Hectomètre-cube et Méga-mètre-cube

Philippe Jacquemier
38420 Revel

Quand un enfant confond a^2 et 2a, on le renvoie, dans son manuel ou son cahier, à la leçon sur *"Puissance d'un nombre"* : que signifie ce "2 placé en l'air ?"

Mais, quand il confond $3a^2$ et $(3a)^2$, il est excusable ; lui répéter que 3×5^2 n'est pas (3x5)2 mais 3 fois 25, cela suffira-t-il pour qu'il évite l'erreur ? Nos règles d'abandon des parenthèses sont venues prématurément : pourquoi, dans "le carré du triple de 5" les écrit-on, et les omet-on dans "le triple du carré de 5" ? Laissons l'enfant les écrire dans les deux cas, et les conserver aussi longtemps qu'il en éprouve le besoin ; elles lèvent l'ambiguïté où il a à se débattre, lui indiquant l'ordre selon lequel se conduit le calcul ; elles sont le condensé de schémas tels que celui ci-dessous, dont il est bon de systématiser le rappel aussi longtemps que nécessaire :

$$5 \xrightarrow{c} 25 \xrightarrow{t} 75 \quad \text{et} \quad 5 \xrightarrow{t} 15 \xrightarrow{c} 225$$

où c et t désignent respectivement "qui a pour carré" et "qui a pour triple".

Abandonner les parenthèses de $3\times(5^2)$ pour en faire 3×5^2, cela rend nécessaire une règle, dite de priorité de l'exponentiation sur la multiplication, du même modèle que la règle de priorité de la multiplication sur l'addition grâce à laquelle 3+(5x2) s'écrit 3+5x2. On peut regretter que ces deux règles soient souvent érigées au rang des règles qui expriment les priorités des opérations numériques.

Ce n'est que petit-à-petit que l'écriture $3a^2$ sera lue comme signifiant $3\times(a^2)$ et non $(3\times a)^2$. On fait de a^2 un objet et de 3 un coefficient, comme dans l'écriture d'un polynôme, et aussi par analogie avec des expressions où a désigne une longueur : $3m^2$, πR^2, qui ne sont pas $(3m)^2$, ni $(\pi R)^2$.

Mais respectons-nous nous-mêmes la convention que nous enseignons ? Notre hm^2, où h est le nombre 100, n'est pas $100\ m^2$; il est $(100\ m)^2$. Il ne faut pas trop reprocher aux enfants, à qui on a enseigné le rôle du préfixe **hecto**, de voir dans hm^2 le centuple du mètre-carré ; la règle d'abandon des parenthèses, au cas (peu probable bien sûr) où ils penseraient à elle, les conduirait à : "Il n'y a pas de parenthèses, donc hm^2 est $100\times(m^2)$ comme $3a^2$ est $3\times(a^2)$".

Sur le dépliant, fort bien présenté, distribué aux visiteurs d'une certaine centrale hydro-électrique, je lis, à une certaine page, que la capacité du bassin de retenue est 1,7 hm^3 et à une autre, qu'elle est 1,7 Mm^3.

Sans nul doute, les techniciens se comprennent, et nous, profs de math, les comprenons : il s'agit, dans le premier cas de l'(hecto-mètre)-cube, et dans le second du méga(mètre-cube) : deux noms d'une même unité de volume ; mais un seul (évidemment) de ces deux noms est en accord avec la règle d'abandon des parenthèses.

C'est le Mm^3 ; il est 1 000 000 m^3 ; les parenthèses sont abandonnées, comme dans $3a^2$. Face à la non-commutativité de la composition des applications et à notre règle d'abandon des parenthèses, l'hectomètre-cube, qui est $(100\ m)^3$ réclamerait les siennes ...

On ne les lui rendra pas, pas plus qu'aux hm^2, cm^2, etc. Mais si un jour nos élèves savent qu'un hectare, c'est un hectomètre-carré et nous disent "Donc un are c'est un mètre-carré" , l'explication à leur donner sera longue. Les préfixes de *hectare, centiare, hectolitre, centilitre* ..., n'étant accolés qu'à un seul mot (*are, litre*) et non à deux (*mètre* et *carré* ,ou bien *mètre* et *cube*) ne sont plus confrontés à ces questions de non-commutativité et de parenthésage et retrouvent leur docilité naturelle.