Dans nos classes

Mathématiques et fiscalité

Michel BIGOT
Lycée J.F.Millet. Cherbourg

Les bizarreries des fonctions qui interviennent dans le calcul de l'impôt sur le revenu et leur utilisation éventuelle dans nos classes

4 Calculez le quotient familial correspondant à votre nombre de parts.

Ce quotient « QF » est égal à : $\dfrac{\text{R (revenu imposable)}}{\text{N (nombre de parts)}}$ =

Recherchez ci-dessous la tranche dans laquelle est situé votre quotient familial « QF » (et non pas votre revenu)

5 Calculez votre impôt « I » à l'aide du barème suivant : des tranches ont été relevées de 2,6 %

Si votre « QF » $\left(\frac{R}{N}\right)$

n'excède pas 17 000 F		votre impôt sera égal à :	0
est supérieur à 17 000 F	et inférieur ou égal à 17 780 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,05) – (850 F × N)
est supérieur à 17 780 F	et inférieur ou égal à 21 070 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,096) – (1 667,88 F × N)
est supérieur à 21 070 F	et inférieur ou égal à 33 310 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,144) – (2 679,24 F × N)
est supérieur à 33 310 F	et inférieur ou égal à 42 820 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,192) – (4 278,12 F × N)
est supérieur à 42 820 F	et inférieur ou égal à 53 770 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,24) – (6 333,48 F × N)
est supérieur à 53 770 F	et inférieur ou égal à 65 070 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,288) – (8 914,44 F × N)
est supérieur à 65 070 F	et inférieur ou égal à 75 070 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,336) – (12 037,8 F × N)
est supérieur à 75 070 F	et inférieur ou égal à 125 080 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,384) – (15 641,16 F × N)
est supérieur à 125 080 F	et inférieur ou égal à 172 030 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,432) – (21 645 F × N)
est supérieur à 172 030 F	et inférieur ou égal à 203 490 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,49) – (31 622,74 F × N)
est supérieur à 203 490 F	et inférieur ou égal à 231 480 F	votre impôt sera égal à :	(R × 0,539) – (41 593,75 F × N)
est supérieur à 231 480 F	....	votre impôt sera égal à :	(R × 0,568) – (48 306,67 F × N)

Dans votre cas, le formule de calcul est la suivante :

(.................(R) × 0,...................) – (...................F × ....(N)) =

Exemple : Si votre revenu imposable est de 75 000 F et votre nombre de parts égal à 2,5, votre quotient familial « QF » = R/N = 75 000 : 2,5 = 30 000 F. Ce montant est compris dans la tranche de 21 070 F à 33 310 F.
Votre impôt est égal à : (75 000 × 0,144) – (2 679,24 × 2,5) = 4 101,9 F arrondi à 4102 F

Le calcul de l'impot sur le revenu , bien qu'il motive moins nos élèves que leurs parents, peut être l'occasion de quelques exercices intéressants sur les fonctions affines. Le système d'imposition par tranches peut être exploité à plusieurs niveaux :

- la fonction "taux d'imposition" t ,de variable x ($0 \leq x \leq R$, où R désigne le revenu imposable), fournit un bon exemple de fonction en escalier, croissante, prenant d'ailleurs, depuis 1987, des valeurs de plus en plus subtiles : 0,05 ; 0,096 ; 0,144 ; ... !

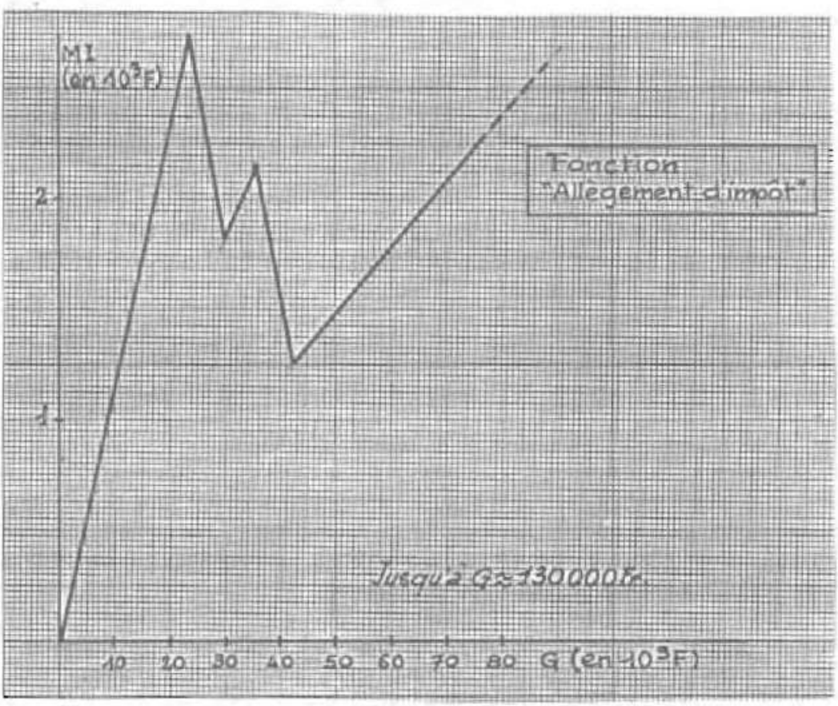
- la fonction "impôt" I , par rapport au revenu imposable R, est une bonne illustration de fonctions affines par intervalles que l'administration a, heureusement, rendues continues;

- cette fonction peut être définie comme l'intégrale de la fonction "taux" : $I(R) = \int_0^R t(x)\,dx$, ce qui a l'avantage de fournir, en Terminale, un exemple de fonction continue, non dérivable en certains points.

