nouveaux programmes

classe de troisième

Voici le projet de commentaires de mathématiques pour la classe de troisième rédigé en juin 1988 par l'Inspection Générale après consultations et alors transmis aux éditeurs.

Ce projet est susceptible d'être éventuellement précisé à la suite des réunions interacadémiques de janvier 1989.

Tel quel il devrait déjà intéresser les professeurs de quatrième et éclairer leur enseignement.

Remarques préliminaires

Les commentaires des quatre classes des collèges sont indissociables ; ils se réfèrent aux lignes directrices définies en avant-propos des programmes (cf. Livre de Poche des Collèges, p. 77 à 82).

Dans le cadre du programme le professeur a toute liberté pour l'organisation de son enseignement. En particulier il lui revient de déterminer selon le niveau de la classe les résultats qui seront *démontrés* et ceux qui seront *admis*.

L'approfondissement des notions déjà acquises, l'entraînement au raisonnement déductif sont conduits dans l'esprit des classes antérieures, sans reconstruction systématique et à propos de situations nouvelles, de façon à développer les capacités de découverte et de conjecture autant que de démonstration. On évitera les exigences prématurées de formulation ; en particulier les propriétés caractéristiques demeurent exprimées à l'aide de deux énoncés séparés.

Les notations utilisées sont celles signalées en quatrième, auxquelles s'ajoutent la notation du sinus et de la tangente d'un angle aigu. Les symboles $\subset$, $\cup$, $\cap$ sont hors programme ainsi que toute notion sur les ensembles et les relations. Sont également exclues les notations relatives aux intervalles de réels et la notation "o" des lois de composition.

Les travaux numériques nécessitent l'emploi d'une calculatrice scientifique. L'usage de l'ordinateur pourra accompagner utilement les activités géométriques, numériques et graphiques.

Pour chacune des trois rubriques du programme :
— les objectifs figurent en bandeau ;
— dans la colonne de gauche sont fixés les contenus et les limites du programme, ainsi que l'orientation des activités ;
— dans la colonne de droite sont fixées les capacités exigibles des élèves.

I. TRAVAUX GÉOMÉTRIQUES

La *description* et la *représentation d'objets géométriques* usuels du plan et de l'espace, le *calcul de grandeurs* attachées à ces objets demeurent des objectifs fondamentaux.

Dans le plan, les travaux font appel aux figures usuelles (cercle, triangle, quadrilatères particuliers, polygones réguliers) et à leur transformation par symétries, translation et rotation.

Avec les travaux sur les solides, les outils acquis, comme le théorème de Pythagore, ou nouveaux, comme le théorème de Thalès, sont mis en œuvre à la fois dans le plan et dans l'espace. La recherche de sections planes d'un solide doit se limiter à des exemples simples.

1 - a. Enoncé de Thalès relatif au triangle, application à des problèmes de construction

Des activités expérimentales reliées à la pratique de la projection permettront de dégager le théorème de Thalès relatif au triangle et sa réciproque.

Cette réciproque sera formulée en précisant dans l'énoncé les positions relatives des points. Des activites de construction sur droites graduées contribueront à éclairer la correspondance entre

— Connaître, et utiliser dans une situation, le théorème de Thalès relatif au triangle $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$, B' est sur la droite (AB), C' est sur la droite (AC) et sa réciproque.

— Connaître et utiliser dans la même situation la propriété :

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

nombres et points (construire les $\frac{9}{7}$ d'un segment, placer sur une droite graduée le point d'abscisse $-\frac{2}{3}$,...).

Cependant :
— l'énoncé général du théorème de Thalès est hors programme ;
— toute intervention de mesures algébriques est exclue.

— Savoir construire quatrième proportionnelle.

b. Pyramide et cône de révolution ; volume. Section par un plan parallèle à la base

L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et de la fabrication de patrons.

