

journées loctudy

recherche et formation : pour qui? pour quoi?

*Bernard Cornu
Université Grenoble 1*

C'est principalement sur l'expérience des IREM (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) que s'appuient mes propos. Beaucoup d'idées sont empruntées à tous ceux qui participent à la réflexion sur la recherche et la formation, dans les divers groupes et structures des IREM et des équipes de recherche en didactique des mathématiques. Pour parler de recherche sur l'enseignement des mathématiques, et de formation des enseignants de mathématiques, il est intéressant de réfléchir d'abord au rôle des mathématiques ; c'est l'objet de ces journées.

La première remarque qui peut être faite est que le monde mathématique a souvent tendance à fonctionner de façon interne. Il vit en quelque sorte replié sur lui-même, il se suffit à lui-même. Les objectifs de l'enseignement des mathématiques, ou du moins ceux qui sont retenus par la communauté mathématique, sont internes aux mathématiques, les mathématiques trouvent leur justification en elles-mêmes. Par exemple, l'enseignement est conçu comme s'il s'agissait de former uniquement des mathématiciens et des utilisateurs de mathématiques. C'est, dans le second degré, la seule discipline où ce phénomène peut être observé!

On réfléchit beaucoup en ce moment aux mathématiques comme outil, comme discipline de service [12]. Mais c'est avant tout par rapport aux autres sciences, aux autres disciplines. On trouve peu de réflexions sur les mathématiques discipline de service pour les professions, pour le citoyen, pour la formation. Gérard Vergnaud [5] pose la question : quelles mathématiques sont nécessaires pour l'ouvrier, l'employé, l'agriculteur, le commerçant ? On peut y ajouter : quelles mathématiques sont nécessaires pour le citoyen, pour le consommateur d'information, de publicité, de produits, pour l'électeur... Un travail en cours à l'IREM de Grenoble consiste à suivre à la trace d'anciens élèves de l'enseignement technique, et à examiner l'usage qu'ils font dans leur profession des mathématiques qui leur ont été enseignées.

Une conséquence du caractère interne est que la recherche et la formation prennent assez peu en compte les objectifs des mathématiques et de leur enseignement. Il n'existe pratiquement pas de recherche à propos de ces objectifs, le lien avec les autres disciplines reste ténu, malgré de nombreuses tentatives. Les divers documents, actions de formation, ne semblent pas s'appuyer sur un point de vue, même implicite, sur ces objectifs, ou en tout cas ce point de vue n'est pas explicité.

I. Recherche et formation

Examinons comment fonctionne la recherche sur l'enseignement des mathématiques.

Recherche sur l'enseignement des mathématiques : les IREM

Cette recherche se situe principalement au sein des IREM. Ils constituent la principale structure de recherche, et leur efficacité a été avérée. Les IREM disposent d'une structure : équipes, réseau inter-IREM. Ils disposent également de méthodes, basées sur l'expérimentation. Chacun connaît la démarche typique d'une équipe IREM : au cours de réunions hebdomadaires, se font des discussions, des recherches d'information, l'élaboration d'activités et de situations pour la classe. Les activités sont expérimentées en classe, les résultats et observations sont analysés par l'équipe, et donnent lieu éventuellement à d'autres expérimentations, etc.

La recherche est liée à la formation, sous plusieurs formes : des stages sont organisés à partir du travail des équipes, les stagiaires participent à telle partie d'une recherche, on parle de formation PAR la recherche, et on observe qu'effectivement les enseignants qui ont pu être associés à la recherche pendant un certain temps ont ainsi bénéficié d'une formation efficace.

Les thèmes de recherche abordés dans les IREM sont souvent à court terme. Comment enseigner telle notion, comment mettre l'élève en situation active, comment renouveler et adapter l'enseignement, comment aider les élèves en situation d'échec, comment évaluer, etc.

Le travail des IREM a un impact visible sur l'enseignement : impact sur la pratique dans les classes, sur l'activité des élèves, sur l'évolution des programmes, des méthodes, sur les manuels, sur l'attitude des enseignants face à leur propre formation. Mais on constate dans le travail des IREM une capitalisation du savoir insuffisante. Souvent, chacun réinvente ce que d'autres ont déjà fait. On constate également une mauvaise reproductibilité des expériences produites. Telle expérience conduite avec succès par telle équipe dans des classes, échoue dans d'autres circonstances. Il n'y a pas toujours maîtrise des variables des situations mises en œuvre. On doit se demander pourquoi. Ces phénomènes traduisent-ils un manque d'outils pour la recherche, le manque d'un cadre théorique, un manque de méthodes ?

