

nouveaux programmes

classe de quatrième

*explicitation des connaissances,
des méthodes et des capacités exigibles
des élèves*

Remarques préliminaires

Les travaux mathématiques de la classe de quatrième prolongent ceux de sixième et de cinquième :

- ils mettent en œuvre et consolident, sans reconstruction systématique et à propos de situations nouvelles, les notions et outils mathématiques antérieurement étudiés ;
- ils accentuent progressivement, sans rupture avec l'esprit des classes antérieures, l'entraînement au raisonnement déductif tout en évitant les exigences prématurées de formulation : en particulier, les propriétés caractéristiques seront formulées à l'aide de deux énoncés séparés.

Les commentaires de ces trois classes sont indissociables ; ils se réfèrent aux lignes directrices définies en avant-propos des programmes (livre de poche des collèges, pages 77 à 82). Dans le cadre du programme, le professeur a toute liberté pour l'organisation de son enseignement. En particulier il lui revient de déterminer selon le niveau de sa classe les résultats qui seront démontrés et ceux qui seront admis.

Les notations utilisées sont celles signalées en cinquième, auxquelles s'ajoutent la notation du cosinus d'un angle aigu, celle du vecteur, et le symbole \approx pour désigner une approximation d'un nombre. Les

symboles \subset , \cup , \cap sont hors programme, ainsi que toute notion sur les ensembles et les relations.

Les travaux numériques nécessitent l'emploi d'une calculatrice scientifique. L'utilisation de l'ordinateur pourra accompagner utilement les activités géométriques, numériques et graphiques.

Pour chacune des trois rubriques du programme :

- les objectifs figurent en bandeau ;
- dans la colonne de gauche sont fixés les contenus et les limites du programme, ainsi que l'orientation des activités ;
- dans la colonne de droite sont fixées les capacités exigibles des élèves.

I. Travaux géométriques

La description et la représentation d'objets géométriques usuels du plan et de l'espace, le calcul de grandeurs attachées à ces objets, demeurent des objectifs fondamentaux.

Dans le plan les travaux font appel aux figures usuelles (triangle, cercle, quadrilatères particuliers, polygones réguliers). Les propriétés caractéristiques usuelles du losange, du rectangle, du carré et du parallélogramme sont exigibles. De nouveaux outils, notamment les projections, le théorème de Pythagore, les translations, viennent s'ajouter aux outils des classes antérieures ; à ces enrichissements correspond un développement des capacités de découverte et de démonstration.

Dans l'espace, les travaux sur la *sphère* et sur les *solides étudiés en sixième et cinquième* exploitent largement les résultats de géométrie plane.

1. Dans le plan, projection sur une droite selon une direction

— Conservation du milieu par projection ; configurations triangulaires prenant appui sur cette propriété.

— Projection orthogonale ; cosinus d'un angle comme opérateur de projection orthogonale.

Les projections n'ont pas à être présentées comme des applications du plan sur une droite ; elles n'interviennent qu'à partir de figures.

Des activités expérimentales permettront de dégager la propriété de conservation du milieu par projection, qui pourra être admise.

— Construire le projeté d'un point, d'un segment.

— Savoir utiliser dans une situation donnée :

- la propriété de conservation du milieu par projection,
- les propriétés du segment qui joint les milieux de

Quant à la proportionnalité des longueurs entre segments et projetés, elle sera expérimentée dans le seul cas de la projection orthogonale et conduira à la définition du cosinus d'un angle aigu comme coefficient de proportionnalité.

On n'évoquera pas d'autre unité d'angle que le degré décimal.

2. Problèmes de plus courte distance

Inégalité triangulaire ;

Distance d'un point à une droite.

Les activités se placeront dans le cadre des différentes rubriques du programme.

La pratique des tracés de figures mettant en jeu des triangles ou des cercles montrera l'intérêt de l'inégalité triangulaire et permettra de préciser dans quel cas on obtient l'égalité.

La distance d'un point à une droite sera utilisée, en particulier dans des calculs d'aires planes. On étudiera l'ensemble des points situés à une distance imposée d'une droite donnée.

3. Triangle : médianes et centre de gravité, hauteurs et orthocentre, bissectrices et cercle inscrit

deux côtés d'un triangle.

— Savoir calculer les coordonnées du milieu d'un segment.

