

dans nos classes

quelques hypothèses et résultats sur l'enseignement de la géométrie de l'espace à partir de la représentation en perspective cavalière

***F. Bonafe
IREM de Montpellier***

1. Les raisons d'un choix

Parmi toutes les difficultés que l'on peut rencontrer dès qu'il s'agit d'enseigner la géométrie dans l'espace, la première dans l'ordre des priorités semble être *la représentation de l'espace*. En effet, comme l'on ne peut réduire l'étude du champ conceptuel à la seule étude d'objets manipulables, la nécessité d'un codage est immédiate.

D'un point de vue technique, on dispose de six modes de représentation principaux parfaitement codifiés que rappelle G. AUDIBERT 1985.

Les vues - les projections axonométriques - la perspective cavalière - l'épure en géométrie descriptive - la perspective linéaire - la projection côtée.

Il suffit de consulter quelques ouvrages scientifiques pour constater que ce ne sont pas les seuls, mais aussi que parmi les autres, peu nombreux sont ceux qui obéissent à des règles préalablement définies assurant à l'ensemble une certaine cohérence. Ainsi, certains ouvrages mis à la disposition des élèves comportent des "figures" qui peuvent être d'une lecture aisée pour un enseignant. En est-il de même pour les élèves ?

Dans le champ conceptuel de la géométrie plane, les analyses données par G. AUDIBERT (1982) et A. CHEVALIER (1984) mettent en évidence que l'élève qui cherche un problème procède souvent en confrontant hypothèse et réalisation expérimentale. G. AUDIBERT (1985) retrouve cette démarche expérimentale lorsque les élèves cherchent un problème de géométrie dans l'espace. Mais, alors qu'en géométrie plane, le dessin peut être considéré comme objet d'étude permettant cette confrontation, il

n'en est pas de même en géométrie de l'espace car l'absence de statut propre des différentes représentations utilisées par les élèves limite la nature de cette démarche expérimentale.

Comme nous l'avons rappelé dans (1), ces constatations nous ont conduit à penser qu'un enseignement de la géométrie de l'espace ne pouvait avoir des chances de réussir qu'à condition que soient mis en place, dès les premières années du collège, des procédés de représentation avec tout ce que cela comporte de savoir-faire et d'apprentissage ainsi que le propose C. FABRE (1982).

Les procédés retenus, perspective cavalière et vues, nous paraissent présenter un certain nombre d'avantages :

- La perspective cavalière qui permet de restituer la vision d'un objet (même imparfaitement) conserve le parallélisme ainsi que certaines proportions, notions accessibles à de jeunes élèves.
- Les vues permettent un transfert direct des résultats de la géométrie plane par conservation de certaines distances.
- Les activités de passage d'un mode de représentation à l'autre peuvent s'effectuer par des opérations simples facilitant ce transfert des résultats de la géométrie plane. Comme le montre P. ROSSIER (1946), la perspective cavalière fournit facilement une projection orthogonale de l'objet.

La question qui se pose est alors : "Quelle progression doit suivre l'enseignement de la géométrie dans l'espace, dans l'enseignement secondaire, pour qu'il puisse reposer sur ces procédés de représentation ?".

2. Les premières difficultés

Si l'on se situe au niveau d'une Première ou Terminale Scientifique de notre enseignement secondaire, on peut considérer la perspective cavalière comme la représentation d'un objet sur un plan suivant une projection dont la direction est oblique par rapport à ce plan. L'étude des propriétés de cette projection permet alors d'établir un certain nombre de relations entre l'objet et son image ou plutôt entre divers éléments de cet objet et leurs images.

Cette représentation permet de transposer dans le contexte scolaire de ces classes la notion de perspective cavalière mais elle l'isole du cadre des activités qui sont à son origine et pour lesquelles primait la technique de représentation.

Du point de vue de l'image, on ajoutera à cela que cette façon d'envisager la perspective cavalière est souvent accompagnée de "figures" qui sont une perspective cavalière de la perspective cavalière qu'on est en train de décrire. Ce qui revient à utiliser pour bien la définir la projection que l'on souhaite présenter...

La figure 1 ci-dessous illustre cette ambiguïté ; elle est souvent accompagnée dans les manuels de la phrase : "A' B' C' D' E' F' G' H' est la projection sur le tableau du cube ABCDEFGH". Mais où est le cube ? Qu'est-ce que ABCDEFGH ? et A' B' C' D' E' F' G' H' ?