Les activités sur la pyramide exploiteront des situations limitées et simples, se prêtant bien aux opérations de fabrication :
- pyramides dont une arête latérale est aussi la hauteur
- pyramides régulières à trois, quatre ou six faces latérales (une pyramide régulière est une pyramide admettant comme base un polygone régulier, l'axe de ce polygone contenant le sommet de la pyramide).

— Savoir dans des situations simples et uniquement à propos de travaux sur les solides utiliser le théorème de Pythagore pour des calculs de longueur (diagonale d'un parallélépipède rectangle, rayon d'une section plane d'une sphère, hauteur d'une pyramide régulière).

— Connaître et utiliser les formules de volume :
$V = B\,h$ pour les prismes droits et le cylindre de révolution
$V = \frac{1}{3} B\,h$ pour les pyramides et le cône de révolution.

c. Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, aires et volumes

Les activités, notamment en classe de cinquième, de dessin et de reproduction à une échelle donnée ont mis en œuvre

— Utiliser, dans l'agrandissement ou la réduction d'un objet géométrique du plan ou le principe de la multiplication des longueurs initiales par un même coefficient.

Des activités expérimentales dégageront l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires, les volumes.

de l'espace, la propriété : si les longueurs sont multipliées par k, alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes le sont par k^3.

— Connaître et utiliser la propriété, pour la section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base, d'être une réduction de la base.

2 - Angles. Relations trigonométriques dans le triangle rectangle. Angle inscrit dans un cercle et angle au centre

On n'évoquera pas d'autre unité d'angle que le degré décimal.

La définition du cosinus d'un angle aigu a été mise en place en quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu seront présentés comme des rapports dans le triangle-rectangle.

Les formules

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1,\ \tan x = \frac{\sin x}{\cos x},$$

sont seules au programme.

La comparaison d'un angle inscrit et de l'angle au centre qui intercepte le même arc fera l'objet d'activités mais aucune compétence n'est exigible sur ce point. Cette comparaison permet celle de deux angles inscrits interceptant le même arc, mais la recherche de l'ensemble des points du plan d'où l'on voit un segment sous un angle donné autre qu'un angle droit est hors programme.

— Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée :

- du sinus ou de la tangente d'un angle aigu donné,
- de l'angle aigu de sinus ou de tangente donnés.

— Connaître et utiliser dans le triangle-rectangle les relations entre le cosinus, ou le sinus, ou la tangente, et les longueurs de deux côtés du triangle.

3. Dans le plan, construction de transformées de figures par composition de deux translations, de deux symétries centrales, de deux symétries orthogonales par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires

Les travaux entretiendront la compétence sur les transformations étudiées dans les classes précédentes.

La composition de deux transformations n'apparaîtra que dans son action sur des figures et les activités s'organiseront autour de la réalisation de figures (frises, pavages...). Aucune compétence théorique en la matière n'est au programme, on rappelle que la notation "o" est exclue.

— Savoir utiliser la conservation de l'alignement, des distances, des angles par une symétrie, une translation ou une rotation explicitement donnée.

4 et 6. Translation et vecteur. Egalité vectorielle. Dans le plan rapporté à un repère, effet d'un déplacement par translation sur les coordonnées d'un point ; coordonnées d'un vecteur. Addition vectorielle

Les travaux partiront de l'expérience acquise en quatrième. Il s'agit essentiellement, sur des situations simples, de familiariser les élèves avec le maniement des vecteurs.

L'addition vectorielle, qui ne fera l'objet que d'un travail d'initiation, sera reliée à la composition de deux translations.

On évitera de donner une place excessive au calcul des coordonnées de l'image d'un point par une translation, à celui des coordonnées d'un vecteur ou de la somme de deux vecteurs.
Aucune compétence sur le calcul vectoriel n'est exigible des élèves.

Le produit d'un vecteur par un réel n'est pas au programme.

— Savoir relier l'égalité vectorielle au parallélogramme.

— Savoir construire l'image d'un point par translation connaissant le vecteur de la translation.

— Savoir que $\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$.

— Relier la construction de $\vec{AB}+\vec{AC}$ à celle du parallélogramme.