Il m'est arrivé de faire étudier et représenter ces fonctions, sans beaucoup de succès en Seconde (sauf en travaux dirigés), avec plus de réussite en 1ère S, et même en Terminale au temps où les fonctions en escalier et l'intégrale de Riemann figuraient au programme.

Notre système fiscal n'est pas simple : les formules du type $t.R - a$, figurant sur la notice ci-dessus doivent sembler hermétiques à plus d'un, surtout lorsqu'elles s'alourdissent du nombre de parts. On s'aperçoit d'ailleurs que la continuité de la fonction I(R) ne paraît pas évidente à bon nombre de contribuables pour qui le fait de "passer dans la tranche supérieure" est perçu comme très défavorable ! Néammoins, même si on ne peut que souhaiter une grande simplification du régime fiscal, les fonctions évoquées ci-dessus semblent "normales".

Il me paraît en être autrement de la fonction "allègement d'impôt", créée voici quelques années, dont le comportement est plus fantaisiste. Le fac-simile de la page suivante définit cette minoration MI en fonction de l'impôt noté maintenant G et le graphique la représente : c'est encore une fonction affine par intervalles, continue (à quelques francs près) mais non monotone. La fonction IR = G - MI qui en résulte (en respectant les notations de la notice) prend les valeurs indiquées dans le tableau et sa courbe présente donc des pentes successives de : 0,89 ; 1,14 ; 0,94 ; 1,14 ; 0,97 ; puis 1 (car MI = 0 lorsque G dépasse près de 130 000 Francs pour une part fiscale, c'est-à-dire pour de très hauts revenus). Même si la continuité est respectée, cette suite de coefficients directeurs oscillant autour de 1 semble bien difficile à justifier.



Impôt à payer :

Vous bénéficiez d'un allègement d'impôt.

Votre impôt G est inférieur ou égal à [illegible]	Votre impôt G est supérieur à [illegible] et inférieur à [illegible]	Votre impôt G est supérieur à [illegible] et inférieur à [illegible]	Votre impôt G est supérieur à [illegible] et inférieur à [illegible]	Votre impôt G est supérieur à [illegible]
Minoration MI = G × 11 % = ... Impôt IR = G − MI = (1)	Minoration MI = [illegible] − (G × 14 %) = ... Impôt IR = G − MI = ...	Minoration MI = G × 6 % = ... Impôt IR = G − MI = ...	Minoration MI = 7 160 F − (G × 14 %) = ... Impôt IR = G − MI = ...	Minoration MI = G × 3 % si le revenu imposable R divisé par le nombre de parts N n'excède pas [illegible] Impôt IR = G − MI = ...

IR =	0,89 G	1,14G − 5970	0,94 G	1,14G − 7160	0,97G
$\frac{MI}{G}$ (variation)	→ 0,11	↘ 0,06	→ 0,06	↘ 0,03	→ 0,03

Le vœu du concepteur de cet allègement d'impôt semblait être de définir une fonction f continue et qui soit :

- nulle en zéro et de limite nulle en $+\infty$
- toujours inférieure à la fonction "identité" : MI $\leq$ G tout de même!
- telle que $\frac{f(x)}{x}$ soit décroissante (les variations de MI/G sont portées dans le tableau ci-dessus).

La fonction obtenue, si elle satisfait bien ces conditions, présente plusieurs *extremums* difficilement justifiables alors qu'un seul maximum aurait suffi et qu'on pourrait attendre une décroissance stricte de $\frac{f(x)}{x}$, ce qui n'est pas le cas. Ce pourrait être l'objet d'une activité en classe Terminale : définir une telle fonction, aussi simple et "naturelle" que possible ; je pense à une fonction du type $x \rightarrow x.e^{-\frac{x}{a}}$ avec $a > 0$, mais il en existe sans doute bien d'autres.

Cela n'est qu'un aspect de l'extrême complexité de notre système fiscal où le législateur multiplie les corrections et les bricolages pour établir un semblant d'équité dans un maquis de revenus qui, de par sa diversité et son étendue, n'en a guère. Le résultat est patent : sans donner un meilleur sentiment de justice, il devient impénétrable à presque tous.

La vie matérielle des écoliers.

Il nous reste à parler de la vie matérielle des élèves eux-mêmes. La très grande majorité n'était pas originaire de Sélestat. Sebiz dit «qu'ils venaient en foule de toutes les régions de l'Alsace, de la Lorraine et des pays avoisinants» ([71]). Ils devaient donc

Ludimagister litterarum ignarus.
OLEARIUS, De fide concubinarum, 1505.

se préoccuper de leur logement et de leur nourriture. C'était chose facile pour les enfants des familles nobles ou bourgeoises ; les uns trouvaient un véritable foyer dans la pension tenue par

[71]) Témoignage de *M. Sebizius*, dans J. SCHMIDT, *op. cit.*, p. 297.