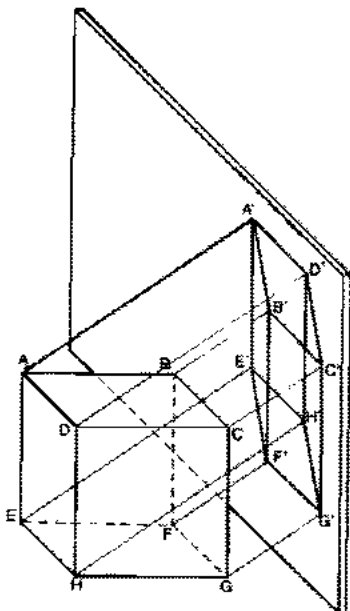


figure 1

Il ne faut pourtant pas oublier — et l'illustration précédente en est la preuve — que le but de toute perspective est de faire en sorte que la vision d'une image à deux dimensions corresponde à la vision de l'objet qu'elle représente afin de pouvoir substituer l'image à l'objet. C'est cette substitution qui est la source d'un grand nombre de difficultés car elle conduit souvent à la confusion entre les opérations qui touchent à l'image et celles qui touchent à l'objet. La tentation est grande alors de ne mettre en œuvre la perspective cavalière qu'à partir des projections, l'étude de leurs propriétés assurant une certaine maîtrise de cette substitution.

On ne peut cependant s'interdire l'étude et la représentation des situations spatiales sous prétexte que les modèles proposés comportent trop d'inconvénients ou d'ambiguïtés qui ne pourront être traités qu'une fois connue parfaitement la projection utilisée.

Il s'agit donc de déterminer à un niveau donné de la scolarité ce qui peut être dit de cette projection sans qu'elle apparaisse de façon directe. Plus précisément : quelles sont les propriétés de cette projection que l'on peut utiliser ? quels outils faut-il mettre en œuvre pour rendre possible cette utilisation ?

3. Les éléments d'un apprentissage

La réflexion qui a précédé la mise en place par notre groupe d'une séquence didactique, appelée "séquence PC", nous a permis de dégager trois éléments principaux intervenant dans l'enseignement de la géométrie de l'espace à partir des procédés de représentation que sont perspective cavalière et vues.

- Les passages.
- Les droites de l'espace et droites du plan.
- La vision.

FABRE C. (1986), AUDIBERT G., BONAFE F. (1986) ont donné une description de la pré-expérimentation et du déroulement de cette "séquence PC" ainsi que quelques éléments d'analyse.

a. Les passages

Trois étapes semblent se dégager dans la constitution d'une bonne image mentale nécessaire à tout travail de géométrie dans l'espace.

1. Le passage de l'objet au dessin.
2. Le passage du dessin à l'objet.
3. Le passage du dessin au dessin en l'absence de tout objet.

Nous entendons par passage de l'objet au dessin la représentation d'un objet présent à partir d'une analyse des éléments constitutifs de cet objet (sommets, face, arêtes) et leur mise en correspondance avec des éléments de la feuille de dessin (points, polygones, segments). Ce passage permet de mettre en évidence les conservations ou modifications intervenues à propos des longueurs et angles. Il est le premier facteur dans la formation de l'image mentale procédant simplement de l'analyse des situations spatiales.

Le passage du dessin à l'objet consiste à reconstituer un objet, un dessin étant fourni. Il suppose une analyse des éléments constitutifs de l'objet à partir de leur représentation. De ce fait, il comporte dans un certain sens l'idée fautive de bijectivité entre objet et perspective cavalière. Dans un certain sens seulement, car il va également contribuer à la détruire en conduisant à des contradictions par confrontation de l'image mentale préalable à la réalisation avec la réalisation elle-même.

