

Didactique

Quelques apports théoriques sur l'apprentissage

Jean-Pierre Fornallaz
IREM de Besançon

Durant l'année scolaire 1989-90, Jean-Pierre Fornallaz et Michel Magnenet ont animé des stages sur les objectifs de référence en mathématiques en classe de seconde dans l'académie de Besançon.

Au cours de ces stages, il a été proposé aux professeurs de seconde, non seulement la présentation du document Objectifs de référence en mathématiques (DLC 15) mais aussi quelques référents théoriques dans différents domaines tels que l'apprentissage, l'évaluation.

L'article proposé ici par Jean Pierre Fornallaz est le compte-rendu d'un exposé sur l'apprentissage.

PRÉLIMINAIRE

Le référentiel présente une liste de *situations de référence* et une liste de *savoir-faire*

Une situation de référence est une situation élémentaire d'usage courant qui doit être familière à un élève de Seconde en fin d'année. Elle doit permettre à cet élève de mobiliser des savoirs sans appel de la part de l'enseignant (exemple : démontrer que trois points sont alignés nécessite l'utilisation de différentes méthodes et divers outils ...)

Un savoir-faire est un élément de base qui est indispensable à un élève pour traiter les exercices et problèmes de façon autonome en fin de Seconde (exemple : représenter une droite dont on connaît deux points). Ces savoir-faire sont des savoirs disponibles auxquels le professeur fait appel clairement.

Les élèves et le professeur ont ainsi, par la communication de ces deux listes réduit l'interrogation sur les contenus. Mais demeure le questionnement sur la façon de transmettre.

Questions posées

Première question :

Par exemple concernant le concept d'homothétie, que veut-on que l'élève ait comme idée de l'homothétie ? Quels sont les différents niveaux de représentation des élèves, leurs représentations initiales spontanées ? Comment les transformer ? Quels sont les obstacles ? La réponse appartient à l'analyse didactique de ce thème ... si elle existe.

Au passage, qu'est-ce que la DIDACTIQUE ?

"La didactique des mathématiques étudie les processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, particulièrement en situation scolaire et universitaire. Elle se propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage. Elle ne se réduit pas à chercher une bonne manière d'enseigner une notion fixée". (Régine DOUADY, enseignant chercheur à Paris VII).

Deuxième question :

Quelles sont les convictions personnelles de l'enseignant sur l'apprentissage ? Comment les élèves apprennent-ils ? Quel rôle accorder à l'erreur ? Quelle place donner aux conflits socio-cognitifs ?

Trois conceptions de l'apprentissage

Première conception : conception de la tête vide.

- Enseigner consiste à déverser un savoir dans la tête d'un apprenant, tête supposée vide et que l'on cherche à remplir.
- Solution sécurisante pour le professeur : il a fait le mieux possible, l'élève n'a qu'à bien suivre. S'il échoue, c'est de sa faute. On lui réexpliquera pour gérer ses erreurs. On le fera redoubler pour lui permettre de bénéficier de nouvelles explications.
- Il suffit donc que la communication enseignants-élèves soit idéale, la meilleure possible.
- L'élève reproduit ce que le professeur, qui détient le savoir, lui montre. En évaluation, l'élève cherche avant tout à dire ce qu'il pense que le professeur attend.

La conséquence est simple : l'élève fonctionne comme un **auto-maths**, est incapable de transférer ses connaissances, produit des règles implicites le plus vite possible. Par exemple : $(x - 1)(x - 2) > 0 \Rightarrow x - 1 > 0$ ou $x - 2 > 0$ ou bien : $\frac{5}{4} + \frac{7}{5} = \frac{12}{9}$.

Hélas, la communication a ses limites (Cf [1]).

Deuxième conception : conception des petites marches.

- Pour faire passer un élève d'un niveau de connaissances à un autre, il suffit de créer un certain nombre d'étapes intermédiaires : chaque étape comporte une petite difficulté que l'élève pourra surmonter avec l'aide de l'enseignant. On fournit à l'élève des astuces, des formules miracles, des algorithmes performants. L'illustration de cette conception est la fiche de découverte avec de nombreuses questions faciles.
- C'est le behaviorisme : le savoir est décomposable en sous-savoirs. On apprend par empilement des connaissances.
- L'élève ne peut et ne doit pas faire d'erreurs. S'il en fait, c'est que la marche était trop haute.

