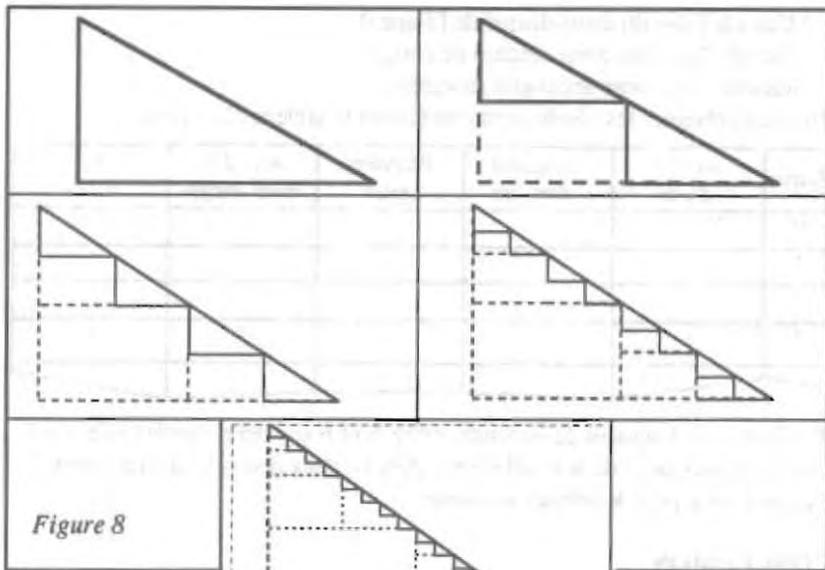


Figure 8

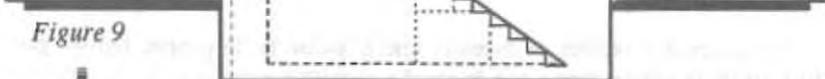


Figure 9