Le passage du dessin au dessin en l'absence de tout objet concerne le travail sur le dessin lui-même. L'objet n'existe plus qu'en tant qu'image mentale sur laquelle toute action n'est possible qu'au travers de l'action sur un dessin. Ce travail nécessite donc de concilier tout en les séparant les propriétés spatiales de l'objet et les propriétés planes du dessin. C'est d'ailleurs à ce niveau que naissent les difficultés car les deux types de propriétés sont souvent confondus.

b. Les droites de l'espace et droites du plan

Si l'on accepte de restreindre le champ d'activité au travail sur les polyèdres — nous reviendrons sur le cas particulier constitué par les corps ronds — l'apprentissage de tout procédé de représentation conduit à un classement des droites de l'espace correspondant à des particularités au niveau de leur représentation. Nous avons dégagé quatre catégories de droites :

- A. les supports d'arêtes parallèles au plan de projection.
- B. les supports d'arêtes perpendiculaires au plan de projection.
- C. les supports d'arêtes ni parallèles, ni perpendiculaires au plan de projection.
- D. les autres droites de l'espace non supports d'arêtes.

Pour expliquer ces choix, rappelons que dans la définition de la perspective cavalière ou des vues d'un objet (normes AFNOR NF E04-108), on dispose tout d'abord cet objet dans un cube appelé cube de référence. L'image de l'objet, sur un plan parallèle à une des faces de ce cube, suivant une projection cylindrique de direction non perpendiculaire à ce plan en est la perspective cavalière. Lorsque la projection est perpendiculaire à ce plan, on obtient une vue.

Ainsi les droites des catégories (A) et (B) permettent la représentation du cube de référence et de tout pavé dont les faces sont parallèles à celles de ce cube. Quant aux catégories (C) et (D) elles offrent la possibilité de représenter les autres arêtes, soit directement si elles prennent appui sur les arêtes du cube (ou pavé) de référence, soit par constructions annexes dans les autres cas.

Des règles simples à énoncer permettant la représentation d'un cube ou pavé de référence peuvent être, à partir des droites (A) et (B) :

- choisir une face arrière.
- dessiner en vraie grandeur les droites qui lui sont parallèles.
- dessiner en vraie grandeur les angles dont les côtés sont parallèles à cette face.
- dessiner en fuyante dans un rapport donné les arêtes qui lui sont perpendiculaires.

Les premières difficultés naissent avec les droites de catégorie (C). En effet, si ces droites prennent appui sur deux arêtes du cube ou pavé de référence, leur représentation passe par le repérage d'un point sur une droite (A) ou (B) ou la reconnaissance de ce point. La figure 2 ci-dessous repré-

sente un prisme droit dont la base est un trapèze rectanglie, et que nous plaçons dans le pavé de référence. La droite EH est de catégorie (C) elle nécessite le repérage de E sur (CF) et H sur (BH).

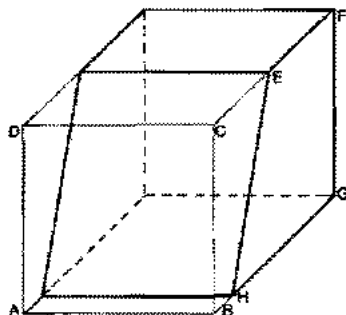


figure 2

Lorsque les droites de catégorie (C) ne prennent pas appui sur deux arêtes du cube (ou pavé) de référence, leur représentation passe par le repérage d'un point sur une face du cube (ou pavé) de référence et donc la mise en œuvre de droites de catégorie (D) introduites à cet effet. La figure 3 représente un pavé orné d'une entaille en V. Le tracé des segments FG et GH nécessite de repérer le point G dans le rectangle EIJK donc la mise en œuvre de droites (D) qui ne sont pas support d'arêtes.

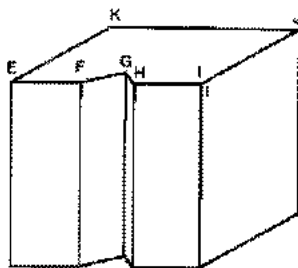


figure 3

c. La vision

Le troisième élément de notre apprentissage est celui qui contribue à l'effet de profondeur que l'on peut donner au dessin en jouant sur la nature du tracé. Nous avons choisi la solution des pointillés mis en place avec la vision réelle de l'objet. Dans une situation d'apprentissage, on peut faire en sorte que la taille de l'objet étudié, sa position par rapport à celui qui tente de le reproduire, laissent apparaître de cet objet les arêtes dites "arêtes vues" dans une perspective cavalière donnée. Il suffit alors d'identifier ces arêtes sur la représentation pour dégager celles qui doivent figurer en pointillés.

Ce travail sur la vision nous paraît fondamental dans la formation d'une bonne image mentale. Il présente l'avantage d'associer à une image un objet dans une position stable. C'est de cette position que l'on peut décider des mouvements permettant d'accéder aux vues — déplacement autour de l'objet ou de l'objet lui-même — et le retour en position initiale.