— Savoir utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle et les longueurs des deux côtés adjacents.

— Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée :

- du cosinus d'un angle aigu donné,
- de l'angle aigu de cosinus donné.

— Connaître et utiliser la propriété pour chaque côté, d'un triangle d'être inférieur à la somme des deux autres.

— Connaître le régionnement du plan par la médiatrice.

— Reconnaître la position relative d'une droite et d'un cercle. Connaître l'axe de symétrie de la figure formée par une droite et un cercle.

— Tracer, reconnaître la tangente à un cercle en l'un de ses points.

On évitera de donner à ce paragraphe une place excessive.

Triangle rectangle : *cercle circonscrit, propriété de Pythagore et sa réciproque.*

Les relations métriques dans le triangle rectangle autres que celles mentionnées ci-contre ne sont pas au programme.

4. Sphère : section par un plan, aire et volume

Les travaux s'appuieront entre autres sur des activités relevant d'autres disciplines, en particulier la géographie (repérage sur la Terre par méridien et parallèle).

Ils mettront en œuvre les outils de géométrie plane et permettront de revenir sur des propriétés de parallélisme et d'orthogonalité dans l'espace.

5. Dans le plan, transformation de figures par translation ou rotation ; translation et vecteur ; polygones réguliers

Pour l'ensemble de cette rubrique, il s'agit d'un travail d'initiation ; l'étude de ces notions sera poursuivie en troisième.

a) Comme en sixième et cinquième,

— Tracer les bissectrices, les hauteurs, les médianes, les médiatrices d'un triangle et savoir qu'elles sont concourantes.

— Caractériser le triangle rectangle par :

- la médiane relative à l'hypoténuse,
- la propriété de Pythagore.

— Calculer, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice, un côté d'un triangle rectangle à partir de la donnée des deux autres côtés.

— Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.

— Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan et la position de son centre.

— Savoir calculer l'aire et le volume de la sphère et des solides vus en sixième et cinquième.

— Construire l'image, par

les activités porteront d'abord sur un travail expérimental permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures à partir desquelles se dégageront de façon progressive les propriétés conservées par translation ou rotation, propriétés qu'on exploitera dans des tracés.

La translation et la rotation n'ont à aucun moment à être présentées comme des applications du plan dans lui-même. Suivant les cas, elles apparaîtront dans leur action sur une figure, ou comme laissant invariante une figure.

La translation sera reliée au parallélogramme.

b) Les vecteurs sont introduits "naïvement" par direction, sens, longueur. A toute translation on associe son vecteur. Si, dans une translation, A' est l'image de A et B' celle de B, on écrit :

$$\vec{AA'} = \vec{BB'}$$

c) Les activités sur les polygones réguliers porteront sur le triangle équilatéral, le carré, l'hexagone et éventuellement l'octogone. On décrira notamment les symétries et les rotations laissant invariant un triangle équilatéral, un carré.

une translation ou une rotation donnée :

- d'un point, d'une droite,
- d'une demi-droite, d'un cercle.

— Construire un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier connaissant son centre et un de ses sommets.

II. Travaux numériques

La résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. Il convient de ne pas privilégier les exercices de technique pure.

La pratique du calcul exact ou approché sous différentes formes complémentaires (calcul mental, calcul à la main, emploi d'une calculatrice) a pour objectifs :

- la maîtrise des règles opératoires de base,
- l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison de nombres,
- la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre selon la situation.

Le calcul littéral sera introduit avec prudence.

1. Nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire

Toute étude théorique des propriétés des opérations est exclue.

a) *Multiplication : règle des signes. Division : approximation décimale d'un quotient. Addition en écriture fractionnaire.*

Les élèves ont la pratique de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale ou fractionnaire.

L'extension de cette opération au cas des nombres relatifs s'appuie sur la règle des signes : on pourra s'en tenir aux justifications qui relèvent d'un modèle concret quand cela est possible, par exemple pour le produit d'un nombre relatif par un entier positif, et admettre le résultat dans les autres cas.

