dans nos classes

Piaget, pour une pédagogie de la réussite

par M. Arsène et A. Arsène
L.E.G.T. Epernay, L.N.M. Epernay

Il existe un certain nombre de mots, dans les commentaires et instructions, qui sont à la mode à une époque puis disparaissent soudainement, qui varient de sens suivant les personnes, qu'il faut ou ne faut pas prononcer suivant les circonstances, mais que tout le monde se garde bien de définir ou d'expliquer aux malheureux usagers que sont les professeurs confrontés aux modes pédagogiques, tiraillés entre les réalités de la classe, les attitudes démagogiques, l'absence de formation, etc.

Nous pensons par exemple à travaux de groupes, autonomie, travail personnel, évaluation formative, objectifs, pédagogie différenciée...

Nous trouvons, dans les commentaires de seconde, la phrase : "... il convient de développer les capacités de l'ensemble des élèves. Une diversification des activités proposées peut y contribuer de manière efficace...".

On peut interpréter cette consigne de diverses façons : la méthode la plus simple consiste à commencer chaque chapitre par un beau cours, avec de bons modèles, faciles à reproduire, puis à proposer des exercices variables en fonction des capacités des élèves, dans de soi-disant groupes de niveau...

Cette solution n'est qu'une adaptation très pauvre et inefficace du cours traditionnel. Les élèves qui ne comprenaient rien ne comprendront toujours rien.

Il est temps de *réfléchir sur le cheminement des élèves dans leurs apprentissages* : pour en savoir un peu plus long à ce sujet, il nous semble utile de rappeler qu'un certain monsieur Jean Piaget, grand chercheur dans le domaine de la pédagogie, nous apporte des réponses intéressantes.

Dans ses diverses études sur l'épistémologie génétique, Piaget découvre que l'enfant passe par trois étapes essentielles lorsqu'il se trouve confronté à une situation nouvelle ou à des objets nouveaux (mathématiques par exemple).

1. Une phase d'*assimilation de l'objet* : il s'agit de l'intégrer aux structures mentales déjà existantes. Pour cela l'enfant a besoin de le manipuler, de le transformer, d'agir sur lui, de le triturer afin d'en connaître toutes les facettes.

2. Une phase d'*accommodation,* au sens de Piaget, qui consiste à effectuer des opérations concrètes sur l'objet, le faire agir sur d'autres objets et inversement, chercher toutes ses possibilités d'actions et ses propriétés.

3. Une phase de *conceptualisation.* Maintenant que l'objet est assimilé avec ses propriétés, il s'agit de pouvoir en parler sans l'avoir sous les yeux, de l'imaginer et d'être capable de l'utiliser sous forme de symbole au sein d'autres objets afin de créer ou d'utiliser une théorie. Lorsque cette phase est atteinte et terminée, l'objet est conceptualisé et peut être considéré comme parfaitement perçu et compris.

Prenons un exemple dans la géométrie de seconde avec le chapitre des déplacements dans le plan :

1. La *phase d'assimilation* consistera à translater un dessin, dessiner les images de points donnés, grâce à la règle et au compas, trouver un centre de rotation par traçages, manipuler des transformations dans le plan repéré, etc.

2. La *phase d'accommodation* comportera des applications des observations et des manipulations précédentes : on demandera aux élèves de construire, de recréer des figures par des transformations, plus ou moins imposées, à partir d'une figure choisie par eux. Il s'agit de réinvestir les acquis pratiques afin de les intérioriser et de les faire basculer doucement dans le domaine théorique.

3. Enfin la *phase de formalisation* arrivera. Il s'agit de justifier le choix des formules utilisées lors de la phase 2. Le besoin s'en fait sentir car celles-ci pourraient paraître arbitraires et apparues comme par magie. Il faut confirmer ou infirmer des conjectures. Alors intervient la démonstration. Celle-ci s'impose donc mais en dernier lieu. C'est la formalisation pure, par le passage au vectoriel, puis aux formules analytiques qui en découlent. Enfin, par les objets transformés, déduits grâce à celles-ci, nous retournons à la souree et le cercle est bouclé... Il est alors temps d'aborder une autre notion.

