

# **nouveaux programmes**

---

## *la symétrie orthogonale en sixième*

**par le Groupe de Réflexion sur les Programmes  
du 1<sup>er</sup> cycle\***

*Le travail du groupe s'est, cette fois, orienté sur la symétrie orthogonale. Nous vous proposons un texte de Monique MACQ, issu d'une brochure de l'IREM de Clermont. Suivra un texte plus général d'Henri BAREIL.*

Ce document prend en compte les nouveaux programmes de sixième et les commentaires les accompagnant. Il illustre aussi le travail du groupe sur les problématiques (voir supplément n° 1 au *Bulletin* de février 1984). Ces activités relèvent en effet des problématiques numérotées :

- 2 - traçage et étude de certaines configurations planes, utilisation des instruments de traçage et de mesurage ;
- 3 - étude de certaines transformations applicables à des configurations, examen de leurs invariants, anticipation de leurs effets ;

---

\* Groupe animé par Jeamine CARTRON (Collège de Frontenay Rohan Rohan), il se compose actuellement de Claude ANSAS (Collège de Fos), Henri BAREIL (Toulouse) Marie Danielle FONTAINE (Collège de La Guerche-de-Bretagne), Régis GRAS (Rennes), Monique MACQ (Collège de Champeix), Jean-Pierre ORHAN (Rouen).

- 9 - choix optimal des outils et des méthodes ;
- 10 - conjectures et démonstrations.

Elles ont été expérimentées dans cinq classes hétérogènes de collèges différents et classées par objectifs.

L'aspect répétitif d'exercices visant un même objectif tend à donner à l'enfant des images mentales qui favorisent la préconstruction du concept à travers des représentations de plus en plus efficaces et performantes même pour celui qui est en difficulté.

L'équipe qui a expérimenté, a voulu, en s'appuyant sur les observations faites lors d'un travail de recherche expérimentale à propos des transformations dans le plan et du raisonnement déductif en quatrième, élaborer des exercices variés permettant d'éviter des vues restrictives créées par l'environnement familial à l'enfant (axe de symétrie partageant un motif...) ou par certains contextes (quadrillage, orientation de l'axe..).

Nous ne présentons ici que les différentes étapes de la brochure et non toutes les activités de type répétitif.

## **I. Tâches de type heuristique**

### **Document A**

#### *Preliminaire :*

Nous avons appelé "*ribambelle*" ce que nous obtenons par pliage régulier, puis par découpage, dans toutes les épaisseurs à la fois, d'un motif.

#### **Quand ?**

Exploration : mise en évidence de figures transformées par symétrie orthogonale par rapport à une droite.

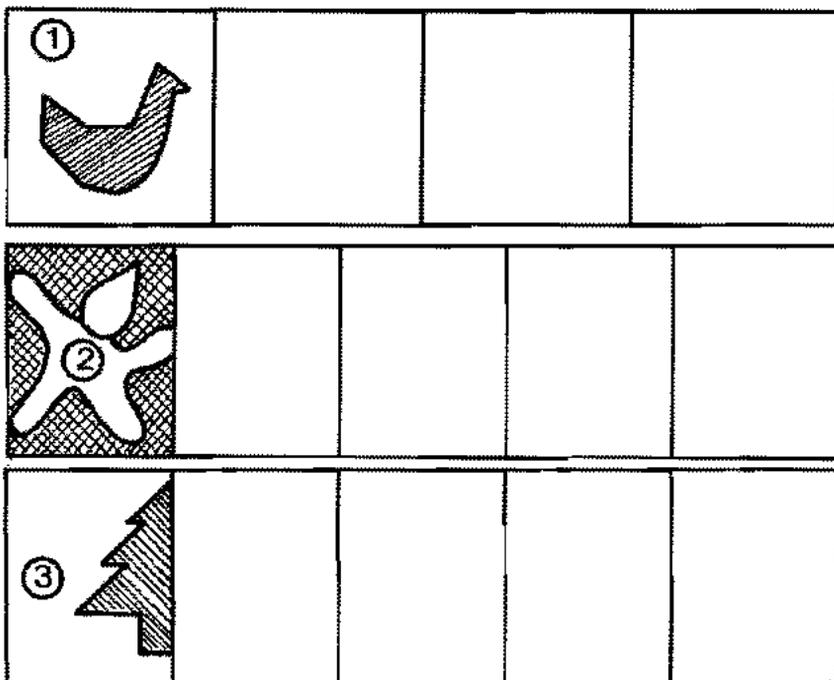
#### **Pourquoi ?**

Créer ou renforcer l'image mentale de la symétrie

**Objectifs**

Mettre en évidence la conservation des formes et de leurs dimensions, du changement de leur sens et de direction.

