enseignement des mathématiques ici et ailleurs

{history of [(mathematics)} teachers]

par Man-Keung Siu,
département de mathématiques
université de Hong-Kong
traduit de l'anglais par J.M. Chevallier (*)

Mathématiques, histoire des mathématiques, enseignants de mathématiques — cette triade, qui possède en commun le mot "mathématiques", devrait former un tout étroitement intriqué. Pourtant, dans l'esprit de bien des gens il n'y a aucune relation entre ses trois termes. Dans "mathématiques" nous incluons toutes les activités qu'implique l'acquisition de connaissances mathématiques, à savoir : étudier les mathématiques déjà constituées, se tenir au courant de ce qui se fait en mathématiques, discuter de mathématiques avec des collègues, résoudre des problèmes mathématiques, appliquer les mathématiques à d'autres disciplines, créer ou découvrir (selon le point de vue adopté) des mathématiques nouvelles. Dans "histoire des mathématiques" nous incluons l'étude de l'évolution des mathématiques, prises comme un tout

(*) Le traducteur s'avoue incapable de transcrire le graphisme subtil du titre original. Cela est sans inconvénient, puisque ce titre est explicité par la première phrase du texte.

culturel, ou dans un domaine particulier ou même à propos d'un sujet restreint. Nous incluons aussi l'exploration des voies suivant lesquelles les idées mathématiques ont pu se développer (attitude qui peut ne pas être du goût d'un véritable historien des mathématiques). Avec "enseignants de mathématiques" nous voulons évidemment parler de l'acte d'enseigner les mathématiques. Mais, par-delà la simple transmission de connaissances, nous entendons aussi l'excitation partagée qu'apportent certaines idées mathématiques, la conscience tant du pouvoir que des limites des mathématiques, et le bon maniement de la pensée mathématique. Nombre de mathématiciens, profondément voués à leur matière, font de bonne et efficace recherche, mais montrent moins d'enthousiasme dans leur enseignement ; ils le regardent plus comme un moyen de gagner leur vie au profit de leur recherche que comme une partie de leur carrière. A l'égard de l'histoire des mathématiques ils n'éprouvent que de l'indifférence, voire un léger dédain, car ils ne la considèrent pas comme des mathématiques proprement dites, mais seulement comme un colifichet à l'usage de ceux qui sont incapables de faire de vraies mathématiques. Par ailleurs, il y a beaucoup de mathématiciens qui, prenant leur enseignement à cœur, y consacrent une grande somme de temps et d'énergie. Ils sont certainement capables de bien traiter ce qu'ils ont à enseigner et le connaissent à fond, mais ils ne jugent pas essentiel de conserver quelque activité de recherche mathématique (ici le mot "recherche" est employé pour désigner n'importe quel travail qui comporte un élément de pensée créatrice, grâce à quoi on se maintient mathématiquement "en forme" ; ainsi, cela inclut, outre la recherche au sens usuel du terme, des activités telles que la publication d'un exposé, l'interprétation sous une lumière nouvelle de résultats déjà connus, ou la résolution de problèmes posés dans divers périodiques mathématiques). A l'histoire des mathématiques ils prêtent rarement attention, car ils ne croient pas qu'elle puisse servir en classe, sinon au mieux comme un très accessoire décor anecdotique. Cela nous ramène à l'assertion faite au début de cet article. Examinons de plus près la relation entre ses trois termes.

Il va sans dire que ce qui fait un bon maître (dans n'importe quelle matière) ne se réduit pas à la quantité du savoir, ni à sa qualité. Edwin E. Moise le résumait assez bien dans le passage suivant (Amer. Math. Soc. Notices, 20 (1973), p. 219) : "L'enseignement est une relation très ambiguë entre personnes. Le maître opère, explique, donne des tâches, dirige, juge, conseille, fait autorité, est un interlocuteur et un ami. Aucun de ces rôles n'est facile, et plusieurs d'entre eux sont mal compatibles. Aussi, la maturité chez un maître suppose un développement complexe de la personnalité". Cela rappelé, nous restreindrons notre discussion à la matière qui fait notre sujet. Mais, même ainsi, nous ne voudrions pas nous limiter au simple "know-how" (*). Qu'entendons-nous par un maître *savant* ?

