quelques réflexions à propos des dessins de courbes

demandés à l'écrit du baccalauréat en 1986 et 1987

par la Commission "Mots"

La quasi-totalité des épreuves de baccalauréat comporte le tracé d'au moins une courbe, introduite soit par l'une de ses équations, soit comme résumé graphique des propriétés d'une fonction.

Présentée ainsi, la tâche paraît claire et les candidats, en général, comprennent ce qu'on attend d'eux. Les correcteurs sont parfois moins sereins car une lecture attentive des textes décèle des sous-entendus, voire des imprécisions, qui embarrassent les commissions de barème.

D'un texte à l'autre, on demande tantôt de *tracer* une courbe, tantôt de la *construire*, plus rarement de la *dessiner*. Ces verbes sont-ils synonymes ? Et que doit faire le candidat ? Peut-il se contenter d'un tracé point par point à l'aide d'une calculatrice ? La courbe doit-elle être assortie de quelques tangentes, et, si oui, lesquelles ? Dans l'expression *donner l'allure générale de la courbe*, qu'entend-on par allure générale ?

Quelques exemples vont illustrer et préciser ces questions.

Construire une courbe

La question 2° b du problème d'Aix-Marseille, série C, 1987, demande de *construire* Γ_{-1} *et* Γ_1 .

Γ_{-1} a pour équation $y^2 = -x^2+2x+3$. En écrivant cette équation sous la forme $(x-1)^2+y^2=4$, le candidat est censé reconnaître en Γ_{-1} le cercle de rayon 2 et de centre I_{-1} de coordonnées (1;0). Il va de soi qu'il doit le dire et qu'il peut dessiner Γ_{-1} à l'aide d'un compas.

La situation est moins nette en ce qui concerne Γ_1 dont une équation est $y^2=x^2-9$. La question 2° a permet d'affirmer qu'il s'agit d'une conique dont le centre est l'origine du repère. Mais à partir de là, le candidat peut-il se contenter de dessiner Γ_1 point par point ? Doit-il calculer les coordonnées des sommets de Γ_1 ? Doit-il donner une équation de chaque asymptote ? Doit-il préciser que Γ_1 est une hyperbole équilatère et, pourquoi pas ?, calculer les coordonnées de ses foyers ?

Sans compter qu'une autre possibilité s'offre au candidat : étudier la fonction :

$$x \to \sqrt{x^2-9}\ ,$$

tracer sa courbe représentative et en déduire Γ_1 en utilisant la réflexion de miroir (OI).

Bien que plus détaillée, la question C 1° du problème de Lille, série C, 1987, ne lève qu'en partie l'ambiguïté précédente ; en voici le texte :

Soit H *l'hyperbole d'équation* $x^2-3y^2=3$ *. Déterminer ses asymptotes, son foyer d'abscisse positive et la directrice associée. Calculer son excentricité. Construire* H.

A partir de ces deux exemples, on pourrait être tenté de croire que l'expression *construire une courbe* suggère une construction fondée sur des considérations géométriques, voire, dans les cas les plus simples, une construction à la règle et au compas. Mais ce n'est certainement pas ce à quoi pensaient les auteurs du problème des Antilles-Guyane, série C, 1987, qui, à la question C 1°, demande de *construire la courbe* de représentation paramétrique : $x(t)=4\cos t$ et $y(t)=\sin 2t$, non plus que ceux du problème de la Polynésie Française, série C, qui demande de *construire la courbe* représentative de F définie par :

$$F(x)=G(2x)-G(x) \quad \text{et} \quad G(x)=-\frac{\ln^2 x}{x}-2\frac{\ln x}{x}-\frac{2}{x}\ .$$

Contentons-nous donc de constater que, dans la plupart des cas, *construire une courbe* est synonyme de *tracer une courbe.*

Tracer une courbe

Le plus souvent, il s'agit de *tracer la courbe représentative d'une fonction* préalablement étudiée. Cette fois, la tâche paraît mieux cernée. Voyons ce qu'il en est.

Le début du problème de Bordeaux, série C, 1987, propose l'étude de la fonction g_1 définie sur $\mathbb{R}^+$ par $g_1(0)=0$ et $g_1(x)=x\ln x$.

En A 1°a, on a *étudié les variations* de g_1 lorsque $x>0$ et, en A 1°b, on a établi que g_1 est continue en 0. Après quoi (A 1°c), le texte demande de tracer la courbe C_1 représentative de g_1. Le candidat doit-il calculer $\lim\limits_{+\infty} g_1$, ou cela fait-il partie de l'étude des variations de g_1 ?