Présenter une activité motivante en continuité avec une approche possible des transformations en primaire.



**Comment ?**

Découper les trois bandes contenant les motifs 1, 2, 3.

**Consignes**

Plier suivant les droites tracées et découper, dans toutes les épaisseurs à la fois, la partie hachurée, vous obtenez une ribambelle.

Noter vos observations.

*Exercice possible : inventer des ribambelles.*

**Remarques :**

a. Dans les premières séries de ribambelles, les motifs choisis n'ont pas d'axe de symétrie pour que l'élève ne soit pas amené à confondre l'axe de symétrie de la figure et l'axe de la transformation symétrique.

b. Les trois ribambelles présentent des situations variées quant à la disposition du motif par rapport à l'axe, mais privilégient dans un premier temps l'axe parallèle au bord de la feuille.

c. Le choix de motifs figuratifs permet aux élèves de faire des observations en utilisant un vocabulaire concret (avance, recule, se regardent 2 à 2, comme dans un miroir...)

d. Inventer une ribambelle oblige l'élève à anticiper mentalement le découpage (place du motif par rapport au pli et partie à découper) sinon il obtient des motifs isolés ou non liés.

### Exercices possibles

Recherche de symétries orthogonales dans des motifs décoratifs



### Documents de référence :

- Rosaces, frises et pavages, volume I, Cedic.
- Les frises dans la décoration des églises romane, diapositives, analyse géométrique, CNDP, CRDP Poitiers.
- Pavages d'Escher.

### Document B

#### Quand ?

Exploration : mise en évidence de deux points symétriques et de la place de l'axe de symétrie.

### Pourquoi ? - Objectifs

Aller vers la construction de l'image d'un point,

Aller vers la construction de l'axe.

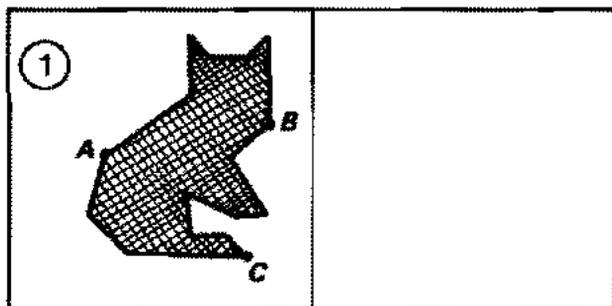
Préciser le vocabulaire : parallèle, perpendiculaire, distance, médiatrice d'un segment.

### Comment ? - Consignes

a. Découper les deux premiers motifs de la ribambelle 1 et les coller sur le cahier.

Relier, à la règle, les points A, B et C aux points A', B' et C' correspondants de l'autre figure.

Observer les segments obtenus (vous pouvez utiliser règle, compas, équerre, calque...).



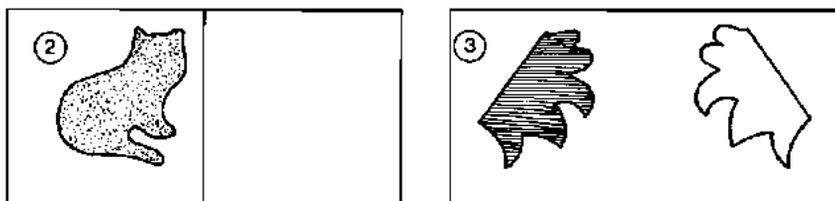
En isolant certains points précis de la figure, ceci permet d'analyser la position de l'axe par rapport à des points symétriques ou inversement.