Si nous reprenons ces trois éléments d'apprentissage, il est immédiat que les deux premiers nécessitent une progression au niveau de l'apprentissage. Le passage du dessin à l'objet n'est possible qu'après avoir étudié les règles qui régissent le passage de l'objet au dessin. De même, la représentation des droites de l'espace ni parallèles ni perpendiculaires au plan de projection suppose une définition préalable de la représentation des parallèles et perpendiculaires au plan de projection sur lesquelles elles vont s'appuyer.

Le troisième de ces éléments est de nature différente, sa mise en place ne peut se faire que dans le cadre du passage de l'objet au dessin, il va prendre toute son importance ensuite dans le passage du dessin à l'objet en contribuant à la constitution d'une bonne image mentale et en fournissant des renseignements indispensables à la construction de l'objet.

4. Quels niveaux pour quels apprentissages

a. Les programmes

Les programmes en vigueur à partir de la rentrée 1986 proposent :

- *En classe de sixième* : "Parallépipède rectangle, description, représentation en perspective, patrons, volume".
- *En classe de cinquième* : "Prismes droits simples et cylindre de révolution, description, représentation en perspective, patrons, ..., aires et volumes".
- *En classe de quatrième* : "Sphère, section par un plan ; aire et volume".
- *En classe de troisième* : "Pyramide et cône de révolution : volume, section par un plan parallèle à la base".
- *En classe de seconde* : "... (il s'agit) ... d'organiser, vis-à-vis de l'espace dans lequel nous vivons, les connaissances de l'élève et de l'amener à raisonner et à calculer. On se gardera de tout édifice axiomatique. L'espace est muni d'une distance. Dans tout plan de l'espace, les théorèmes de géométrie plane sont vrais, ils suffisent à conduire les calculs :
 - propriétés d'incidence ; parallélisme,
 - orthogonalité, symétrie par rapport à un plan, plan médiateur,
 - projections, projections orthogonales,
 - repères cartésiens : coordonnées d'un point,
 - calculs de distances, aires, volume".

Des thèmes proposent ensuite des procédés de représentation : "perspective cavalière, projections orthogonales" ainsi qu'un travail sur les symétries.

On se heurte au-delà de ce niveau à la diversité des programmes, la géométrie dans l'espace disparaissant dans de nombreuses classes.

Si l'on organise sous forme de tableau les deux premiers éléments du paragraphe précédent : passages et droites (éléments qui supposent une certaine progression dans l'apprentissage) on peut alors noter dans chaque case le niveau où les éléments interviennent :

Droites Passages	Support d'arête et plan de projection			Autres droites (D)
	Parallèles (A)	Perpendiculaires (B)	Ni parallèles Ni perpendiculaires (C)	
(1) De l'objet au dessin	6-5-3-2	6-5-3-2	5-3-2	3-2 *
(2) Du dessin à l'objet	6-5-3-2	6-5-3-2	5-3-2	3-2
(3) Du dessin au dessin	3-2	3-2	3-2	3-2

Quelques remarques s'imposent à la lecture de ce tableau :

- absence de la classe de quatrième pour laquelle le programme ne prévoit que l'étude de corps ronds,
- parallélisme des situations en troisième et seconde où du point de vue des passages et droites ne figure aucune progression, la totalité du tableau étant couverte dès la troisième.

On constate, cependant, une progression (modérée) de la sixième à la cinquième ainsi qu'une (importante) de la cinquième à la troisième. Ceci est de nature à faciliter la mise en correspondance des programmes et des éléments de l'apprentissage.

b. Quelques propositions

En sixième : le cadre offert par les programmes pour cette classe permet une mise en place de règles d'actions simples conduisant à la représentation d'un pavé droit en perspective cavalière :

- choisir la face arrière,
- dessiner la face avant en vraie grandeur,
- dessiner la fuyante de longueur moitié,
- terminer le dessin,
- placer les pointillés.

Mais ces règles supposent des travaux préalables :

- reconnaissance sur l'objet des sommets, faces, arêtes, de leurs positions relatives.

— tracés de parallèles, perpendiculaires, fuyantes et donc utilisation des instruments de dessin.