Les publications des IREM constituent une véritable mine d'or. Elles sont très nombreuses, très riches, comme en témoigne le catalogue des publications des IREM [9]. Mais elles sont relativement peu diffusées (les tirages sont faibles par rapport aux lecteurs potentiels), et on sait mal dans quelle mesure elles sont lues. Bien souvent, ces publications ne visent pas un destinataire bien défini : telle publication est-elle un rapport de recherche, ou bien est-elle destinée à un groupe de chercheurs, ou à tous les enseignants d'un niveau ou d'un secteur ? La problématique n'est pas toujours annoncée, ce qui peut conférer une certaine ambiguïté au document. La connexion avec ce qui s'est déjà fait sur le sujet est souvent absente. Il y a peu de publications hors du réseau IREM, c'est-à-dire dans des revues, ou chez des éditeurs extérieurs. Bref, on a souvent l'impression qu' aussitôt un travail de recherche terminé, on a rédigé un document-compte rendu, sans faire tout le travail de valorisation qui ferait de ce document un produit effectivement utilisable pour une certaine catégorie de lecteurs. Il est certainement temps, si l'on veut que le travail des IREM soit mieux connu et mieux utilisé, de mieux exploiter les recherches, de réfléchir à leur diffusion, de favoriser leur mise à disposition, à travers des produits élaborés selon des techniques professionnelles : le travail de recherche est un travail de professionnels ; mais il est souvent présenté et diffusé comme un travail d'amateurs. En outre, on ne distingue pas toujours les différents types de documents. Dans le domaine de l'automobile par exemple, il existe des rapports de recherche destinés aux ingénieurs, des documents pour les professionnels de la vente et de la mécanique, des revues pour le grand public, il y a les voitures elles-mêmes, qui sont des produits, il y a des guides touristiques qui indiquent ce que l'on peut faire d'intéressant avec une voiture, il y a des ouvrages pour apprendre la mécanique, d'autres pour apprendre à conduire, et encore bien

d'autres produits. Dans le domaine des mathématiques et de leur enseignement, la diversité pourrait être au moins aussi grande !

Les IREM constituent une structure originale et efficace, notamment par le fait d'avoir su associer pour un travail commun des enseignants de tous ordres d'enseignement, et pour avoir constamment associé recherche et formation. Les difficultés de diffusion, de valorisation, et de "capitalisation du savoir" ne sont pas propres aux IREM, et s'observent dans beaucoup de secteurs de la recherche en éducation.

Recherche en didactique des mathématiques : une autre recherche ?

Depuis une bonne dizaine d'années, se développe la recherche en didactique. Les IREM sont le lieu, le terrain, où s'est principalement développée cette forme de recherche. C'est la nature même des recherches menées dans les IREM, ainsi que les difficultés de capitalisation, de reproductibilité, qui ont mis en évidence des problèmes, des questions, amenant les chercheurs à fabriquer des outils aptes à résoudre ces questions. La didactique a pour objets d'étude le système de connaissances de l'élève, les situations d'apprentissage, et les processus d'apprentissage. Elle étudie l'acquisition par les élèves de savoirs mathématiques en situation d'enseignement. Pour cela, la didactique élabore des outils et un cadre théorique, des méthodes, et produit des résultats. Les recherches menées dans ce cadre sont nombreuses ; on a étudié les conceptions des élèves à propos de telle notion, les obstacles à l'apprentissage de tel concept, les variables qui influent sur l'apprentissage dans telle situation d'enseignement, etc. Ces recherches s'appuient de façon essentielle sur le contenu de la discipline concernée.

Cela a été perçu comme l'apparition d'un AUTRE type de recherche, alors que c'était sans doute la continuation des recherches, une étape supplémentaire dans le processus de recherche sur l'enseignement des mathématiques. La recherche en didactique est apparue nouvelle par ses questions, ses problématiques, nouvelle par ses méthodes, nouvelle par son langage parfois exagérément ésotérique, nouvelle aussi par ses manifestations : productions, rapports de recherche, thèses, séminaires, congrès... Il s'en est suivi des débats et des discussions parfois vifs, notamment au sein des IREM. Certains enseignants ont eu un sentiment d'exclusion, croyant voir les universitaires s'appropriier la recherche. Une certaine incompréhension s'est manifestée chez les praticiens de la "recherche-action" et de l'innovation. A travers ces querelles, des questions fondamentales ont été révélées.