## II. Tâches techniques

Document B (2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> ribambelles)

b. Sur la 2<sup>e</sup> ribambelle, construire les images de points D, E et F. Expliquer votre construction.

c. Les plis de la ribambelle 3 ne sont pas indiqués, dessinez-les.



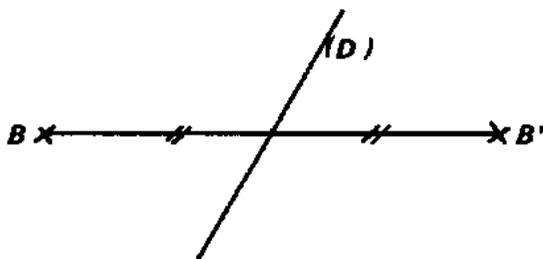
*Remarques :*

a. Le parallélisme est facilement mis en évidence par tous les élèves.

b. Le milieu de  $[D, D']$  (par exemple) comme élément de l'axe n'est pas toujours perçu par les élèves en difficulté.

c. Pour les autres, qui ont bien vu la propriété de "milieu" et l'ont même exprimée en terme de distance, "la distance d'un point à une droite" est synonyme de longueur égale.

*Exemple :*



Ainsi la nécessité d'orthogonalité de  $[BB']$  à l'axe a posé des problèmes à beaucoup d'élèves.

### III. Tâches classificatoires et critiques Réinvestissement des tâches heuristiques et techniques

Document F

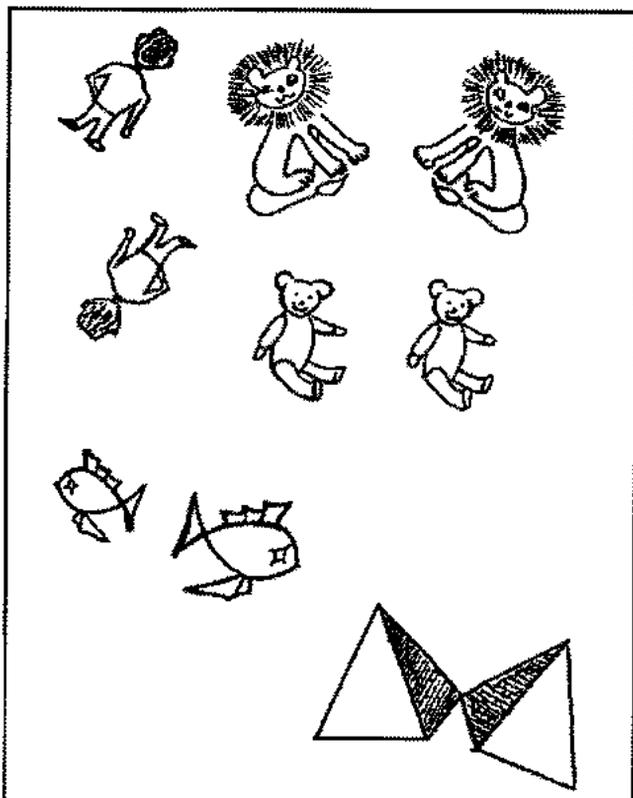
Pourquoi ? - Objectifs

Reconnaître des configurations symétriques

Amener l'élève à justifier sa réponse, par le réinvestissement des propriétés de la symétrie.

Construire l'axe.

Evaluation formative.



**Comment ? - Consignes**

Reconnaître les motifs qui semblent symétriques (indiquer pourquoi)

Tracer s'il existe l'axe de symétrie en utilisant les instruments de votre choix.

*Remarques :*

a. Les constructions ont été obtenues :

— soit par utilisation des milieux des segments dont les extrémités sont images l'une de l'autre,

— soit par construction classique de la médiatrice au compas,

— soit avec le rapporteur.

b. Certains élèves cherchent à vérifier leurs réponses à l'aide de calque.

c. Les "bonshommes" ont suscité des interrogations pour certains, de même que le tracé de l'axe pour les pyramides (tendance à le placer un peu vite parallèlement au bord de la feuille) ; d'où l'intérêt de la verbalisation pour amener l'élève à corriger ses erreurs ou à préciser sa pensée.

## Document E

### Quand ?

Réinvestissement de la construction de l'axe.

### Pourquoi ? - Objectifs

Construire l'axe de symétrie dans des situations présentant 0, 1 ou 2 points invariants.

