Courrier des lecteurs

Sur le dernier Théorème de Fermat

E.Ehrhart
Strasbourg

On sait bien à présent que si l'équation

(1) $$X^n + Y^n = Z^n \quad (n > 2 \text{ et entier})$$

avait une solution en entiers positifs, n dépasserait 10^6 ([1]).

On sait moins que les inconnues auraient des valeurs énormes.

Pour n nombre premier INKERI ([2]) a démontré en 1946 :

1) Si n ne divise aucune des inconnues, alors

$$X,Y,Z > 10^{46\,000\,000\,000}$$

nombre vertigineux, quand on songe que la distance de la Terre au Soleil est de l'ordre de 5.10^{14} millimètres.

2) Si n divise une des inconnues, alors $Z > n^{3n-1}$. Or, en 1984, MORISHIMA et GUNDERSON ont montré que le théorème de Fermat est vrai pour tout nombre premier n inférieur à $a = 54.10^9$. Par suite

$$Z > a^{3a-1} > 10^{1,8.10^9}.$$

---

[1] Conférence de S.LANG du 15 mai 1982 au Palais de la Découverte

[2] K.INKERI *Untersuchungen über die Fermatsche Vermutung,* Annales Acad.Sci.Fennicae, Ser.A.I.Math.Phys.n°33(1946)

L'étude savante d' INKERI a soixante pages. En quelques lignes nous allons montrer très élémentairement que si (1) était satisfait, les **inconnues dépasseraient 50 milliards, comme** n **.**

Sans nuire à la généralité, on peut supposer que $X < Y$. De (1), il résulte

$$(2) \qquad X^n \geq (Y+1)^n - Y^n > nY^{n-1} = \frac{n}{Y} Y^n \ .$$

Il faut donc que $Y > n$. Par suite $Z > n$ et aussi $X > n$, car (2) donne

$$n \log X > \log n + (n-1)\log Y > n \log n$$

la dernière inégalité pouvant s'écrire

$$(n-1)\log Y > (n-1)\log n.$$