L'addition de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire ou la recherche d'une simplification d'écriture peut demander dans certaines situations la détermination de multiples ou de diviseurs communs à deux nombres entiers, mais les notions de plus petit multiple commun et plus grand diviseur commun sont hors programme.

b) *Puissances entières d'exposant positif ou négatif. Écriture des nombres en notation scientifique et en notation ingénieur. Ordre de grandeur d'un résultat.*

Cette rubrique ne doit pas donner lieu à des calculs artificiels sur les puissances entières d'un nombre relatif. On s'en tiendra au cas d'exposants simples et l'on fera le lien entre les deux

— Calculer le produit de nombres relatifs simples dans les différents cas de signes qui peuvent se présenter.

— Déterminer une valeur décimale approchée du quotient de deux nombres décimaux positifs.

— Savoir utiliser, sur des exemples numériques, les égalités :

$$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}, \quad \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

où a, b, c, d sont des nombres décimaux relatifs.

— Calculer la somme de nombres relatifs en écriture fractionnaire.

— Sur des exemples numériques, écrire un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir une puissance de 10.

Par exemple : écrire 18207,5 sous l'une des formes :

$$182075 \times 10^{-1}; 1,82075 \times 10^4.$$

écritures

$$\left\{ \frac{1}{x}, x^{-1} \right\}$$

de l'inverse d'un nombre relatif non nul.

Les activités insisteront sur l'usage des puissances de dix. Elles seront motivées par l'emploi des calculatrices, lesquelles utilisent la notation scientifique.

La notation ingénieur n'est pas exigible.

c) Conventions et propriétés opératoires.

Comme en cinquième sur les nombres positifs, l'étude de situations numériques faisant intervenir des enchaînements d'opérations sur les nombres relatifs entraînera les élèves :

- à l'usage des priorités opératoires et aux conventions usuelles d'écriture,
- à l'organisation et à la gestion d'un programme de calcul, par exemple en plaçant ou en supprimant des parenthèses dans une expression correspondant à un calcul donné.

2. Généralisation des études précédentes aux calculs portant sur des écritures littérales. Développement d'expressions

— Utiliser, sur des exemples numériques, en liaison avec les calculatrices scientifiques les égalités :

$$10^m \cdot 10^n = 10^{m+n} ; \frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

où m et n sont des nombres entiers relatifs.

— Savoir utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur.

— Savoir utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples, des égalités telles que :

$$a^2 \times a^3 = a^5 ; \frac{a^2}{a^5} = a^{-3} ;$$

$$[ab]^2 = a^2b^2$$

où a et b sont des nombres relatifs non nuls.

- Sur des exemples numériques, écrire, en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs. Organiser et effectuer les séquences de calcul correspondantes.

style $(a + b)(c + d)$.

Exemples simples de factorisation. Réduction de sommes algébriques

On évitera de donner à ce paragraphe une place excessive.

Les activités de développement et de factorisation prolongent celles de la classe de cinquième qui prenaient appui sur l'expression $k(a + b)$. Elles devront répondre à un objectif précis (gestion d'un calcul numérique, résolution d'une équation) qu'il conviendra d'explicitier. Toute étude d'expressions à plusieurs variables introduites a priori est exclue, ainsi que tout exercice de virtuosité.

Les activités s'articuleront essentiellement suivant deux axes :

- utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques,
- utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes divers.

Le développement de certaines expressions du type $(a + b)(c + d)$ peut conduire à des simplifications d'écriture, mais les égalités remarquables ne sont pas au programme ; l'objectif est d'apprendre aux élèves à développer pas à pas $(a + b)(c + d)$ en une somme de quatre termes.

3. Ordre : comparaison de nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre

La pratique de la comparaison de deux nombres relatifs acquise en classe de cinquième doit s'étendre au cas d'écritures fractionnaires. Les élèves apprendront à utiliser selon la situation un procédé direct de comparaison [écritures de même dénominateur ou de

— Sur des exemples numériques ou littéraux développer une expression du type

$$(a + b)(c + d).$$

— Effectuer une factorisation simple, le facteur pouvant être numérique ou littéral (par exemple, mettre en facteur x dans $2x + x^2$ ou 2 dans $2\pi - 6$).

— Savoir tester un développement ou une factorisation d'une expression littérale par des substitutions de valeurs numériques à la variable en jeu.

— Comparer deux nombres relatifs simples en écriture décimale ou fractionnaire.

— Ecrire les encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écri-

même numérateur, signe de la différence...) ou, en l'argumentant, une procédure de comparaison s'appuyant sur des valeurs approchées des deux nombres.