Utiliser son savoir-faire pour travailler de façon "économique".

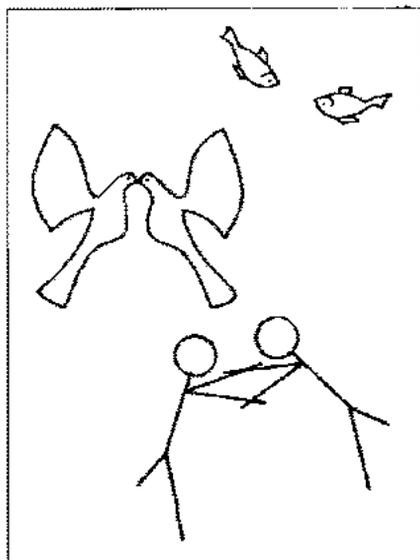
S'enrichir du savoir-faire des autres.

### Comment ? - Consignes

Ces dessins sont symétriques deux à deux.

Réfléchissez pour tracer l'axe de symétrie le plus simplement possible.

Comparez votre méthode avec celle utilisée par votre voisin.



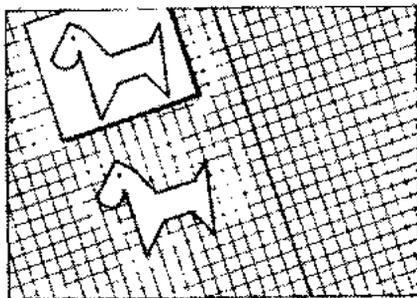
#### **IV. Réinvestissement de tâches techniques**

Activités diversifiées et progressives dans les niveaux de difficultés.

##### **Quadrillages : document I**

##### **Pourquoi ? - Objectifs**

Réinvestir l'image mentale de la symétrie sur un quadrillage.



##### **Comment ? - Consigne**

Découper le chien dessiné sur la partie blanche, puis le coller pour qu'il soit symétrique de celui qui est dessiné sur le quadrillage (l'axe est tracé en caractère gras).

##### **Remarques :**

- Le quadrillage I ne comporte pas le même nombre de carreaux à droite et à gauche volontairement.
- Sur le quadrillage I, le collage du symétrique déborde volontairement de la feuille.
- Fautes rencontrées :
  - distance à l'axe incorrecte, c'est le bord du quadrillage qui sert de repère pour le collage
  - les deux motifs regardent dans le même sens, l'œil du chien induit sa position.

##### **Calque : document J**

##### **Pourquoi ? - Objectifs**

Réinvestir l'image mentale de la symétrie.  
Reproduire le symétrique d'un motif donné.

