

# programmes

---

## activités géométriques à l'école élémentaire compléments aux programmes et instructions du 13 mai 1985

*La Direction des Ecoles précise peu à peu, par des "Compléments", les programmes de mathématiques de l'École Élémentaire. Un texte sur les "Activités Géométriques" est ainsi paru, depuis plusieurs mois déjà.*

*De tels textes auraient dû être communiqués, par la voie officielle, aux enseignants de Sixième, et même de Cinquième : n'ont-ils pas à connaître le mieux possible ce qui se passe au Cours Moyen ?*

*Nous n'en sommes malheureusement pas là, le ministère ne diffusant pas ces textes auprès des Collèges.*

*Aussi, devant une telle carence, et compte tenu de l'importance que revêtent ces Compléments pour nos collègues de Sixième, nous décidons-nous à les publier ci-après.*

*"L'enseignement des mathématiques fait acquérir des connaissances et des compétences dans les domaines numérique et géométrique, tout en aidant l'élève à se forger des méthodes de travail. Il stimule l'imagination". "Résoudre des problèmes suppose la maîtrise d'un certain nombre d'outils, numériques et géométriques, et l'appropriation de méthodes".*

Programmes et instructions, pp. 39-40

La géométrie présente une grande importance pour toute l'activité mathématique : c'est elle qui permet de visualiser les concepts fondamentaux (ensembles de nombres, continuité, limite...), elle est insépa-

rable du nombre et de la mesure. Construire l'espace représentatif est indispensable pour que l'activité mathématique puisse s'exercer.

Les activités géométriques (constructions, tracés...) offrent la possibilité de cultiver, chez l'élève, le goût du travail bien fait, car la précision d'une construction dépend du soin apporté à sa réalisation. La conservation, par l'élève, des travaux qu'il a exécutés est, de même, une bonne incitation à une recherche de qualité et une motivation pour procéder à des constructions plus complexes et plus personnelles.

## **1. Le champ des activités : objets physiques, objets géométriques**

A l'école élémentaire, les activités géométriques doivent concourir, au même titre que d'autres (par exemple les activités physiques et sportives) à la construction de l'espace chez l'enfant. Les élèves doivent donc être mis en situation :

- d'agir sur des objets, d'en fabriquer et d'en construire ;
- de se familiariser avec divers espaces, abordés selon des points de vue différents (on peut, par exemple, suivant le problème posé, s'intéresser seulement à la continuité ou seulement au parallélisme ou uniquement à la mesure) ;
- de traiter des problèmes de représentation.

C'est donc une pédagogie de l'activité qui permet à l'enfant de se constituer un champ d'expériences sur lequel peut se construire la géométrie. C'est pourquoi les activités doivent être conduites, tout au moins dans un premier temps, à partir d'objets physiques de l'espace qui, bien que complexes, sont plus proches de l'expérience des enfants : dés, berlingots, boîtes de toutes sortes, emballages divers...

Peu à peu on amène les élèves, grâce à de nombreuses activités sur ces objets physiques, à changer d'angle de vue, c'est-à-dire à les considérer de façon plus géométrique : cube, pavé, tétraèdre... puis, si l'on s'attache aux faces : parallélogramme, rectangle, triangle... enfin, si l'on s'attache aux arêtes : segment, sommet, milieu...

Le passage du monde des objets physiques à celui des objets géométriques est important et difficile ; il nécessite un effort d'abstraction (au sens de "enlever de"). Prenons l'exemple d'une boîte cubique : il faut en effet parvenir à ne pas tenir compte des inscriptions sur les faces, de la couleur de la boîte, à substituer l'idée et le mot de "face" à l'idée et au mot "couvercle" : une boîte a un couvercle mais toutes les faces d'un cube sont identiques. Pour effectuer ce passage, il est indispensable que les élèves disposent de matériel et de matériaux nombreux et divers, dont la fonction est justement de permettre d'isoler les éléments invariants que sont le nombre de faces, d'arêtes, de sommets, de

formes... ; par exemple, le cube est la forme commune à toute une série de boîtes cubiques de tailles, de couleurs et de fonctions différentes.

## 2. Les activités à conduire avec ces objets

Les activités géométriques consistent à reproduire, à décrire, à représenter, à construire.