La conséquence : l'élève sait faire des tâches parcellaires qui ne donnent pas forcément du sens à la tâche complexe.

Les limites : ce n'est pas parce que l'élève sait faire chacune des tâches intermédiaires qui lui sont proposées qu'il saura faire l'intégralité de la tâche. De nombreuses difficultés existent pour faire transférer les connaissances à un domaine nouveau.

Troisième conception : conception de la tête pleine.

C'est une conception développée à partir des travaux des didacticiens BROUSSEAU et VERGNAUD.

1 - Les travaux de J. PIAGET concernent la genèse des concepts. Il a mis en évidence deux manières dont dispose l'apprenant pour s'adapter à la réalité : l'assimilation et l'accommodation.

Il y a assimilation lorsque l'élève se contente d'emmagasiner de nouvelles connaissances, certaines étant intégrées aux précédentes, d'autres, inconsciemment mises de côté tant qu'il n'est pas urgent de résoudre les contradictions qui en résultent.

Il y a accommodation lorsque l'élève ne supporte plus le déséquilibre engendré par les contradictions précédentes : il cherche alors à intégrer et à classer ces nouvelles informations, à réorganiser.

PIAGET écrit : *"La connaissance passe d'un état d'équilibre (où l'on est bien) à un autre par des phases transitoires, au cours desquelles les connaissances antérieures sont mises en défaut (phase de déséquilibre)"* Il y a donc équilibration, le facteur fondamental du développement cognitif.

2 - Successeurs de PIAGET à l'école de psychologie de Genève, DOIVE et MUGNY, PERRET - CLERMONT ont montré que "la résolution de conflits opposés entre pairs peut amener à une construction collective plus rapide et qu'ensuite chacun s'approprie le savoir élaboré par tous". Ainsi, l'appropriation collective de la connaissance peut précéder ou au moins favoriser l'appropriation individuelle à l'aide de conflits cognitifs.

3 - Mais PIAGET et ses successeurs se placent toujours en dehors du contexte d'enseignement, d'où le problème qui reste entier, celui du rapport entre enseignement et apprentissage : objet d'étude de la didactique.

Pour répondre à ce problème, en partie du moins, G. BROUSSEAU a élaboré une théorie des situations didactiques. "L'élève apprend en s'adaptant à un milieu qui est facteur de contradictions, de déséquilibres ...". Le savoir se-

rait donc le fruit d'une adaptation qui produit des réponses nouvelles, les manifestations de connaissances sont la preuve d'un apprentissage.

BROUSSEAU donne une classification des situations de classe :

- *situations d'action* : le savoir fonctionne sans être formulé.
- *situations de formulation* : le savoir mis en œuvre est énoncé.
- *situations de validation* : le savoir n'est plus informatif mais déclaratif
- *situations d'institutionnalisation* : c'est l'identification, la formulation, la reconnaissance, l'acceptation par tous du nouveau savoir.

G.VERGNAUD, à la suite de PIAGET, écrit au sujet de la formulation des connaissances : "l'action est source et critère du savoir".

Il insiste sur le rôle du temps dans la construction des connaissances : plusieurs années pour construire un concept. D'où la notion de *champ conceptuel* "espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures plus pertinentes en étroite connexion". Ce qui permet de travailler sur des entités plus pertinentes que des morceaux arbitraires de savoir découpés dans les programmes.

Il introduit la notion de théorème en acte, c'est-à-dire une production inventive des élèves pour entreprendre la résolution d'un problème alors qu'un tel théorème ne leur a pas encore été enseigné.