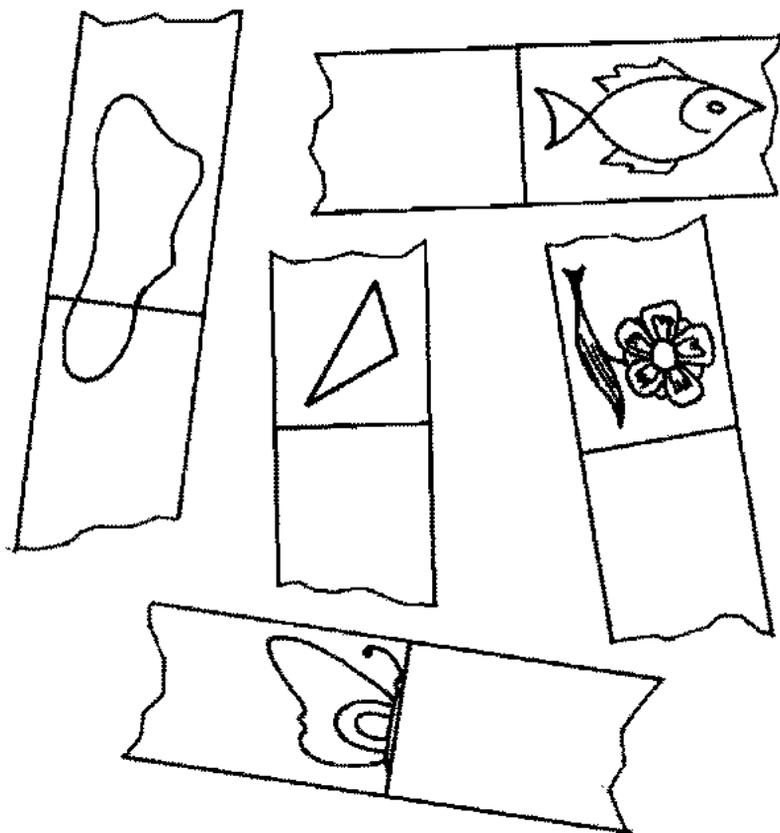
**Vocabulaire : points invariants.**

**Faire apparaître la présence d'axe de symétrie dans une figure.**

**Utiliser le calque comme outil de reproduction.**

**Comment ? - Consigne**

Sur chaque bande, figurent un motif et un axe. En s'aidant de papier calque, dessiner l'image du motif donné pour qu'elle soit symétrique par rapport à l'axe.



**Remarques :**

- a. Les motifs figuratifs deviennent plus abstraits.
- b. L'élève est familiarisé avec des axes de directions très différentes.

**Constructions : règle, équerre, compas**

**Quand**

**Réinvestissement**

**Pourquoi ? - Objectifs**

Construction du symétrique d'une figure.

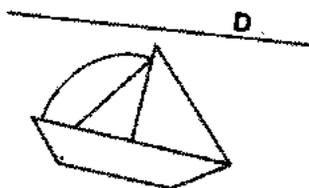
Conservation des distances, des mesures, des angles image de segments de cercles, de lignes polygonales.

Auto-évaluation par vérification sur le quadrillage.

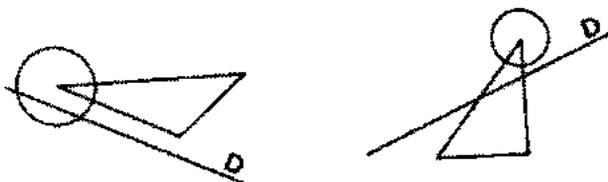
**Comment ? - Consignes**

Construire le symétrique du bateau par rapport à la droite (D).

Contrôler votre construction en utilisant un quadrillage (le quadrillage est joint).



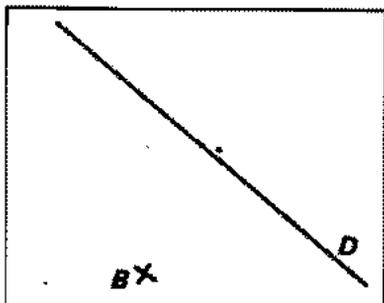
Construire les symétriques du cercle et du triangle, dans la symétrie, par rapport à (D).



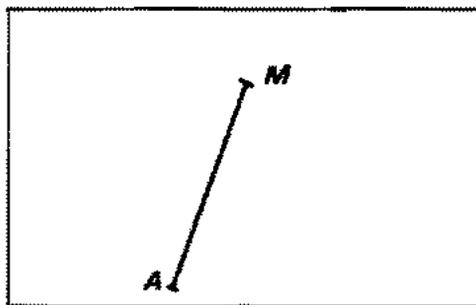
## V. Exercices

1. Série d'exercices permettant le réinvestissement des connaissances et l'élaboration d'un raisonnement déductif.

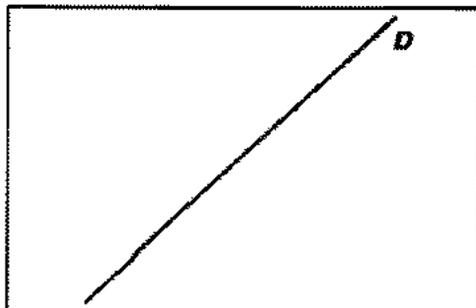
Trace le triangle ABC sachant que :  
ABC est isocèle  
 $AB = 5$  cm  
(D) est son axe de symétrie  
A est son sommet principal



Trace le triangle ABC rectangle isocèle dont [BC] est l'hypoténuse et [AM] une médiane.