### • Reproduire

Les élèves disposent d'un objet et ils doivent en réaliser une copie. Il est possible de reproduire, avec des matériaux divers, un objet plus ou moins usuel, ou bien de procéder à des aménagements ou à des compléments de fabrication. On peut, pour la reproduction, utiliser des moules, des calques, des patrons et, bien sûr, les instruments de mesure et de dessin. Le résultat obtenu est conforme ou non à l'objet initial. En cas d'erreur, il suffit de mettre la production "à l'épreuve des faits". En cas de demande d'un objet "semblable", il convient de préciser le degré de conformité souhaité, si l'on désire évaluer le résultat obtenu.

### • Décrire

En reproduisant un objet et donc en choisissant, puis en agencant le matériel, les élèves sont amenés à s'exprimer à propos de cet objet et à formuler des remarques de type géométrique (ex. : il me faut des faces carrées). Progressivement, ils utilisent, en situation fonctionnelle, un vocabulaire géométrique qui permet :

- d'identifier l'objet, par comparaison et opposition avec d'autres objets, en choisissant le critère discriminant ;
- de le reproduire (quel matériel ? quelle démarche ?) ;
- de le représenter.

On pourra effectuer des classements et dresser une liste des propriétés de l'objet, en utilisant un langage de plus en plus précis.

Il s'agit donc de décrire pour :

- identifier : l'élève doit être capable d'expliciter les critères discriminants, d'énoncer les propriétés communes aux éléments d'une collection et de préciser pourquoi tel objet n'appartient pas à la collection (intrus) ;
- reproduire : l'élève doit être capable de formuler la demande en matériel nécessaire à la reproduction et de la justifier ;
- représenter : l'élève doit être capable de classer les remarques de type géométrique à propos d'un objet, d'une part celles qui sont mises en évidence dans une représentation donnée, d'autre part celles qui ne le sont pas.

### • Représenter

Dès lors qu'on représente un objet géométrique à l'aide de procédés conventionnels, on se trouve dans l'obligation de négliger des propriétés pourtant présentes dans la description. La représentation ne permet pas, en effet, de mettre en évidence toutes les propriétés : par exemple, les six faces de la description d'un cube n'apparaissent pas toutes sur une représentation. Il est donc intéressant d'habituer les élèves à effectuer et à utiliser des représentations différentes d'un même objet, et à savoir choisir la représentation qui convient le mieux. Il est utile de prendre de nombreux points de vue de l'objet (empreintes, coupes, gabarits, ombres...), de passer des dessins d'un objet à des schémas conventionnels. On peut, en particulier, et dès le cours élémentaire, procéder à des activités sur les patrons : développements divers d'un même objet, comparaison et classement des patrons.

### • Construire

La construction est l'aboutissement d'un processus qui s'appuie sur la représentation et la description. Elle nécessite la mise en œuvre des techniques de tracés associées à un vocabulaire fonctionnel. Pour les constructions dans l'espace, on pourra utiliser divers matériaux (pâte à modeler, carton, baguette, fil de fer...) ; une attention particulière sera portée à la recherche des différents patrons d'un solide donné (cube, tétraèdre régulier, pavé, octaèdre régulier,...). Notons que, si les matériaux utilisés sont très divers, ils ne sont pas interchangeables et ils ont leur spécificité, dans la mesure où ils mettent en évidence certains aspects plutôt que d'autres : le papier ou le carton matérialisent les faces, leur nombre, la continuité ; le fil de fer met l'accent sur les arêtes et les sommets ; la pâte à modeler met en évidence le volume. La diversité des matériaux permet donc une bonne articulation entre la reproduction et la description et peut aider à la représentation. Dans le plan, on pourra utiliser des planches à clous, des fils élastiques, des baguettes ou procéder à des assemblages (tangram, puzzles). Une partie importante du travail à effectuer concerne l'usage des instruments de tracé et de mesure : règle, équerre, compas, règle graduée, papier calque, quadrillage, réseau, gabarit, rapporteur. Il peut être intéressant, à cet égard, de mettre l'élève en situation de construire un objet qui réponde à un "cahier des charges". La validation est alors immédiate, les causes d'erreurs devant être situées pour progresser. Pour effectuer la construction, l'élève doit être capable de choisir la représentation qui convient le mieux (par exemple : ce patron permet de diminuer le nombre d'onglets). La construction est, en géométrie, un bon exemple de résolution de problème.

### 3. Réflexions sur les méthodes

#### • Démarche

Les activités géométriques nécessitent une alternance entre des moments d'investigation et des moments de réalisation, entre des moments d'analyse et d'autres de synthèse, étroitement liés dès lors que l'on se trouve dans un processus de production (reproduire et construire), comparable à celui de la technologie. Très souvent, il faut anticiper sur les pratiques (par exemple : que faudrait-il faire pour obtenir un cube dont les arêtes soient doubles de celles du cube que vous venez de construire ?).