Voilà une démarche qui nous paraît fondamentale et qui semble en totale contradiction avec le schéma classique : cours, exercices, corrections, cours... Comme ce dernier n'aboutit qu'à des échecs (sauf bien entendu pour les doués), le schéma piagétien apporte une donnée intéressante puisqu'il permet à chacun d'atteindre son niveau alors que le schéma classique laisse beaucoup de monde en rade. En effet un apprentissage qui commence par la conceptualisation ne peut être efficace que pour la petite partie des élèves qui ont une forte capacité d'abstraction. Il ne faut pas mettre la charrue avant les bœufs.

Pour la plupart des élèves, il est indispensable de *respecter l'ordre normal lié à tout apprentissage selon Piaget* : assimilation, accommodation, conceptualisation, et non l'inverse.

La première phase est la *découverte* : confrontation à des situations nouvelles, recherche de solutions, conjectures, erreurs, tâtonnements...

Une deuxième phase est la période de *mise en ordre des découvertes* : choix des solutions, élimination des erreurs, justification des solutions, besoin de nouveaux outils...

La troisième phase est la *formalisation et la conceptualisation de la notion* nouvelle : élaboration des outils, démonstrations, théorèmes, propriétés...

On pourra ensuite envisager les applications dépassant la notion étudiée et ouvrant sur de nouvelles découvertes... et le processus recommence.

Certains élèves sont incapables d'atteindre la phase trois. Ils sont capables de raisonner sur des situations mais pas sur des formules. Ils n'ont pas de grandes facilités d'abstraction. Si nous démarrons par un cours (définitions, formules, démonstrations...) cette catégorie d'élèves est complètement perdue. Elle va appliquer des recettes, recopier des modèles, sans rien comprendre, au sens fort de ce mot. Elle n'aura pas accès au SENS.

Une *pédagogie de la réussite* (encore une expression à la mode) doit tenir compte des possibilités et des capacités de toutes les catégories d'élèves (on appelle cela l'hétérogénéité).

Il faut donc *définir* pour chaque notion à étudier un *déroulement* permettant à tous les élèves de prendre le départ et de participer aussi loin que possible à l'approfondissement. Il faut *déterminer clairement les nécessités* : Quels sont les chapitres que toute la classe doit avoir assimilés jusqu'à la formalisation ? Quels sont les chapitres qui peuvent rester au stade de la découverte pour une partie de la classe ? (exemple : le produit scalaire en seconde).

Une réflexion bien conduite permettra de déterminer pour chaque élève un cursus qui le conduira aussi loin que ses possibilités lui permettent d'aller dans la connaissance, mais surtout dans la compréhension.

Il semble évident que l'*évaluation doit être adaptée.* Tout élève doit pouvoir prouver qu'il a atteint les objectifs qui lui sont fixés (notion de contrat). La réussite étant un facteur de motivation, on enclenche ainsi un processus de progrès.

Pour réaliser ce type d'enseignement, le professeur dispose d'outils très variés qui peuvent s'appeler : travaux de groupes, travaux pratiques, liste d'objectifs, travail autonome, équipe pédagogique, enseignement programmé, soutien, groupes de niveaux...

Ces outils sont précieux mais resteront inefficaces si nous ne menons pas une réflexion très sérieuse sur les *possibilités réelles des élèves* et si nous n'en tenons pas compte dans notre démarche pédagogique.

Citons Piaget : "Si l'on désire comme le besoin s'en fait de plus en plus sentir, former des individus capables d'inventions et de faire progresser la société de demain, il est clair qu'une éducation de la découverte active du vrai est supérieure à une éducation ne consistant qu'à dresser les sujets à vouloir par volontés toutes faites et à savoir par vérités simplement acceptées (psychologie et pédagogie)".