Existe-t-il donc plusieurs types de recherche sur l'enseignement des mathématiques ? On oppose en effet parfois la recherche-action, ou innovation, à la recherche fondamentale, ou encore la recherche fondamentale à la recherche appliquée. Le Conseil Scientifique des IREM, dans

son rapport de conjoncture et de prospective publié en 1985 [8], distingue cinq dominantes dans le travail des IREM :

- a) formation par recyclage,
- b) formation par questionnement et réflexion,
- c) formation par recherche,
- d) recherche-action,
- e) recherche fondamentale [en didactique, ou en histoire, ou en épistémologie, etc.].

...Avec la dominante c), dont le réinvestissement pédagogique doit être assez immédiat, l'expérimentation sur le terrain joue son rôle majeur et un protocole précis doit être suivi. La différence entre les dominantes d) et e) réside dans la nature des problèmes étudiés et dans la méthodologie employée. La recherche-action vise à apporter des réponses à court terme à des problèmes d'enseignement, et à produire des "expériences qui marchent". La recherche fondamentale vise, avec plus de recul, à comprendre pourquoi ces expériences marchent, à étudier les processus mis en œuvre, à connaître les mécanismes d'apprentissage et d'acquisition des connaissances en situation d'enseignement. Ces deux formes de recherche sont ainsi tout à fait complémentaires, l'une fournissant des problèmes et des objets de recherche et des expérimentations, l'autre apportant des propositions scientifiquement établies. Mais dans les deux cas, les résultats de la recherche sont soumis à l'évaluation, permettant un débat et un jugement. Et c'est surtout au niveau de cette évaluation que la distinction doit être faite entre les dominantes d) et e). Pour e), la publication est indispensable dans une revue disposant d'un système de références.

...Le Conseil Scientifique insiste pour que la recherche-action et la recherche fondamentale soient menées en complémentarité, de sorte que chacune puisse bénéficier pleinement des apports et des résultats de l'autre."

L'un des problèmes posés est bien celui de la REPRODUCTIBILITÉ des phénomènes didactiques. Les dominantes d) et e) évoquées par le Conseil Scientifique des IREM diffèrent beaucoup par la nature des productions auxquelles elles donnent lieu : documents pour la classe, fiches d'activités, relation d'expériences dans un cas, rapports de recherche et articles scientifiques dans l'autre. Ces différents types de productions n'ont pas la même lisibilité, la même utilisation, et ne s'adressent pas au même public. D'autant plus que certaines d'entre elles ont de surcroît un rôle dans l'évaluation du chercheur.

Cette distinction entre deux types de recherche est controversée. Yves Chevillard [3] récuse la distinction recherche pure - recherche appliquée, et préfère parler de recherches fondamentales, rappelant que la théorie n'a d'intérêt que si sa portée dépasse le domaine où elle a vu le jour. Expliciter la méthodologie de la recherche est intéressant dans la mesure où on pourra réinvestir cette méthodologie.

Plutôt que plusieurs types de recherche, il y a sans doute plusieurs étapes dans la recherche. Mais il y a aussi des recherches incomplètes, des recherches inachevées. Dans la recherche, où s'arrête-t-on en général? Pour qui est la recherche? Les résultats sont-ils destinés au

chercheur lui-même? à la communauté des chercheurs? aux utilisateurs potentiels? Pourquoi dans la plupart des cas, la recherche ne va-t-elle pas jusqu'à la pratique dans la classe?

On demande souvent à la recherche en didactique d'avoir rapidement une influence sur la pratique dans l'enseignement. Cette demande provient d'une part d'enseignants, et d'autre part de l'administration et des décideurs du système éducatif. Il convient toutefois de se garder d'abonder trop vite dans ce sens, et de savoir ce que la didactique peut faire, et ce qu'elle ne peut pas. Si l'influence de la recherche en didactique sur la pratique est encore faible, c'est principalement pour deux raisons. D'abord, l'état d'avancement de la recherche en didactique. Science naissante, elle n'est pas en mesure de résoudre tous les problèmes. Ses outils sont en train de se forger, elle ne s'est attaquée qu'à un nombre restreint de questions, et les connaissances aujourd'hui établies sont infirmes devant les problèmes de l'enseignement. L'autre raison est le "fossé" qui sépare souvent la recherche en didactique et les enseignants, fossé fait de méconnaissance, d'incompréhension, et d'appréhension. Pour que l'influence de la recherche sur la pratique soit plus sensible, il faut, me semble-t-il, aller dans trois directions : mettre au point des "produits", fruits de la recherche, utilisables par les enseignants ; développer la formation des enseignants, développer la recherche elle-même.