Ces règles permettent également la reconstitution, sans grande difficulté, d'un pavé donné par une perspective cavalière en passant par l'intermédiaire des vues et développements. Elles permettent, en outre, quelques tentatives de dépassement vers des objets plus complexes décomposables en pavés. La cale entaillée (cf. fig. 4) utilisée en dessin industriel est un bon exemple.

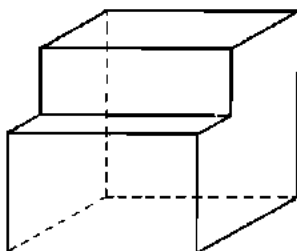


figure 4

En cinquième : si l'on excepte l'étude du cylindre de révolution sur laquelle nous reviendrons, la nouveauté que constituent les prismes droits simples offre une progression avec l'apparition de droites ni parallèles ni perpendiculaires au plan de projection. Prenant appui sur celle du pavé droit, la représentation peut ne pas poser de problèmes dans des situations pour lesquelles les règles d'action énoncées conservent encore leur validité. C'est le cas, par exemple, de la figure 5 qui représente un prisme droit dont la base, un trapèze rectangle, est placée parallèlement au plan de projection.

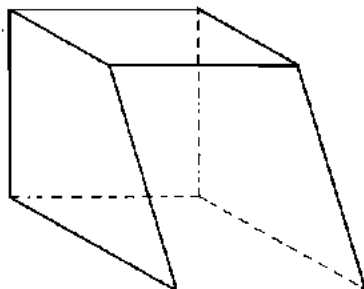


figure 5

Par contre, les premières difficultés naissent avec l'absence de face avant (ou arrière) parallèle au plan de projection. Un dépassement puis une modification des règles d'action deviennent indispensables. Il peut être intéressant à ce niveau de revenir au pavé droit de référence concernant l'objet. La figure 6 représente le même objet que celui représenté par la figure 5 mais avec la face avant non parallèle au plan de projection.

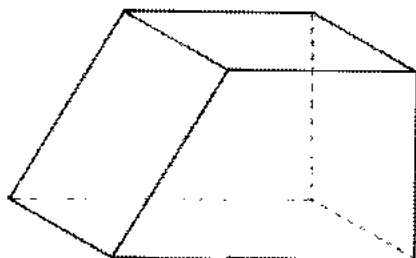


figure 6

Une nouvelle difficulté est introduite avec l'absence de relation simple entre la longueur des arêtes ni parallèles ni perpendiculaires au plan de projection et leurs représentations.

L'étape la plus délicate semble être ici la reconstitution de l'objet et donc le passage du dessin à l'objet. En effet, l'absence de règles de codage dans la représentation des droites ni parallèles ni perpendiculaires au plan de projection ne permet pas une reconstitution immédiate. Il est nécessaire de faire appel au pavé référence ainsi qu'au repérage d'un point sur une droite.

Pour les classes de sixième et cinquième, on peut aussi consulter dans (2) le travail réalisé dans un collège d'Andorre-la-Vieille.

En quatrième : le programme ménage ici un vide concernant les polyèdres. Peut-être est-il possible, à ce niveau, d'effectuer quelques tentatives (à propos d'objets étudiés précédemment) de passage du dessin au dessin en l'absence de l'objet... à condition, bien sûr, que l'objet puisse apparaître comme élément de contrôle ou comme moteur de l'activité si celle-ci devait être interrompue. Le théorème de Pythagore au programme de cette classe peut trouver là un champ d'application.

En troisième : "la section d'une pyramide par un plan parallèle à la base" proposée par le programme invite fortement à effectuer maintenant un travail sur le dessin lui-même, l'objet pouvant être présent ou non. Par ailleurs, la représentation en perspective cavalière d'une pyramide nécessite la mise en œuvre dans bien des cas de droites de type (D) qui ne sont pas des supports d'arêtes afin de positionner le sommet.

L'écornage d'un cube (fig. 7) apparaît ici comme une activité intéressante au niveau du travail du dessin au dessin. Il s'agit à partir de la représentation en perspective cavalière d'un cube ABCDEFGH de réaliser celles obtenues après avoir enlevé le tétraèdre EGBF (coin F) puis le coin A, puis le coin H, puis le coin C.

Les deux types de tétraèdres mis en évidence peuvent être repris à leur tour afin d'en effectuer des sections par un plan parallèle à une base.