(*) Je ne me suis pas hasardé à traduire "know-how" que l'auteur lui-même utilise entre guillemets. Le mot recouvre un large éventail de sens qui vont de la simple recette à la maîtrise d'une technique. (N.d.T.)

Un maître savant devrait posséder les qualités suivantes : 1) *savoir-faire,* 2) *connaissances,* 3) *sagesse.* Elles diffèrent entre elles, mais sont étroitement liées, chacune d'elles complétant les deux autres. Un lettré chinois du XVIIIe siècle, Yuan Mei, disait (se référant, il est vrai, à un contexte littéraire) : "Les connaissances sont comme l'arc, le savoir-faire comme la flèche ; mais c'est la sagesse qui dirige la flèche vers la mouche de la cible". Pourtant, d'un bout à l'autre de l'enseignement, les connaissances seules, peut-être aussi le savoir-faire chez les plus favorisés, semblent avoir la vedette ; la sagesse est rarement mise sur le même pied. Cela peut être une des raisons qui expliquent ce paradoxe : bien qu'on reconnaisse universellement les mathématiques comme une discipline fondamentale, par son importance, son utilité et sa portée, elles sont aussi le sujet le moins compris, le plus mal interprété, le plus négligé par le public. On n'a pas besoin d'être un artiste pour savoir ce que sont peinture ou sculpture ; ni d'être un écrivain pour savoir ce que sont poème ou nouvelle ; ni d'être un musicien pour savoir ce que sont symphonie ou chant ; ni d'être un savant pour savoir ce que sont planète ou virus ; mais, si on n'est pas mathématicien, on peut totalement ignorer ce que sont une fonction, un postulat, un groupe, une variété. La plupart des gens savent qui sont Picasso, Shakespeare, Beethoven, Einstein mais combien (hors du cercle des mathématiciens) ont entendu parler d'Euler, Gauss ou Riemann, pour ne rien dire des mathématiciens vivant dans notre siècle ? Si un mathématicien fait la connaissance de quelqu'un dans une réunion, il y a bien des chances pour que la réaction soit : "Ah, vous êtes mathématicien ? Vous devriez bien tenir le compte de mon chéquier ; je suis nul en maths" ou "Bon ! Vous qui êtes mathématicien, dites-moi comment faire sauter la banque au casino". Nous qui travaillons comme mathématiciens avons une autre idée de ce que nous faisons réellement en mathématiques.

Les mathématiques sont un sujet trop vaste et trop ancien (bien qu'éternellement neuf) ; aussi, tandis que les élèves sont instruits des résultats des sciences modernes au siècle présent, leurs cours de mathématiques couvrent principalement ce qui a été fait jusqu'aux XVIe et XVIIe siècles. Même dans les universités, la plupart des étudiants étudient les mathématiques qui ont été faites jusqu'au début du XIXe siècle ; seuls quelques as en maths peuvent aller au-delà. Ainsi les mathématiques acquièrent graduellement un langage spécifique, qui peut paraître obscur à qui n'y a pas été formé. Il faut aussi admettre que, les mathématiques exigeant une pensée abstraite, on est obligé de leur consacrer la somme de temps et d'efforts indispensable pour réellement les comprendre. Tout le monde ne consent pas à le faire (et, après tout, on n'a pas besoin de tant de mathématiciens). Aussi, dans les écoles, l'enseignement mathématique tend à privilégier le contenu technique, avec cet avantage qu'une quantité raisonnable de connaissances peut être transmise dans le temps alloué, si bien qu'il est possible aux étudiants d'acquérir langage et tours de main en un temps raisonnablement court. Cependant, en agissant ainsi, on est obligé de négliger l'aspect culturel. Les étudiants peuvent ne pas s'apercevoir du tout que les mathématiques ont leur vie, qu'elles ont un passé aussi bien qu'un avenir, qu'elles ne sont pas seulement un fatras de formules et de théorèmes, proprement empaquetés mais sans vie. Au début de mes études universitaires, tombant un jour sur une de mes anciennes camarades de classe, je lui dis que je faisais un travail en mathématiques. Elle parut surprise et demanda : "Tu veux dire qu'il y a encore des choses à faire en maths ? Je croyais que tout avait été découvert en calcul diff !" Or, quatre ans plus tôt, elle était une tête de classe en mathématiques.