Pour les collègues intéressés, nous signalons la brochure de l'IREM de Reims : *Jean Piaget et les mathématiques au collège.*

Annexe :
Etude d'un exemple en seconde, l'homothétie

Les élèves ont un passé, c'est-à-dire qu'ils accumulent depuis très longtemps des notions qui préparent l'homothétie : ombres, changements d'échelle, Thalès, etc...

Ces notions n'ont pas toutes été apportées par l'école. Elles demeurent trop floues et trop peu organisées pour une conceptualisation immédiate.

Avant de présenter un cours, nous devons compléter ce travail de préparation par des travaux pratiques assurant la phase d'assimilation et engageant la phase d'accommodation. Le passage de l'assimilation à l'accommodation n'est pas nettement déterminé ni déterminable sans une étude psychologique approfondie pour laquelle nous ne sommes pas compétents.

Assimilation et début d'accommodation (voir T.P. 1, 2, 3)

Observations de figures, constructions (d'axes, de centres...).

Premier contact avec les homothéties et rotations dont les élèves n'ont jamais entendu parler dans leur scolarité.

Les élèves trouvent les réponses par le jeu des ressemblances et des différences : ils connaissent translations et symétries. Ils devinent rotation et, par élimination ils trouvent l'homothétie. Celle-ci n'est pas étudiée seule, mais confrontée aux autres transformations.

La construction du centre de rotation est trouvée assez facilement par les groupes d'élèves ainsi que le centre et le rapport d'homothétie.

Les élèves doivent ensuite *faire agir les transformations* sur les figures. Il faut appliquer les résultats obtenus en phase 1, d'abord en trouvant les transformations qui permettent de dessiner la frise, puis en inventant soi-même un dessin (les élèves font des dessins magnifiques). Il y a là probablement un premier niveau d'équilibration sur le dessin.

Puis les élèves *font agir les transformations dans un repère.* Aucune démonstration théorique n'est encore demandée. La recherche des invariants permet un travail intéressant sur la résolution des systèmes et en particulier sur la signification de la réponse (pas de solution : translation ; une solution : centre ; une infinité de solutions : axe...).

Fin de l'accommodation et équilibration

Ces T.P. terminés, *tous* les élèves ont compris qu'une homothétie comporte deux éléments essentiels, son centre et son rapport.

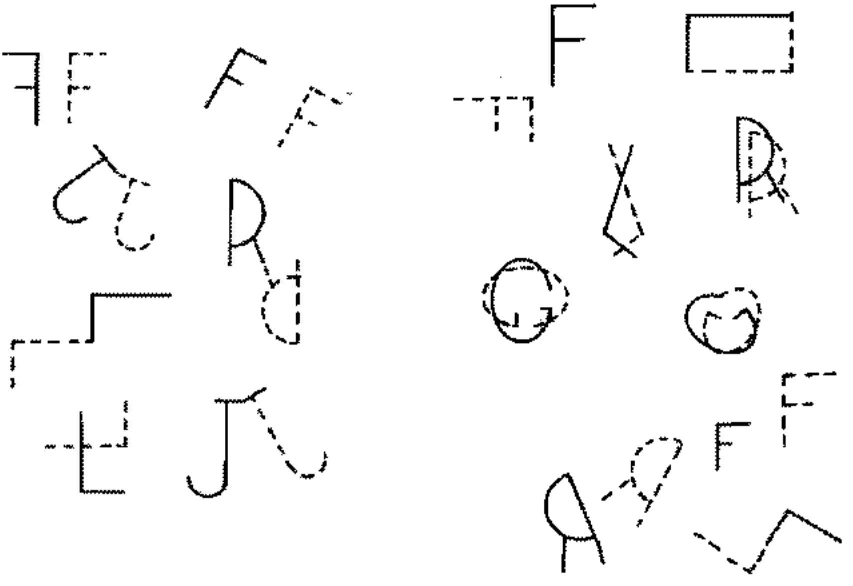
Le moment est venu de la formalisation, c'est-à-dire du cours au tableau, sous forme d'une synthèse de tous les résultats observés, et du passage au vectoriel. Cette partie n'apparaît évidemment pas sur les fiches présentées.