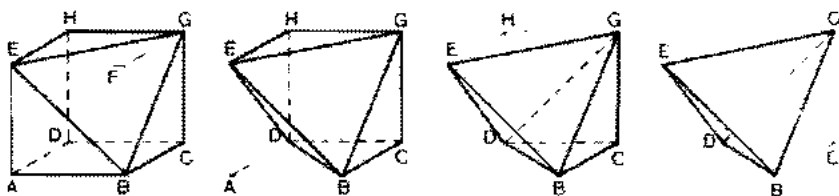


figure 7

En seconde : tout le travail précédent ayant été effectué dans le premier cycle, il est maintenant possible d'aborder la projection sur un plan en faisant varier angle et rapport des fuyantes. On peut aussi envisager l'étude des sections planes du cube tant au niveau de la recherche des formes que de leur exacte restitution, revenir sur le tétraèdre et l'étude de ses sections planes. Bien sûr, il s'agit là d'activités du dessin au dessin mais pour lesquelles l'apport de l'objet peut parfois présenter de l'intérêt ne serait-ce qu'au niveau du contrôle...

BOUDAREL-GOETGHELUCK (1983), l'IREM de LORRAINE (1983) et A. AMSALEM, BONAFE F. (1985) proposent quelques exercices et directives de travail qui s'inscrivent dans ce cadre.

Le repérage d'un point dans l'espace vient conclure cette succession de travaux. On peut alors envisager la représentation en perspective cavalière de quelques corps ronds. Par exemple, l'activité de dessin d'un cube dont chaque face contient un cercle inscrit constitue une bonne approche.

5. Le cas des corps ronds

Nous entendons ici par "corps ronds" les solides de révolution dont l'étude est envisagée tout au long des programmes précédemment énoncés, à savoir : le cylindre, la sphère et le cône.

Leur représentation en perspective cavalière soulève des difficultés de natures tout à fait différentes bien qu'étroitement liées, particulièrement celles ayant trait au tracé de l'ellipse, au contour apparent ainsi qu'à la vision.

Du point de vue technique, c'est le tracé de l'ellipse qui fait difficulté. En effet, sauf dans les cas de positions singulières du type de celles illustrées par la figure 8, les diamètres des ellipses permettant de représenter cône, sphère et cylindre ne sont pas connus. On ne connaît de ces ellipses que deux axes conjugués non perpendiculaires. Or, s'il existe des procédés techniques simples de tracés approchés d'une ellipse dont on connaît les diamètres — il existe même des ellipsographes — il en va autrement lorsqu'ils seuls deux axes conjugués non perpendiculaires sont connus. On peut d'ailleurs consulter, à ce sujet, G. AUDIBERT, F. BONAFE (1985).

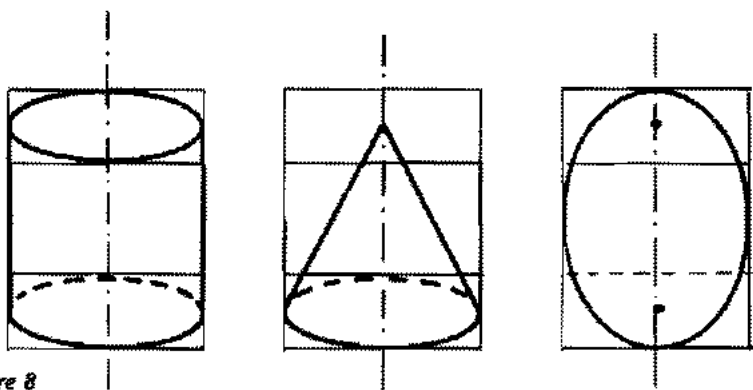


figure 8

On a vu que nos règles d'actions concernant la représentation en perspective cavalière s'appuyaient exclusivement sur les arêtes des polyèdres. En effet, quel que soit le polyèdre envisagé, le contour apparent est formé exclusivement d'arêtes.

Ce n'est plus tout à fait le cas lorsqu'il s'agit de représenter les corps ronds. A la notion d'arête vient parfois se substituer celle plus floue de génératrice que l'on retrouve sur la figure 8 en vraie grandeur pour le cylindre, raccourcie pour le cône, mais qui a disparu dans la représentation de la sphère.