4. Résolution de problèmes aboutissant à des équations, à des inéquations du premier degré à une inconnue

Ces problèmes interviennent dans les différentes parties du programme.

On dégagera, sur des exemples étudiés, les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation, interprétation du résultat.

Pour les inéquations, on se limitera à une simple initiation.

Le programme porte uniquement sur des équations et inéquations du premier degré ; sont donc exclus des problèmes aboutissant par exemple à $(x-2)(2x-3)=0$.

ture décimale.

— Savoir utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme $a+b$ et $a+c$ sont dans le même ordre que b et c .

— Savoir utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ab et ac sont dans le même ordre que b et c si a est strictement positif.

— Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

— Déterminer et représenter sur un axe, les solutions d'une inéquation telle que $2x > 3,5$ ou $3x < -5$ (coefficient de x positif).

III. Organisation et gestion de données. Fonctions

L'objectif essentiel est la lecture, l'interprétation et l'utilisation de tableaux, de diagrammes et de graphiques, ainsi que leur fabrication dans des cas simples.

La mise en œuvre de nouveaux outils de représentation accentue la maîtrise des situations de proportionnalité et permet de mieux gérer et organiser des données statistiques simples. Les travaux ne peuvent se concevoir qu'à partir de situations concrètes ; ils font en particulier référence aux thèmes transversaux figurant au programme.

Dans les situations mettant en jeu des fonctions, on continue d'habi-

tuer toujours les élèves à utiliser des expressions telles que "en fonction de", "est fonction de", mais toute définition de la notion de fonction ou d'application est exclue.

Les travaux de représentation graphique de données numériques pourront faire l'objet d'activités sur ordinateur.

1. Applications linéaires et proportionnalité : représentation graphique d'une application linéaire, notion de coefficient directeur, de pente

La pratique de la proportionnalité conduit à la notion d'application (ou fonction) linéaire.

Les travaux mettront en évidence :

- la signification du coefficient de l'application linéaire, celle-ci fonctionnant comme une "machine à multiplier",
- l'image par une application linéaire d'une somme ou du produit par un nombre donné, ce qui permet à l'occasion de faire fonctionner l'application linéaire sans utiliser son coefficient,
- la représentation graphique d'une application linéaire (on admettra que c'est une droite).

2. Exploitation de données statistiques

Fréquences relatives et leur expression en "pour cent" ; effectifs cumulés, fréquences cumulées.

Les travaux prendront appui sur des situations faisant référence aux thèmes transversaux.

Les effectifs cumulés et fréquences cumulées peuvent se révéler utiles à l'occasion d'activités, mais rien n'est exigible à leur sujet.

— Savoir traduire une situation de proportionnalité par une relation telle que

$$y = \frac{1}{2}x \text{ ou } y = -3x.$$

— Déterminer une application linéaire par la donnée d'un nombre non nul et de son image.

— Représenter graphiquement une application linéaire donnée et exploiter cette représentation.

— Savoir lire des données statistiques présentées sous la forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences.

— A partir de données statistiques, présenter les effectifs ou les fréquences dans des

**3. Application aux pourcentages et aux indices (base 100 pour).
Mise en œuvre de la proportionnalité sur des grandeurs
(vitesse en km/h, débit, ...)**

Il s'agit d'activités illustrant les rubriques précédentes. Les élèves seront initiés à la lecture de tableaux ou de représentations graphiques donnant les variations d'un indice [par exemple indice des prix de détail de l'année 1987 sur la base 100 pour l'année 1980], mais aucune connaissance n'est exigible à ce propos.

tableaux et tracer les digrammes correspondants.

— Savoir utiliser l'égalité $d = vt$ pour des calculs de distance parcourue, de vitesse ou de temps.

Bulletin de souscription valable jusqu'au 30 juin

à retourner à :

A.P.M.E.P. - 26, rue Duméril 75013 PARIS

CCP 57 08 21 N PARIS

Nom

Prénom

Adresse d'expédition

(adresse de l'établissement si possible)

Commande exemplaires

de la brochure "EVALUATION 5^e de l'A.P.M.E.P."
au prix unitaire de 70 F (port compris)

..... exemplaires

de la brochure "EVALUATION 6^e de l'A.P.M.E.P."
au prix unitaire de 55 F (port compris)

Total F