On retrouve à ce stade le travail classique : cours, exercices d'application, problèmes (exemple : problèmes d'alignement, droite d'Euler).

A quel moment exactement chaque élève arrive-t-il à l'équilibration ? Ceci est impossible à dire. Certains n'y arrivent probablement jamais, mais tous ont été actifs et tous ont appris ce qu'est une homothétie à travers des activités motivantes.

Fiche de T.P. n° 1 : phase graphique (première étape)

Voici des dessins en traits pleins et leurs images en traits pointillés.
Déterminez les transformations et dessinez s'il y a lieu vecteur, axe de symétrie, centre de symétrie, centre et angle de rotation, centre et rapport de l'homothétie.



Fiche de T.P. n° 2 : phase graphique (deuxième étape) (voir dessin p. 644).

Même exercice que précédemment pour les transformations permettant de passer de (1) à (2), de (2) à (3),... etc., en suivant la chaîne (1)-(2)-(3)-(4)-(5)-(6)-(7)-(8)-(9)-(1).

Avec un dessin de votre choix, reproduisez une chaîne comme celle-ci où vous devrez incorporer au moins deux translations, une symétrie centrale, une symétrie axiale, une rotation, deux homothéties.

Fiche de T.P. n° 3 : phase analytique

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan, construire les points $A(1,4)$, $B(5,6)$, $C(10,6)$, $D(2,2)$ et les joindre. On obtient la figure F.

1. On considère l'application f_1 qui, à tout point $M(x,y)$ du plan, fait correspondre le point $M_1(x_1,y_1)$ avec :

$$X_1 = x-3$$
$$Y_1 = y+2$$

Dessinez l'image F_1 de F par cette application.

2. Reprendre le même travail pour chacune des applications suivantes :

$f_2 : M \mapsto M_2$ avec $\begin{cases} x_2 = -x \\ y_2 = y \end{cases}$

$f_3 : M \mapsto M_3$ avec $\begin{cases} x_3 = -x-2 \\ y_3 = y \end{cases}$

$f_4 : M \mapsto M_4$ avec $\begin{cases} x_4 = x \\ y_4 = -y \end{cases}$

$f_5 : M \mapsto M_5$ avec $\begin{cases} x_5 = x \\ y_5 = -y+3 \end{cases}$

$f_6 : M \mapsto M_6$ avec $\begin{cases} x_6 = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y \\ y_6 = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y \end{cases}$

$f_7 : M \mapsto M_7$ avec $\begin{cases} x_7 = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y \\ y_7 = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y \end{cases}$

$f_8 : M \mapsto M_8$ avec
$\begin{cases} x_8 = \frac{1}{5}(3x+4y+4) \\ y_8 = \frac{1}{5}(-4x+3y-2) \end{cases}$