Des produits : La recherche, et c'est bien normal, donne lieu à des publications d'un type particulier : rapports de recherche, articles, thèses... Ces documents sont très peu accessibles aux non spécialistes. La revue "Recherches en Didactique des mathématiques" [13], par exemple, réputée pour sa qualité, est peu lue par les enseignants. Elle n'est d'ailleurs pas faite principalement pour cela! C'est un travail spécifique que celui d'élaborer des produits qui soient réellement le fruit des résultats de la recherche, et qui puissent être lus et utilisés par les praticiens de l'enseignement. Il ne s'agit pas de vulgariser la didactique, mais de fabriquer des produits d'application. C'est le but que se fixent des revues comme "petit x" [14] (pour les enseignants de mathématiques et de sciences physiques des collèges) et "grand N" [15] (pour les maîtres du premier degré), qui proposent des études didactiques, des articles de réflexion, et des activités pour la classe.

La formation des enseignants : Développer la formation des enseignants suppose plusieurs étapes : délimiter le besoin de formation des enseignants, motiver les enseignants pour cette formation, élaborer des contenus et des méthodes pour la formation. "Enseigner la didactique" ne signifie pas grand chose en soi. La didactique est un outil avant d'être un objet. Mais les enseignants ont-ils besoin de quelques connaissances théoriques en didactique? La mise en pratique des résultats de la recher-

che dans l'enseignement ne nécessite pas que chaque enseignant devienne un expert en didactique. Il faut simplement que les enseignants sachent que la didactique peut apporter des réponses à des questions d'enseignement, qu'ils sachent utiliser certains résultats de la recherche, qu'ils sachent interroger la recherche, que leur soit plausible le "recours à la recherche". Bien souvent, nous les enseignants, nous avons une certaine vision de l'enseignement des mathématiques, mais nous n'avons pas conscience d'avoir cette "certaine vision". La didactique se trouve dans un vaste champ, les enseignants y sont immergés, sans en avoir une vue d'ensemble.

Il est fréquent que dans des stages de formation, les stagiaires demandent des "recettes" d'enseignement, des idées directement applicables. Plus que cela, il est utile de mener avec les enseignants une réflexion sur l'enseignement : prendre conscience qu'il existe des paramètres et des variables qui régissent les situations d'enseignement et d'apprentissage, connaître l'existence chez les élèves de conceptions, de représentations, et connaître les effets de ces conceptions, savoir que les obstacles à l'apprentissage ne viennent pas tous des élèves, mais souvent du concept même à enseigner, ou des choix didactiques opérés ; prendre conscience de ses propres représentations et de ses propres conceptions, et de leur influence sur l'enseignement ; avoir une idée du pourquoi des erreurs des élèves, de ce qu'elles révèlent sur la structure cognitive des élèves ; savoir ce que l'on peut demander aux didacticiens... Il s'agit de transmettre certains résultats et certains outils de la recherche, et de former les enseignants à l'utilisation de la recherche.

Cette formation est nécessaire si l'on veut que la recherche réponde aux questions que pose l'ensemble du système d'enseignement : il faut que les enseignants acquièrent le réflexe d'interroger les chercheurs, de leur soumettre des questions, des idées, de leur proposer des pré-expérimentations, des "pré-recherches". Ce fonctionnement nécessite une formation massive des enseignants, une formation en lien étroit avec la recherche. L'expérience des IREM a montré que c'est la formation PAR la recherche qui donne les résultats les plus durables, qui produit de réels changements dans la pratique des enseignants. On se rend bien compte maintenant que pour apprendre des mathématiques, il ne suffit pas d'en entendre ou d'en voir ; il faut en FAIRE. Il en est de même de la didactique ! Il y a là tout un travail (pour les didacticiens ?) de mise à disposition de la didactique d'un certain nombre de concepts et d'outils : créer de véritables "situations-problèmes d'enseignement", dans lesquelles la didactique fournirait effectivement l'outil adéquat pour résoudre le problème d'enseignement.