Reste le cas de la vision qui ne peut être exclue du problème de la représentation en perspective cavalière. On se heurte à ce niveau à une profonde contradiction ; en effet, s'il est possible de disposer un cylindre ou un cône de sorte qu'ils apparaissent comme les représente la figure 8, il est bien difficile de voir un contour apparent elliptique en observant une sphère et inversement, la perspective cavalière d'une sphère fait plutôt penser à un ellipsoïde non sphérique.

Ces différentes observations nous imposent une certaine prudence dans l'étude des corps ronds dont une approche sérieuse dans la représentation ne peut, à notre avis, être envisagée avant la classe de Seconde, et qui demande un travail expérimental qui n'a pu être réalisé à ce jour.

Et avant... ? Si l'on veut être sage, on doit se satisfaire de schémas se rapprochant des productions de la figure 8 pour le cylindre et le cône... ce qui ne manquera pas de créer quelques difficultés de dessin en classe de troisième lorsqu'il faudra construire des sections planes du cône par un plan parallèle à la base. Quant à la sphère, il faudra bien, là aussi, conserver le contour apparent circulaire qui illustre tous les manuels. Dans tous les cas et pour tous ces objets, la prudence devra être de mise quand il s'agira de travailler sur leur représentation.

Bibliographie

A. AMSALEM, F. BONAFE, 1985, *Géométrie dans l'espace et angles en classe de Seconde*, IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (36 pages).

G. AUDIBERT, 1982, *Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane*, volumes 1 et 2. Nouvelle édition, publication A.P.M.E.P. n° 56, 1984 (831 pages).

G. AUDIBERT, 1985, *Représentation de l'espace et empirisme dans le problème FIL*. Publication IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (79 pages).

G. AUDIBERT, F. BONAFE, 1985, *Projection cylindrique d'un coin de cube*. Publication IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (14 pages).

G. AUDIBERT, F. BONAFE, 1986, *Apprentissage de la perspective cavalière*. Publication IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (9 pages).

Le dessin technique, actes du colloque international de Sèvres, 19, 20, 21 novembre 1986. Ed. HERMÈS (pages 139-147).

(1) **F. BONAFE**, 1986, *La genèse du problème SEC*. Edition IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (39 pages), nouvelle publication "Petit x" n° 11 (pages 37 à 64).

J. BOUDAREL, P. GOETGHELUCK, 1983, *Géométrie dans l'espace, le cube*. Publication IREM de Paris-Nord.

A. CHEVALIER, 1984, *Le problème QAT : symétrie, vérification, algorithme de construction, la pratique de l'élève*. Publication IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (442 pages).

(2) Collectif **ANDORRE/BOURG-MADAME**, 1984, *Quelques activités géométriques dans le premier cycle*. Publication IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (71 pages).

C. FABRE, 1982, *Perspective cavalière*. Bulletin de la Régionale de l'A.P.M.E.P. de Montpellier n° 1 juin 1982 (pages 19 à 33), nouvelle publication : Actes du Colloque Inter-IREM Géométrie, Journées SMF Marseille 1-2 juin 1984, publication de l'IREM de Marseille (pages VI.1 à VI.15).

C. FABRE, 1985, *Mettons les pieds dans... l'espace*. Editions IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (8 pages).

C. FABRE, 1986, *Déroulement d'une expérimentation portant sur l'enseignement de la perspective cavalière en classe de cinquième*. Editions IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (48 pages).

IREM de LORRAINE, 1983, *Dessiner l'espace*, 60 exercices pour les élèves de Seconde (62 pages).

P. ROSSIER, 1946, *Perspectives*. Neuchâtel, Editions du Griffon.

G. AUDIBERT, 1985, *Comment l'élève représente-t-il l'espace ?* Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° 355, pages 501 à 526.

B. PELOUZET, 1986, *La proposition de Thalès dans le problème FIL*. IREM-USTL, place E. Bataillon (53 pages).

F. BONAFE, 1986, *Représentation d'un objet de l'espace : la construction d'un problème. Petit x n° 11*. Journal pour les enseignants de mathématiques et des sciences physiques du premier cycle de l'enseignement secondaire édité par l'IREM de Grenoble (pages 37 à 64).

G. AUDIBERT, 1987, *Description des 32 classes de symétrie*. IREM-USTL, place E. Bataillon, Montpellier.

F. BONAFE, 1987, *Quelques hypothèses et résultats sur l'enseignement de la représentation en perspective cavalière*. IREM-USTL, place E. Bataillon, Montpellier.