Par conséquent, un programme équilibré de mathématiques devrait viser trois buts : (1) entraînement de l'esprit, (2) transmission de connaissances techniques, (3) prise en considération de l'aspect culturel. Si le lecteur veut bien tolérer l'usage plus lâche de mots plus vagues, nous caractériserons ces trois buts comme : (1) savoir-faire, (2) connaissances, (3) sagesse, ce qui nous ramène à notre point de départ. Il n'est pas facile de définir précisément ces mots ; espérons que la suite les éclairera. Nous ne discuterons pas non plus de (1), car des gens comme Pólya ont dit et fait tant de choses sur le sujet que tout ce qu'on ajouterait ne pourrait que donner au lecteur une impression de "déjà vu" (*). Venons-en tout droit à (2) et (3) qui, en se combinant, qualifient un enseignant. Cette qualification peut s'acquérir par une approche du type chaîne-trame, la chaîne étant la discussion du développement des idées mathématiques, et la trame l'exploration de la nature et de la signification des mathématiques. Dans chacune des deux l'histoire des mathématiques joue un rôle de guide.

Un professeur de mathématiques peut dire : "Grandes questions certes, mais sans rapport avec mon enseignement quotidien. Tout ce que j'ai besoin de faire, c'est de bien enseigner. Pourquoi me soucierais-je de questions philosophiques comme la nature ou la signification des mathématiques ? Tout ce que j'ai besoin d'enseigner, ce sont les mathématiques de notre temps. Pourquoi me soucierais-je de la façon dont on le faisait il y a deux mille ans ?" En est-il vraiment ainsi ? Il est indéniable que la nature et la signification des mathématiques sont une question philosophique, et de surcroît sujette à controverse. Autant de gens, autant d'opinions. Mais cela est sain, et nous n'allons pas nous mettre en quête d'une "réponse modèle". Cependant, ce n'est pas une excuse pour esquiver le problème, et il n'est pas vrai que celui-ci n'a rien à voir avec notre enseignement. Qu'on en ait une claire conscience ou non, que cela plaise ou non, la façon dont nous regardons les mathématiques se reflétera dans notre enseignement. Qui regarde les mathématiques comme un simple outil donnera volontiers à sa classe formule sur formule avec des tas d'exemples bien rodés. Qui regarde les mathématiques comme un système purement logique adoptera volontiers une mise en forme définition-

(*) En français dans le texte (NdT).

théorème-corollaire, claire sans doute, mais sèche. Qui regarde les mathématiques comme quelque chose de plus que cela enseignera dans un style différent. Le passé des mathématiques n'est pas une carcasse morte, il peut nous aider à développer en nous un "goût" mathématique, qui à son tour peut améliorer notre enseignement de façon indirecte, car il montre comment évoluent les mathématiques, suivant quelles lois, quels furent le flux et le reflux des tendances mathématiques aux diverses époques. Il peut aussi fournir une aide plus directe, c'est ce que le reste de cet article entend discuter.