Quelle attitude doit-il avoir quant à la branche infinie de C_1 ? Le programme ne permet pas d'exiger cette étude sans des indications précises que le texte ne donne pas. N'aurait-il pas été judicieux de demander la courbe représentative de la restriction de g_1 à un intervalle borné ?

Les mêmes doutes se reproduisent et s'amplifient dans la partie C du même problème où l'on étudie (*variations et continuité en* 0) la fonction g_n définie sur $\mathbf{R}^+$ par

$$g_n(0) = 0 \quad \text{et} \quad g_n(x) = x^n \ln x$$

(n est un entier strictement supérieur à 1).

Ne revenons pas sur l'expression *tracer les courbes* C_2 et C_3 représentatives des fonctions g_2 et g_3. Mais arrêtons-nous à la question C 1°c : *donner l'allure générale* des courbes C_n représentatives des fonctions g_n. S'il y en a une, quelle est la nuance introduite par l'expression *allure générale ?* Quelles précisions attend-on en ce qui concerne les courbes C_n et combien d'entre elles faut-il dessiner ? Chaque courbe C_n doit au moins visualiser le sens des variations de g_n, mais au-delà (intersection de (OI) et C_n, tangente au point d'arrêt, branche infinie), le doute est permis et certains candidats, parmi les plus scrupuleux, peuvent être dans l'embarras.

Enfin, voici le comble de l'incertitude. Dans l'exercice I du groupe III, série F_2-F_3 1986, il s'agit d'abord de calculer une intégrale $I(x)$ en fonction de x, puis de l'écrire sous la forme

$$\frac{1}{2} - \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right).$$

Après quoi, et sans fournir la moindre indication ou suggestion sur la marche à suivre, la question 4° demande de *tracer la courbe représentative de* I *sur l'intervalle* [0;4]. Nous imaginons la perplexité dans laquelle ont dû être plongés candidats et correcteurs. Ce cas extrême paraît isolé ; souhaitons qu'il le reste.

Préciser une tangente, une courbe

A l'occasion du tracé d'une courbe, on demande fréquemment de *préciser la tangente* en un point. Pourquoi n'est-on pas plus... précis ? S'agit-il seulement de calculer le coefficient directeur de la droite en question ? Faut-il aller jusqu'à écrire une équation de la tangente ? En fait, on veut "déterminer" la tangente ; pourquoi ne pas le dire ? Quitte à préciser le type de détermination que l'on souhaite (point et coefficient directeur, équation, etc.).

Dans le même ordre d'idées, la partie A du problème de l'Amérique du Nord, série C, 1987, s'intéresse à l'application g de $\mathbf{R}_+^*$ vers $\mathbf{R}$ définie par $g(x) = x \ln x$. Après avoir étudié les variations de g, déterminé $\lim\limits_{0} g$ et $\lim\limits_{+\infty} g$, et montré que g admet un prolongement par continuité en 0, la question 3° a demandé le tracé de la courbe C_g représentative de g et ajoute : *on précisera l'allure de* C_g *au voisinage* *de l'origine.* Certes, un lecteur averti comprend ce qu'on attend de lui, mais pourquoi ne pas recourir au prolongement par continuité en 0 de g et demander de déterminer la tangente en O à sa courbe représentative ?

Que conclure des exemples précédents ?

Il est certainement souhaitable de contrôler que les candidats savent représenter graphiquement certaines propriétés d'une fonction. Dans le contexte d'un problème, l'expression *tracer une courbe* est suffisamment claire pour être correctement interprétée par la majorité des candidats. Encore faut-il que l'étude de la fonction ait fourni un nombre suffisant de propriétés et, à cet égard, le texte doit être suffisamment explicite. Faute de quoi, on n'échappera pas aux questions que nous avons posées.

Au baccalauréat, les candidats ne doivent pas avoir de doute sur ce qu'on leur demande et les correcteurs doivent savoir jusqu'où... ne pas aller trop loin.

Que conclure des exemples précédents ?

Il est certainement souhaitable de contrôler que les candidats savent représenter graphiquement certaines propriétés d'une fonction. Dans le contexte d'un problème, l'expression *tracer une courbe* est suffisamment claire pour être correctement interprétée par la majorité des candidats. Encore faut-il que l'étude de la fonction ait fourni un nombre suffisant de propriétés et, à cet égard, le texte doit être suffisamment explicite. Faute de quoi, on n'échappera pas aux questions que nous avons posées.

Au baccalauréat, les candidats ne doivent pas avoir de doute sur ce qu'on leur demande et les correcteurs doivent savoir jusqu'où... ne pas aller trop loin.