— Savoir calculer, lire sur un graphique, les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ connaissant les coordonnées des points A et B.

5. Distance de deux points en repère orthonormal. Equation d'une droite sous la forme

$y = mx$, $y = mx + p$, $x = p$;

coefficient directeur.
Parallélisme, orthogonalité en repère orthonormal

Les activités se placeront dans le cadre des différentes rubriques du programme. Elles mettront en œuvre les outils de géométrie plane ; elles permettront aussi de consolider la notion de fonction linéaire introduite en quatrième.

On se limitera au cas des repères orthogonaux. L'équation générale d'une droite sous la forme $ax+by+c=0$ est hors programme ; ceci n'exclut pas le traitement d'exemples numériques de ce type par retour à l'une des formes figurant au programme.

Dans le cas d'un repère orthonormal on explicitera le lien entre un coefficient directeur strictement positif et la tangente de l'angle aigu formé avec l'axe des abscisses.

— Calculer la distance de deux points définis par leurs coordonnées dans un repère orthonormal.

— Tracer une droite donnée par son équation, ou par son coefficient directeur et un point.

— Déterminer l'équation d'une droite définie :
- par deux points ;
- par son coefficient directeur et un point.

— Savoir reconnaître ou exprimer à l'aide des coefficients directeurs le parallélisme de deux droites ou, en repère orthonormal, leur orthogonalité.

II. TRAVAUX NUMÉRIQUES

La *résolution de problèmes* (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme.

La pratique du calcul exact et approché doit conduire, à l'issue de la classe de troisième, à une bonne maîtrise des règles opératoires et des règles de comparaison des nombres.

L'entraînement au calcul littéral se poursuit et doit aboutir à une relative autonomie.

1. Ecritures littérales ; factorisation d'expressions de la forme

a^2-b^2, $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$

Comme en quatrième, les travaux s'articuleront suivant deux axes :

— Savoir factoriser des expressions telles que :

— utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques ;
— utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes divers.

Les activités viseront à assurer la maîtrise du développement d'expressions simples ; par contre la maîtrise de la factorisation n'est pas un objectif de la classe de troisième. On entretiendra les compétences en matière de calcul sur les puissances.

$(x+1)(x+2)-5(x+2)$;
$(2x+1)^2+(2x+1)(x+3)$.

— Connaître les égalités :

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

et savoir les utiliser sur des expressions numériques ou littérales telles que :

$101^2=(100+1)^2=100^2+200+1$
$(x+5)^2-4=(x+5)^2-2^2=$
$(x+5+2)(x+5-2)$.

2. Calculs élémentaires sur les radicaux racines carrées. Produit et quotient de deux radicaux. Puissance d'ordre 2 ou 4 d'un radical

La touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ de la calculatrice, qui a déjà été utilisée en quatrième, permet le calcul approché des radicaux. On met en place, par ailleurs, les règles de calcul ci-contre.

Le calcul sur des expressions comportant des radicaux (telles que $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$, $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$) n'est pas un objectif du programme. Comme dans les classes antérieures on habituera les élèves à écrire un nombre sous la forme la mieux adaptée au problème posé.

— Savoir que, si a désigne un nombre positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a.

— Savoir déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x tels que $x^2=a$, où a désigne un nombre positif.

— Sur des exemples, numériques, utiliser les égalités :

$(\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a^2}=a$,

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}.\sqrt{b}$, $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, où a et b désignent deux nombres positifs.

Par exemple : $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

$$\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

3. Equations et inéquations du premier degré :
Méthodes graphiques de résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à coefficients numériques
Méthodes de résolution d'un système de deux équations ou inéquations du premier degré à

— Savoir et utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ab et ac sont dans le même ordre que b et c si a est strictement positif, dans l'or-

deux inconnues à coefficients numériques
Exemples variés de problèmes se ramenant au premier degré

Les travaux se placeront dans le cadre des différentes parties du programme. Comme en quatrième on dégagera, sur les exemples étudiés, les différentes étapes du traitement d'un problème : mise en équation, résolution, interprétation du résultat. On habituera les élèves à tester l'exactitude ou la vraisemblance des résultats.