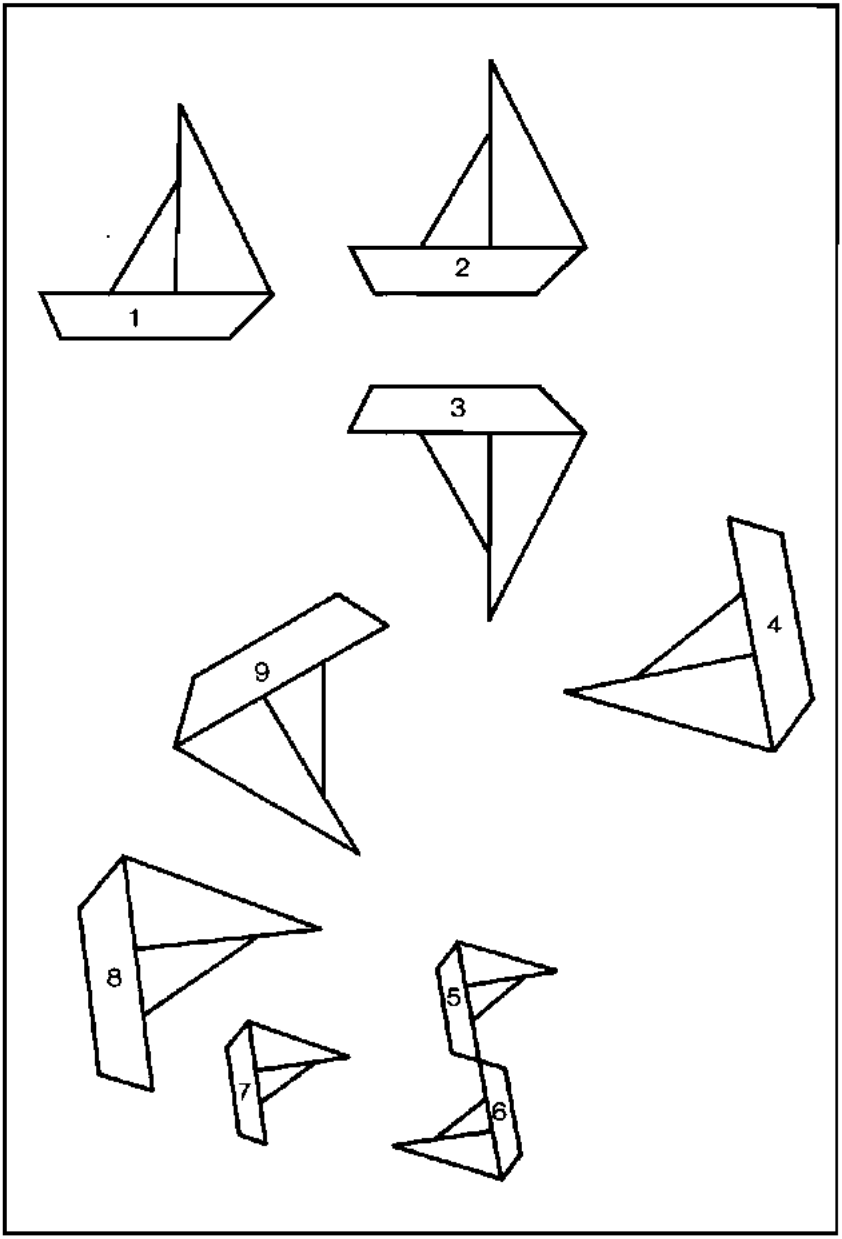
$f_9 : M \mapsto M_9$ avec $\begin{cases} x_9 = \frac{1}{2}(x-1) \\ y_9 = 2(y-1) \end{cases}$

$f_{10} : M \mapsto M_{10}$ avec $\begin{cases} x_{10} = 2x \\ y_{10} = 2y \end{cases}$

$f_{11} : M \mapsto M_{11}$ avec $\begin{cases} x_{11} = \frac{1}{2}x - 2 \\ y_{11} = \frac{1}{2}y - 4 \end{cases}$

$f_{12} : M \mapsto M_{12}$ avec $\begin{cases} x_{12} = -x \\ y_{12} = -y \end{cases}$

Dessin de la fiche de T.P. n° 2



3. Si vous reconnaissez des transformations, déterminez graphiquement les éléments caractéristiques (équation des axes, coordonnées des centres,...).

4. Pour chacune des applications précédentes, pouvez-vous trouver des invariants, c'est-à-dire des points confondus avec leur image. Si oui, notez-les d'une autre couleur.

5. Recherche systématique des invariants : si $M(x,y)$ et $M'(x',y')$ sont confondus, on peut écrire $x=x'$ et $y=y'$. En déduire une méthode de recherche des points invariants pour chacune des applications précédentes.

6. Parmi ces applications, quelles sont les isométries ?