Développer la recherche elle-même : Ce n'est qu'en consolidant la didactique, qu'en affermissant le champ de ses compétences et de son efficacité, qu'il sera possible d'augmenter son influence sur la pratique

de l'enseignement. Comblent l'écart entre la recherche et la pratique, valoriser la recherche, permettre aux besoins du système éducatif d'être transmis, analysés, exprimés en thèmes de recherche : tout cela permettra sans doute de clarifier la question du "pour qui" et du "pour quoi" de la recherche.

Mais la formation des enseignants a des objectifs plus larges que ceux liés à la recherche. Elle doit contribuer à faire évoluer le système éducatif. Elle est indispensable pour accompagner l'évolution des programmes. L'expérience montre bien qu'il ne suffit pas d'aménager ou de changer des programmes pour changer l'enseignement. Il faut accompagner les programmes par un ensemble d'actions, il faut agir sur l'ensemble du système. Les manuels et les produits pédagogiques jouent, chacun le sait, un rôle majeur. On doit également réfléchir soigneusement à la formation initiale, très fortement marquée par les concours de recrutement purement disciplinaires, à la formation en C.P.R., souvent trop à l'écart de la réflexion didactique. On doit renforcer le rôle de la formation continue pour tous les enseignants.

Les objectifs annoncés pour l'éducation, comme par exemple l'accès de 80% d'une classe d'âge au niveau baccalauréat, dépendent de la façon dont on va agir sur le système. La formation des enseignants est le principal outil d'évolution, et c'est le débouché normal de la recherche sur l'enseignement. Elle doit donc rester en prise avec la recherche.

2. Le cas de l'informatique

Il est intéressant d'examiner le cas de l'informatique et de son utilisation pour l'enseignement des mathématiques. En effet, dans ce domaine, les évolutions sont rapides et les questions se posent nombreuses. Les problèmes de recherche et de formation peuvent être mis en évidence. L'influence de l'informatique, comme science, et de l'ordinateur sur les mathématiques et leur enseignement est multiple.

L'informatique change les mathématiques elles-mêmes.

On calcule plus, plus vite, mieux. L'activité mathématique, l'activité du mathématicien, change. Essayer, expérimenter, visualiser, simuler, deviennent des actes quotidiens. L'ordinateur constitue un outil pour élaborer des conjectures à partir de l'expérience ou de la simulation. L'ordinateur constitue un outil pour résoudre des problèmes. L'informatique modifie la notion de preuve, de démonstration : l'ordinateur peut apporter une aide pour la démonstration, et de nouveaux types de preuves apparaissent. Certains concepts mathématiques évoluent sous l'effet de l'informatique (nombres, fonctions, variables, etc.).

Au sein des mathématiques, certains équilibres sont modifiés, certains domaines deviennent ou redeviennent primordiaux. Mais surtout, un "nouveau regard" sur les mathématiques apparaît. Les mathématiques deviennent plus expérimentales, plus numériques, et plus algorithmiques. A long terme, il est probable que l'influence la plus profonde ne viendra pas seulement du matériel et du logiciel, mais surtout de la science informatique elle-même, avec ses propres concepts, sa propre épistémologie.

L'informatique change les mathématiques à enseigner.

A. Ralston [7] souligne que la question à se poser n'est pas "Qu'est-ce que je peux faire avec un ordinateur dans ma classe ?" [et nombreux sont les ouvrages qui abordent le problème sous cet angle !], mais plutôt : "Compte tenu de l'ordinateur et de l'informatique, quelles mathématiques devrait-on enseigner, et comment devrait-on les enseigner ?". Au niveau du second degré, on lit déjà l'influence de l'informatique dans l'évolution des programmes, ne serait-ce que par la présence de recommandations concernant les algorithmes ou les calculatrices. L'évolution est plus marquée à l'université : mathématiques discrètes, mathématiques algorithmiques apparaissent dans les cours, l'analyse numérique prend une place accrue, la logique connaît un certain renouveau. L'ordinateur change également les mathématiques nécessaires pour les autres disciplines. Ces autres disciplines ont besoin de plus de mathématiques, et ce ne sont pas nécessairement les mathématiques que l'on enseigne au lycée ! Cela aussi devrait intervenir dans l'évolution des mathématiques à enseigner.

L'informatique change l'enseignement des mathématiques, change la façon d'enseigner (cf. [11]).