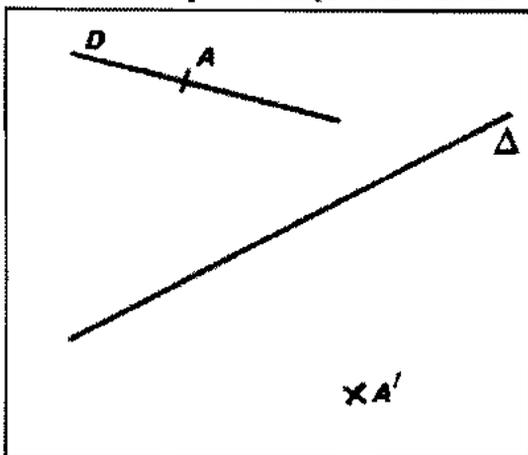


Trace un triangle équilatéral dont (D) est un axe de symétrie et dont le côté mesure 3 cm (laisse apparaître toutes les traces de construction).

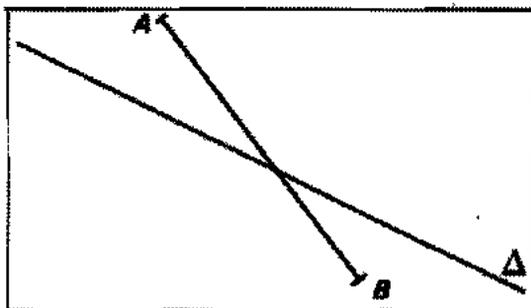


2. Exercices extraits des modules "géométrie de quatrième" IREM de Clermont, accessible à un niveau sixième pour la majorité des élèves.

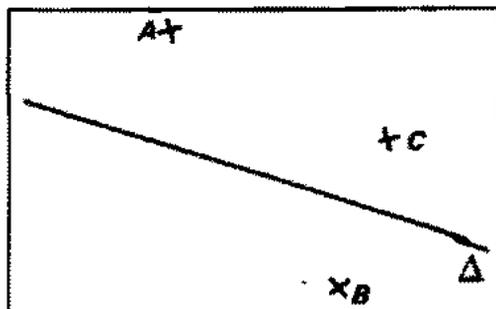
Les points A et A' sont symétriques par rapport à la droite ( $\Delta$ ).  
Utilise la règle seule pour construire la droite symétrique de la droite (D).



Construis le symétrique du segment [AB] par rapport à la droite ( $\Delta$ ).  
Où se coupent les segments symétriques ?



B et C sont symétriques par rapport à ( $\Delta$ ).  
Construis le symétrique de A en utilisant seulement la règle graduée.



**Remarque :**

Il est souhaitable d'avoir fait les exercices 1 et 2 avant d'aborder l'exercice 3.

**IV. Evaluation**

Elle porte sur les objectifs suivants :

- savoir reconnaître l'existence d'un ou de plusieurs axes de symétrie,
- savoir tracer un axe de symétrie,
- savoir placer l'image symétrique d'un motif donné, par rapport à un axe donné,
- savoir construire l'image symétrique d'une figure donnée, par rapport à un axe donné.

**Test évaluation finale**

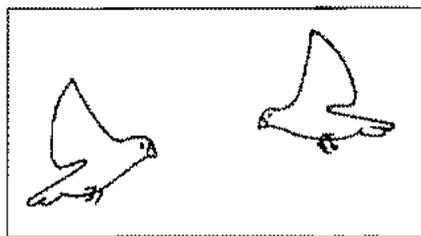
1. I Y a-t-il des axes de symétrie de même direction ou de directions différentes ?

Si oui, trace-les tous.

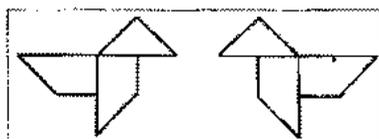
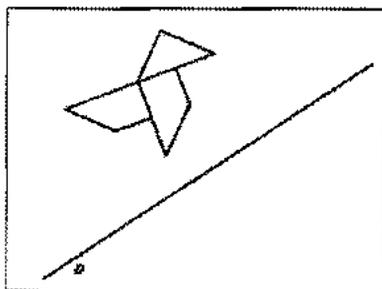


**69696969696969**

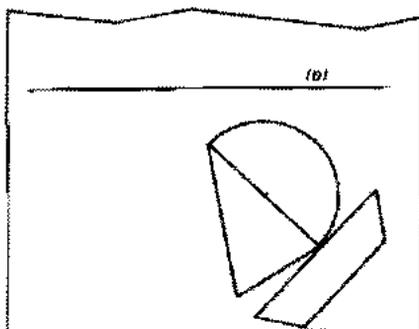
2. Construire (avec les instruments de géométrie) l'axe de symétrie.