Les langages gestuel, oral, écrit (dont le dessin, le schéma, la photographie...) jouent un rôle important dans la conceptualisation des objets géométriques, qui est en cours à l'école élémentaire et qui doit être prolongée et enrichie au collège.

#### • Recours aux transformations géométriques

Les actions sur les objets géométriques (déplacements, agrandissements, réductions, déformations) concourent à ce processus de conceptualisation. En effet, c'est en observant les résultats de ces actions, puis en prenant comme objet d'étude ces actions elles-mêmes, que peuvent être mises en évidence les transformations géométriques planes : translation ou rotation (déplacement plan), symétrie. Les travaux concernant les rosaces, les mosaïques, les frises et les pavages, qui permettent de mettre l'accent sur l'imagination, la créativité et la dimension esthétique, aident à une prise de conscience de l'importance des transformations géométriques dans l'organisation de l'espace. On peut accorder une attention particulière aux ensembles de transformations qui conservent globalement une configuration donnée. Le rectangle est conservé globalement par chacune des symétries par rapport à la médiatrice de deux côtés parallèles, ainsi que par la rotation de  $180^\circ$  par rapport à son centre ; les mêmes remarques peuvent être faites pour le carré, qui est un rectangle particulier, mais, de plus, le carré est conservé globalement par chacune des symétries par rapport à une diagonale, ainsi que par les rotations de  $90^\circ$  et  $270^\circ$  par rapport à son centre ; le triangle équilatéral est conservé globalement par chacune des symétries par rapport à la médiatrice d'un côté, ainsi que par les rotations d'angles de  $120^\circ$  et  $240^\circ$  par rapport à son centre de gravité.

#### • Vocabulaire

Le vocabulaire géométrique sert à la transmission et à la compréhension des informations ; il aide aussi à la conceptualisation. Des mots précis, en nombre limité, doivent être acquis en situation fonctionnelle

et parfaitement maîtrisés. L'élève doit accéder, le plus tôt possible, au vocabulaire correct et définitif, qui est celui de l'adulte. Il vaut mieux éviter tout vocabulaire provisoire. Le fait d'utiliser les mots *cercle* et *disque*, *sphère* et *boule*, facilite la perception des différences notionnelles et aide à la conceptualisation. Le vocabulaire géométrique est ainsi acquis au terme d'un processus d'utilisation continue et, bien sûr, ne doit pas être appris en dehors de tout contexte, associé à des définitions, qui n'ont pas leur place à l'école élémentaire, car elles sont fondées sur la notion de "condition nécessaire et suffisante", qui relève du collège. Il s'agit avant tout d'acquérir un vocabulaire actif et utile.

#### 4. Problèmes posés par l'évaluation

Les activités géométriques dépassent l'acquisition de savoir-faire techniques et de compétences de tracé, comme en témoigne ce qui précède, et l'évaluation n'en est pas facile. Elle est incluse dans l'explicitation même des verbes "reproduire", "décrire", "représenter", "construire".

Des compétences de tracé sont attendues des élèves à la fin du C.M. et elles peuvent faire parfois l'objet d'une étude en soi, au cours de brèves séquences d'apprentissage, mais elles doivent être intégrées dans les activités et être conçues comme des moyens à mettre en œuvre dans des procédés de construction. C'est ainsi que les élèves doivent être capables :

- de tracer un trait à la règle, avec ou sans consigne, au C.E., l'apprentissage étant commencé dès le C.P. ;
- de tracer, au C.E., des perpendiculaires à une droite donnée ;
- de tracer, au C.M., des parallèles à une droite donnée et de construire des réseaux de droites, l'apprentissage pouvant commencer au C.E. en considérant deux droites perpendiculaires à une troisième ;
- de reporter, dès le C.E., des distances, avec une règle graduée, une bande de papier ou un compas ;
- de reproduire, au C.M., des angles avec calque, gabarit ou compas.

A la fin du C.M. les élèves sauront construire, sur différents supports [papier quadrillé, ligné ou blanc], des figures géométriques planes (triangle, parallélogramme, rectangle, losange, carré, autres polygones, cercle), l'apprentissage ayant été commencé dès le C.E., sur quadrillage. Progressivement, les élèves apprendront à choisir eux-mêmes les instruments les mieux adaptés aux tracés et aux mesures qu'ils veulent réaliser.