C'est probablement l'aspect dont on parle le plus... Mais qu'en est-il dans la réalité quotidienne des classes ? Il existe une grande diversité de façons d'utiliser l'ordinateur pour l'enseignement des mathématiques (l'ordinateur "tableau noir" pour montrer des objets aux élèves, l'ordinateur individuel, la "salle de T.P. de maths", l'ordinateur ressource pour une aide, une évaluation ou un entraînement ponctuel, l'ordinateur "à la maison", etc.). Il existe également une grande diversité de logiciels que l'on peut utiliser (langages, langages adaptés pour faire des mathématiques, logiciels qui montrent des phénomènes et des concepts mathématiques, "imagiciels", systèmes de calcul symbolique, tableurs, "micromondes", et tous les didacticiels et logiciels d'E.A.O.). L'ordinateur peut jouer des rôles différents auprès de l'élève (moniteur, fournisseur de tâches, conseiller, partenaire, ressource, etc.). Mais tout cela ne peut être mis en œuvre qu'avec une stratégie pédagogique pré-

cise, qui n'est induite ni par le matériel ni par les logiciels ; il y a là un manque, qui nécessite un grand effort de recherche et de formation. Ce manque explique qu'en fait, bien que matériel et logiciels ne manquent pas dans les établissements scolaires, les enseignants utilisent finalement peu l'outil informatique. Utiliser l'ordinateur avec une classe, cela veut dire bien souvent réserver une salle à l'avance, s'y rendre avec un grand nombre d'élèves, résoudre une foule de problèmes techniques avant que tous les ordinateurs soient prêts à fonctionner, utiliser des logiciels que l'on ne connaît pas très bien, et passer avec les élèves plusieurs heures sur des activités en général très ponctuelles, mal intégrées dans la progression du cours. Beaucoup de temps et d'énergie pour peu de choses, disent certains. On a besoin de produits moins ponctuels, insérés dans une démarche globale, et intégrant les différentes activités et les différents matériels (manuels, calculatrices, ordinateurs, documents divers...) dans une progression prenant en compte le temps (celui de l'année scolaire, et les impératifs des programmes !).

Mais la question essentielle et mal résolue est la suivante :

Est-ce que l'ordinateur change l'apprentissage des mathématiques ?

Après avoir considéré les problèmes sous l'angle de l'enseignement, c'est-à-dire du point de vue de l'enseignant, il faut se placer du point de vue de l'élève, et examiner en quoi l'ordinateur l'aide dans l'acquisition de ses connaissances. Un logiciel qui réalise à l'écran des dessins géométriques est évidemment une aide à l'enseignement, il n'est pas automatique que ce soit une aide à l'apprentissage. Un programme qui calcule et qui résoud, ce n'est pas nécessairement un programme qui fait comprendre, qui apprend à résoudre, qui montre des concepts mathématiques. Quelle est l'influence de l'ordinateur sur le savoir des élèves, sur la construction de leurs connaissances, sur la façon dont ils sont aptes à faire fonctionner leurs connaissances ?

Il existe bien sûr beaucoup d'approches empiriques de ces questions, et beaucoup d'expériences fructueuses et réussies. Mais la reproductibilité et le caractère exportable des expériences et des produits posent un gros problème. Une approche didactique est ici nécessaire : les outils et les résultats de la didactique peuvent apporter une aide considérable. Dans le fameux triangle didactique "maître-élève-savoir", l'ordinateur intervient non pas comme un sommet supplémentaire, mais en modifiant en profondeur chacun des trois pôles : le savoir, l'enseignant, l'élève. On peut citer quelques exemples d'approches didactiques utilisant l'ordinateur.

Les "micromondes" (environnements au sein desquels on peut manipuler certains objets, certains concepts, traiter certains problèmes), dont le plus connu est Logo, qui permet à la fois une approche de la

programmation et un apprentissage de la géométrie. De nombreuses études didactiques avec Logo ont été réalisées à l'école primaire. Mais il existe d'autres types de micromondes, comme par exemple certains logiciels graphiques avec lesquels on peut explorer certaines propriétés des fonctions et commencer un apprentissage de l'analyse, et qui agissent sur les représentations et les conceptions des élèves [4].

Ed. Dubinsky [2] propose la démarche suivante : à partir d'une étude épistémologique et didactique d'un concept mathématique, on construit la "décomposition génétique" de ce concept, c'est-à-dire l'organigramme des compétences et des savoirs à acquérir pour l'apprentissage de ce concept. Pour chaque étape, on étudie la nature du processus cognitif mis en jeu, le type d'abstraction qui intervient. On met au point ensuite des activités pour les élèves, pour les faire cheminer dans cet organigramme. Les activités sont basées sur l'apprentissage et l'utilisation d'un langage conçu à cet effet, très proche du langage mathématique, et avec lequel la programmation est une activité d'apprentissage mathématique.