4 - Pour BACHELARD, "la genèse d'une notion mathématique dans l'histoire est constituée de franchissements d'obstacles, de conflits, de reculs ; il en est de même pour l'élève lorsqu'il doit acquérir une connaissance".

a - D'abord B.CORNU parle des "conceptions spontanées" des élèves sur des notions avant tout apprentissage ; G.BACHELARD écrit d'ailleurs : "quel que soit l'âge, l'esprit n'est jamais vierge, table rase ou cire sans empreinte" (il y aurait alors nécessité de posséder les moyens de connaître ces conceptions spontanées). Puis, lors de l'apprentissage, il va y avoir coexistence de deux conceptions. Mais d'après le principe d'économie de BROUSSEAU, A.BOUVIER écrit "après des apprentissages supposés faire acquérir de nouveaux modèles aux élèves, les modèles spontanés demeurent, cohabitent avec les modèles appris et conservent leur champ d'application ; les nouveaux modèles ne semblent spontanément utilisés que dans des situations nouvelles, rappelant la situation d'apprentissage. Les nouveaux modèles ne détruisent pas chez les élèves les modèles qu'ils utilisaient jusque là avec un certain succès".

b - C'est maintenant qu'apparaissent les erreurs. B.CORNU parle des "conceptions propres" dans lesquelles se côtoient conceptions spontanées, théorèmes et définitions du cours, des "théorèmes-élèves".

L'erreur n'est pas uniquement l'effet de l'ignorance, de l'incertitude, du hasard ou de l'étourderie mais l'effet d'une connaissance antérieure qui avait son intérêt et ses succès mais qui se révèle fautive ou inadaptée. Elle est le fruit d'obstacles de natures diverses :

- c** - d'origine psychogénétique : l'enseigné n'est pas mûr.
- d'origine didactique : obstacles créés par la situation d'apprentissage.
- d'origine épistémologique : difficulté même de la notion à enseigner, constatée dans l'histoire des mathématiques.
- d'origine psychologique : les mots, les signes, les situations ne sont pas neutres.
- d'origine sociale : des situations peuvent créer des difficultés à des élèves vivant dans certaines conditions sociales.
- d'origine technique : la technologie peut faire disparaître certains obstacles mais peut aussi en créer d'autres (exemple des calculatrices).

d - L'attitude face à l'erreur est donc révélatrice des convictions de l'enseignant :

- la stratégie de l'évitement ne permet pas à l'élève de franchir un obstacle puisqu'il ne le rencontre pas (Cf algorithmes de traitement, recettes, questions posées de plus en plus faciles qui obtiennent la signification maximum pour le maximum d'élèves - effet TOPAZE -, acceptation d'un indice de connaissance savante dans les comportements ou dans les réponses bien que banales de l'élève - effet JOURDAIN-.)
- faire une erreur n'est pas commettre une faute plus ou moins infamante.
- il y a au contraire à étudier les erreurs pour déceler les obstacles rencontrés par les élèves.

5 - *Il y a nécessité de créer des situations-problèmes pour donner du sens à une notion nouvelle.*

a - Cinq conditions pour ces situations-problèmes : (cf [3])

- 1** - L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème et peut envisager ce qu'est une réponse possible du problème.

- 2 - Les connaissances de l'élève sont, en principe, insuffisantes pour qu'il résolve immédiatement le problème.
- 3 - Le problème doit permettre à l'élève de décider si une notion trouvée est convenable ou pas.
- 4 - La connaissance que l'on désire voir acquise par l'élève doit être l'outil le plus adapté pour qu'il résolve le problème.
- 5 - Le problème peut se formuler dans plusieurs cadres entre lesquels on peut établir des correspondances (exemple : physique, géométrique, graphique ...).

b - Remarques sur ces situations-problèmes :

- Elles sont très difficiles à fabriquer.
- On ne peut fabriquer que peu de telles situations au cours d'une classe, car peu de notions s'y prêtent

6 - Pour construire un enseignement différent, restituant leur sens aux outils mis en œuvre, R.DOUADY propose une autre organisation de l'enseignement fondée sur quatre points :

I. Dans l'apprentissage, il y a cinq phases :

- phase d'action (temps de recherche avec conflits socio-cognitifs et mise en œuvre de connaissances antérieures).
- phase de formulation (le groupe explicite devant les autres les outils utilisés, la solution trouvée).
- phase de validation (la solution trouvée doit être prouvée).
- phase d'institutionnalisation (l'enseignement identifie les nouveaux savoirs et savoir-faire, il en précise les conventions).
- phase d'exercices suivie d'une évaluation (les élèves se familiarisent avec les nouveaux acquis, les font fonctionner dans des situations différentes).