3. On veut coller une cocotte symétrique par rapport à (D).  
Découpe la bonne cocotte et colle-la de façon précise.



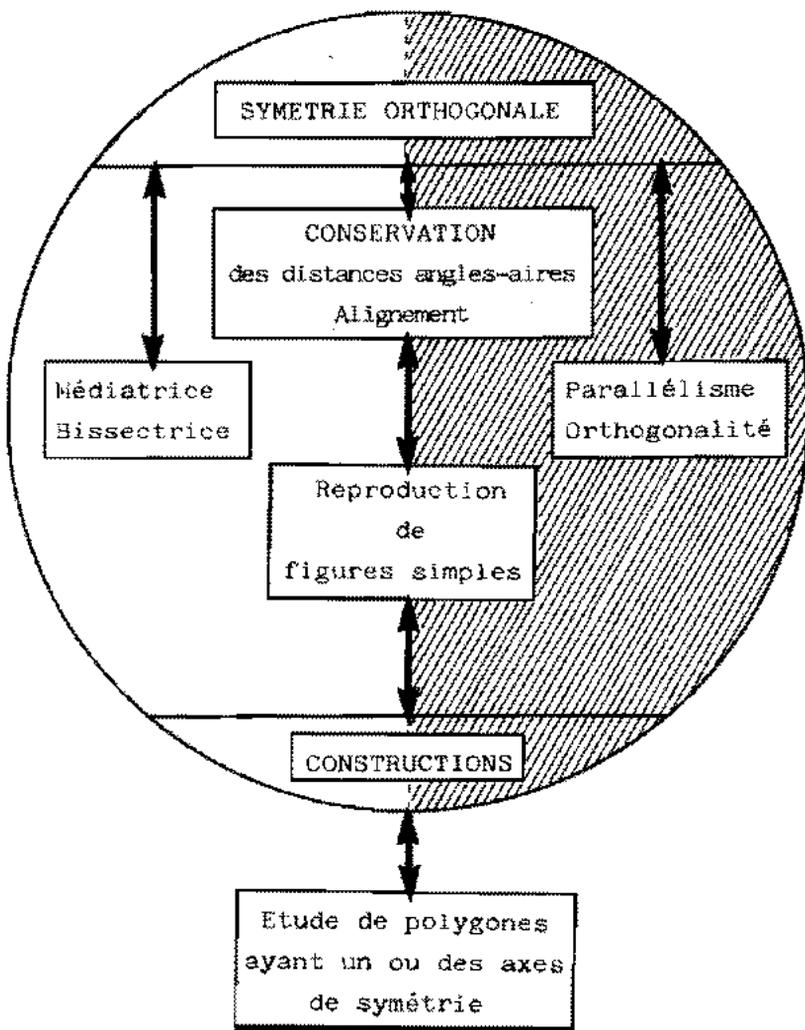
4. (D) est axe de symétrie.  
Construire (avec les instruments de géométrie) le symétrique du dessin.



L'organigramme suivant montre la richesse de cette notion autour de laquelle peut s'articuler presque tout le programme de géométrie de sixième.

Commencée très tôt en début d'année, elle crée un réel intérêt, chez tous les élèves, qui se montrent très actifs.

L'évaluation, commune à 130 élèves environ, se révèle très satisfaisante ; des difficultés persistent, pour un nombre restreint d'élèves, dans des constructions d'images présentant un niveau et un nombre de difficultés assez importants. Par contre l'image mentale de la symétrie, la construction de l'axe et la notion de points invariants sont bien maîtrisées, ainsi que des constructions simples.



Dans les travaux géométriques prévus au programme il faudra ajouter : angles, aires, parallépipède rectangle, périmètres, volumes.