L'étude des obstacles épistémologiques liés à un concept mathématique (obstacles faisant partie intégrante de ce concept, dont le franchissement est un passage obligé dans l'acquisition du concept, et qui fonctionnent comme des connaissances suffisantes jusqu'à un certain point mais qu'il faut ensuite détruire pour passer à une connaissance nouvelle) fournit également la base d'activités faisant intervenir l'ordinateur.

Le rôle des erreurs des élèves dans l'apprentissage, comme indices permettant de savoir comment est structurée la connaissance de l'élève, est particulièrement important, et l'ordinateur constitue un outil efficace pour l'analyse des erreurs, le diagnostic cognitif de l'élève, et donc pour aider l'élève à améliorer sa connaissance.

Dans l'activité de résolution de problèmes, l'ordinateur peut jouer un rôle utile. L'équipe de Rennes [6] a réalisé par exemple un logiciel d'aide à la résolution de problèmes en géométrie, logiciel modulaire permettant de comprendre le problème, d'analyser la figure, de trouver une stratégie, de résoudre le problème, de mettre au point la démonstration.

Il existe bien évidemment beaucoup d'autres exemples, à tous les niveaux de l'enseignement. On mesure, au vu de tels exemples, l'importance du travail de recherche et du travail d'ingénierie qui sont à faire. L'étude didactique est une étape indispensable, mais pas suffisante. La mise au point de situations didactiques, l'élaboration des matériels nécessaires (dont les logiciels), nécessitent des collaborations, et imposent une certaine professionnalisation. Dans la mise au point de stratégies et d'outils pédagogiques, la didactique et l'ordinateur interviennent comme deux outils.

On mesure également l'importance de la formation des enseignants, au moment où des évolutions radicales et inéluctables commencent au sein des mathématiques et de leur enseignement.

Pour une formation informatique des enseignants de mathématiques

Pour une formation, les points suivants me semblent devoir être pris en compte :

- 1) L'informatique influe non seulement sur la façon d'enseigner, mais sur le contenu lui-même; les contenus des mathématiques à enseigner évoluent et vont considérablement évoluer.
- 2) L'évolution scientifique et technologique est telle qu'il n'est pas possible de donner une fois pour toutes aux enseignants et aux futurs enseignants un corps de connaissances définitives. Il devient essentiel de leur donner une capacité à évoluer, à s'adapter.
- 3) Il ne suffit pas qu'un enseignant ait des connaissances pour qu'il soit automatiquement apte à les transmettre. Il est nécessaire de donner aux enseignants une formation à la transmission du savoir; cela est particulièrement important dans le cas de l'utilisation de l'informatique.
- 4) La formation continue devrait tenir une place essentielle. Pour être efficace, il faut former la quasi totalité des professeurs qui enseigneront dans les prochaines années, c'est-à-dire principalement les professeurs déjà en exercice. La formation initiale doit elle aussi évoluer, ce qui implique une réflexion sur le contenu des concours de recrutement et sur l'année de C.P.R.
- 5) L'un des intérêts de la formation continue est de maintenir chez les enseignants une attitude d'apprenant. L'informatique est en ce moment une excellente opportunité pour cela !
- 6) Il y a trop d'amateurisme dans le développement de l'utilisation de l'informatique pour l'enseignement, et notamment dans l'élaboration des logiciels. Les enseignants doivent être sensibilisés à la grande diversité des utilisations possibles de l'ordinateur, et à l'impact de cet outil non seulement sur l'enseignement mais surtout sur l'apprentissage.
- 7) Devant la profusion de matériels et de logiciels disponibles, il est nécessaire de donner aux enseignants des éléments de repère, de jugement, d'évaluation, et de leur donner des outils pour utiliser matériels et logiciels efficacement.
- 8) Le problème se pose d'une formation pour TOUS les enseignants, et pas seulement pour les plus "mordus".
- 9) La formation ne doit se réduire ni à la programmation, ni à l'utilisation de didacticiels, comme c'est encore souvent le cas. Une vision cohérente de l'ensemble des aspects de l'informatique est souhaitable. Algorithmique, bases de l'informatique, langages de programmation, mathématiques d'un point de vue algorithmique et numérique, aspects didactiques de l'utilisation de l'ordinateur, semblent être des éléments à inclure dans une formation (voir par exemple, le certificat "Informatique

pour l'enseignement des mathématiques" de l'université Grenoble 1).