Le rôle de l'enseignant est donc différent :

- dans les trois premières phases, il est la mémoire de la classe.
- puis il institutionnalise pour homogénéiser les connaissances.

II. Dialectique outil-objet. (cf[2]).

Un concept est outil lorsque nous focalisons notre intérêt sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème. Un même outil peut être adapté à plusieurs problèmes.

Un concept est objet lorsque l'outil créé est décontextualisé. Il a sa place, en tant qu'objet culturel, dans un édifice plus large qui est le savoir savant reconnu socialement à un moment donné.

L'outil peut être utilisé par un élève de manière implicite ou explicite.

III. Dialectique ancien-nouveau

- Dans la phase d'action, face à un problème, l'élève met en œuvre de l'ancien à l'aide d'outils explicités.
- Dans la phase de formulation, à cause des difficultés rencontrées, l'élève met en œuvre des outils nouveaux (parfois grâce au changement de cadres), c'est le nouveau implicite.
- Dans la phase de validation, les outils nouveaux sont formulés et acceptés en tant qu'objets.
- Dans la phase d'institutionnalisation, le cours donne statut d'objet aux concepts utilisés dans leur aspect outil.
- Dans la phase d'essais et de réinvestissement, les exercices permettent à l'élève de rencontrer un champ plus large de problèmes où il utilise comme ancien le nouvel objet. Alors s'engage un nouveau cycle de dialectique outil-objet.

IV. Changement de cadres.

Un travail important des mathématiciens est d'interpréter les problèmes, de les formuler autrement, de les transporter d'un cadre dans un autre, de se reposer alors de nouveaux problèmes ...

Un cadre est constitué d'objets d'une branche des mathématiques, des relations entre les objets, de leurs formulations et des images mentales associées à ces objets et ces relations. Deux cadres peuvent comporter les mêmes objets mais différer par les images mentales et la problématique développée.

Le changement de cadre est donc un moyen d'obtenir des formulations différentes d'un problème qui permettent un nouvel accès aux difficultés rencontrées et la mise en œuvre d'outils et techniques qui ne s'imposaient pas dans la première formulation.

Ces changements de cadres à l'initiative de l'enseignant mettent en œuvre des correspondances imparfaites entre cadres différents, sources de déséqui-

libres. Les efforts déployés pour la recherche d'un équilibre pourront se traduire par un dépassement de l'objectif visé et ainsi de suite jusqu'à la construction d'un modèle stable.

Exemple : f étant une fonction définie, continue sur $[0,1]$, vérifiant $f([0,1]) \subset [0,1]$, montrer qu'il existe un réel x tel que $f(x) = x$.

On peut être sec ... laisser chercher ... si on passe dans le cadre graphique, on envisage assez bien la réponse qu'on devra donner dans le cadre algébrique, cadre dans lequel la question est posée.

Conclusion

Un problème crucial de l'enseignement est donc :

◊ Comment permettre à l'élève d'acquérir le sens d'une notion qu'on lui enseigne ? Une connaissance prend son sens si elle permet à l'élève de résoudre un problème qu'il s'est approprié.

◊ Le problème est de savoir comment l'élève peut passer d'une conception initiale à une nouvelle conception : c'est lorsqu'il se rend compte que le savoir initial est insuffisant ou inadapté.

◊ Il faut donc permettre dans un premier temps à l'élève d'investir son ancien savoir, dans un deuxième temps, de prendre conscience de ce savoir, de son insuffisance, dans un troisième temps, de construire de nouvelles procédures.

Sinon, les conceptions initiales ressortiront à un moment ou à un autre.

Bien des questions sont soulevées par cet article. Je souhaite seulement qu'il permette à certains d'entre nous d'envisager quelques éléments de réponse.

Bibliographie

- [1] Michel MANTE : *Des erreurs aux conceptions d'apprentissage*. Travaux didactiques - IREM de LYON - janvier 1988
- [2] Régine DOUADY : *Dialectique outil-objet* - N°3 Cahier de didactique - Paris VII.
- [3] Michel MANTE : *Autour de la notion de situation-problème* .Suivi scientifique 6^{ème} (1985-86)-Publication Inter-IREM.
- [4] J.P.GOVIN : Exposé non publié - IREM de Besançon.