Les activités de résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques permettront de pratiquer les méthodes de substitution ou de combinaisons.

Pour la résolution graphique d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques, on se ramènera aux équations de droites figurant au programme (cf. travaux géométriques §5).

Aucune compétence n'est exigible sur les inéquations du premier degré à deux inconnues. L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable est hors programme.

dre inverse si a est strictement négatif.

— Résoudre une inéquation ou un système de deux inéquations du premier degré à une inconnue à coefficients numériques.

— Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques admettant une solution et une seule.

— Mettre en équation et résoudre un problème simple conduisant à un tel système.

— Savoir interpréter graphiquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, les droites associées étant sécantes.

— Résoudre une équation mise sous la forme A.B = 0 où A et B désignent deux expressions du premier degré de la même variable.

III. ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

L'objectif essentiel est de gérer des situations concrètes, relevant en particulier des thèmes transversaux, à l'aide de tableaux, de diagrammes, de graphiques.

Dans les situations mettant en jeu des fonctions, on continue d'habituer les élèves à utiliser des expressions telles que "en fonction de", "est fonction de" ; on pourra introduire prudemment la notation f(x), mais toute définition de la notion de fonction ou d'application est exclue.

1. Application affines : représentation graphique d'une application affine

Les travaux porteront sur les diverses parties du programme. On mettra en évidence la proportionnalité des accroissements.

On pourra, à partir de situations simples, construire des tableaux de valeurs d'une fonction non affine, mais aucune connaissance sur de telles fonctions n'est au programme

— Déterminer une application affine par la donnée de deux nombres et de leurs images.

— Savoir construire un tableau de valeurs d'une fonction affine.

— Représenter graphiquement une application affine donnée et exploiter cette représentation.

2. Exploitation de données statistiques : moyenne ; moyennes pondérées ; médiane

Les travaux permettront de faire la synthèse des activités analogues des années antérieures.

Les élèves seront initiés au calcul de moyennes pondérées, et la notion de médiane sera dégagée, mais aucune connaissance n'est exigible sur ces deux points.

— Savoir lire et exploiter des données statistiques mises sous forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences, savoir calculer une moyenne.

— A partir de données statistiques, calculer les effectifs ou les fréquences, les présenter dans des tableaux et tracer les diagrammes correspondants.

3. Mise en œuvre de la proportionnalité sur des grandeurs-quotients ou sur des grandeurs-produits

Les travaux consolideront l'acquisition de savoir-faire dans les situations relevant de la proportionnalité.

Les situations nouvelles mettant en jeu des grandeurs-quotients ou des grandeurs-produits seront tirées de la vie courante (par exemple : consommation au compteur d'un appareil électrique de puissance donnée ; passage, pour la consommation d'un véhicule, du nombre de litres aux 100 km au nombre de km par litre), mais aucune connaissance n'est exigible à ce propos.

— Savoir traduire par une fonction une augmentation ou une diminution exprimée en pourcentage. Par exemple : savoir qu'une augmentation de 5 % fait passer de la valeur X à la valeur 1,05 X.

4. Résolution d'équations par essais et corrections successifs

Certains problèmes mèneront à la résolution approchée d'équations $f(x) = a$ ne relevant pas du modèle $mx + p = 0$; cette résolution conduira à des activités graphiques ou à des activités numériques nécessitant l'emploi d'une calculatrice, mais aucune compétence n'est exigible à ce propos.

5. Analyse (et construction) d'algorithmes comme suite d'instructions aboutissant à la résolution d'un problème donné. Application numérique à l'aide d'un ordinateur

Il s'agit d'une simple initiation, par exemple, sur des situations telles que croissance d'une population, intérêts composés... mais aucune compétence n'est exigible à ce propos. Les calculatrices ou l'ordinateur pourront être utilisés avec profit.