Deux exemples illustrent l'urgence et l'ampleur du problème. Les calculatrices, qui sont maintenant obligatoires dans certaines classes, et pour lesquelles on n'a pas véritablement résolu le problème de la formation des enseignants; l'introduction de l'informatique en mathématiques dans les classes préparatoires aux grandes écoles, qui met en évidence un besoin urgent et massif de formation des enseignants (des actions efficaces sont d'ailleurs mises en place).

Remarques en guise de conclusion

La transposition didactique est la transformation que subit le savoir mathématique pour devenir savoir à enseigner. Il me semble que c'est au sein de la transposition didactique que l'on peut prendre en compte le "pour qui" et le "pour quoi" de l'enseignement des mathématiques. Si le fonctionnement des mathématiques est trop interne, les moteurs de la transposition didactique sont eux aussi trop internes. On étudie beaucoup la transposition didactique, il reste à se donner les moyens d'agir sur elle !

Des évolutions sont en cours dans l'enseignement des mathématiques. Elles sont en grande partie la conséquence d'une évolution du "pour qui" et du "pour quoi". Le "pour qui" change clairement, puisque l'on forme de plus en plus d'élèves. Le "pour quoi" devrait naturellement changer avec, et pourtant il a du mal à évoluer. Mais l'évolution du "pour quoi" ne sera efficace que dans la mesure où elle s'appuiera sur un effort de recherche et de formation des enseignants. La stratégie de qualité totale que vient de préconiser pour l'enseignement le Conseil Economique et Social nécessite une qualité totale de la formation des enseignants.

La réponse au "pour qui" et au "pour quoi" ne peut pas être unique. Pour diversifier la réponse, il faut sortir d'une vision trop interne aux mathématiques. Les mathématiciens ne peuvent pas à eux seuls répondre à cette question. La société attend certainement beaucoup des mathématiques, mais qu'attend-elle des mathématiciens ?

Références et documents consultés

- [1] Nicolas BALACHEFF, *Didactique des Mathématiques et formation initiale des enseignants*, Gazette des Mathématiciens, n° 25, juillet 1984, pp. 153-164, et Bulletin A.P.M.E.P. n° 342, février 1984, pp. 93-104.
- [2] Ed DUBINSKY, *Using Computer experiences to implement a piagetian theory of learning mathematical concepts*, à paraître.
- [3] Yves CHEVALLARD, *Théorie didactique et étude de l'enseignement de l'algèbre : chronique d'une recherche*. Contribution au GRECO Didactique des Mathématiques, 1987.
- [4] David TALL, *Building and testing a cognitive approach to the Calculus using Computer Graphics* (Ph. D. thesis, Warwick University, Coventry 1986).
- [5] Gérard VERGNAUD, *Réflexion sur les finalités de l'enseignement des mathématiques*, Gazette des Mathématiciens, n° 32, janvier 1987, pp. 54-61.
- [6] Equipe de Recherche de RENNES (CATEN et IREM), *Informatique et ingénierie didactique* (Publ. IREM de Rennes, 1985).
- [7] *Informatics and the teaching of Mathematics*, Johnson et Lovis ed., (North Holland 1987).
- [8] *Rapport du Conseil Scientifique des IREM* (octobre 1985).
- [9] *Nouveau catalogue des publications des IREM* (Publ. IREM de Lyon, n° 54, 1986).
- [10] *School Mathematics in the 1990s*, ICME Study Series, Cambridge University Press, 1986.
- [11] *The influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching*, ICME Study Series, Cambridge University Press, 1985.
- [12] *Mathematics as a service subject*, ICME Study Series Cambridge University Press, 1988.
- [13] *Recherches en Didactique des Mathématiques* (3 numéros par an) ("La Pensée Sauvage", BP 141, 38002 Grenoble Cedex).
- [14] *Petit x*, revue pour les enseignants de mathématiques et de sciences physiques des collèges, IREM de Grenoble (BP 41, 38402 St-Martin-d'Hères Cedex).
- [15] *Grand N*, revue pour les maîtres de l'école élémentaire, Grenoble (IREM et CRDP. Diffusion : CRDP, 11 av. Général Champon, 38031 Grenoble Cedex).