Bien que beaucoup s'accordent à dire que l'histoire des mathématiques peut apporter une aide en général, les opinions diffèrent quand on en vient à l'enseignement journalier. Certains disent qu'elle est utile, d'autres inutile ; les uns disent qu'elle est utile à l'école, mais inutile à l'université, les autres tout le contraire. Je dirai qu'il y a trois niveaux dans l'emploi en classe de l'histoire des mathématiques. Le premierniveau consiste à faire usage d'anecdotes, de noms, de dates, d'événements, afin de vivifier l'enseignement des mathématiques, et pour ainsi dire d'"humaniser" le sujet. Le deuxième niveau consiste à faire appel aux grandes lignes du développement d'un certain domaine, d'un certain concept, d'une certaine théorie, pour rehausser l'aspect culturel du sujet et faire naître la considération pour le savoir en général. De ce point de vue, remarquons que les mathématiques outre qu'elles sont une science, sont aussi une branche des humanités qui font partie intégrante d'une éducation libérale. Le troisième niveau est, pour les mathématiques mêmes, le plus important (mais aussi le plus difficile à atteindre) : dépister la pénétration d'esprit et les mobiles en jeu dans les exemples célèbres tirés de l'histoire, qui s'enrichissent ainsi d'une interprétation éclairée. Selon les paroles de Leibniz, "l'utilité de l'histoire n'est pas simplement qu'elle donne à chacun son dû et que d'autres peuvent escompter semblable louange ; elle sert aussi à mettre l'art de la découverte en relief et ses méthodes en lumière grâce à de célèbres exemples".

Illustrons ce qui précède au moyen d'exemples tirés de l'expérience vécue de l'auteur (comme celui-ci enseigne à l'université, quelques-uns des exemples se situent à un niveau un peu élevé, bien qu'en un certain sens ils s'apparentent au niveau de l'école. Les lecteurs qui jugeraient mal appropriés certains des exemples voudront bien excuser l'auteur).

Exemple 1. Ce qu'on peut appeler "l'epsilonite" est un obstacle pour beaucoup d'étudiants. Mais si nous réfléchissons sur son origine, peut-être deviendrait-elle moins terrifiante. Pourquoi disons-nous usuellement "Pour $\varepsilon > 0$ donné, il existe...", pourquoi ε ? Est-ce que ε doit être petit ? Si oui, pourquoi ne choisissons-nous pas une autre lettre qui insisterait mieux sur ce point ? En fait, ε n'a pas besoin d'être petit, bien que ce soit un ε petit qui nous intéresse surtout. La lettre provient du mot français "erreur". Les mathématiciens du XVIII^e siècle comme

Lagrange, habiles aux approximations par itération, avaient à estimer l'erreur qu'impliquait leur calcul, en se demandant combien la valeur calculée différait de la valeur exacte après un nombre assigné d'itérations. Cette technique, entre les mains de mathématiciens du XIX^e siècle comme Cauchy, se transforma en une théorie de la limite. Eux se demandaient, inversement, combien d'opérations étaient nécessaires pour garantir que la réponse estimée se situait en-deçà d'une certaine erreur fixée. Vue de cette façon, "l'epsilonite" n'est rien d'autre que l'estimation d'une erreur, ce qui est aussi naturel et concret que possible!

Exemple 2. Comme nous le savons tous, la fonction est une notion centrale en mathématiques. Elle se présente dans la vie courante comme quelque chose qui varie en même temps qu'une autre chose varie, par exemple la température du jour. Par souci de précision, les mathématiciens doivent adopter une définition formelle que le débutant peut trouver impressionnante (et inutilement pesante). En réalité les mathématiciens ne sont arrivés à leur définition qu'après plusieurs centaines d'années de labeur et de perplexité. En outre, insister uniquement sur l'aspect relationnel de la fonction, tel que la définition formelle tend à l'inculquer aux étudiants, c'est leur ôter la possibilité de voir que la fonction est aussi une formulation mathématique d'une certaine loi de changement. Un regard sur le développement du concept de fonction peut aider. L'importance de cette notion fut mise en évidence au XVII^e siècle par Descartes et Galilée, le premier d'un point de vue géométrique sous forme du lieu d'un point variable, le second d'un point de vue physique sous forme du mouvement d'un corps. En 1667 Gregory définit une fonction comme une quantité obtenue à partir d'autres quantités par une succession d'opérations algébriques ou toutes autres opérations imaginables (il entendait par là un processus de limite). En 1718 Bernoulli (Jean) introduisit la notion de "variable" et en 1734 Euler introduisit le symbole $f(x)$ pour la fonction (Le mot lui-même "fonction" fut employé pour la première fois par Leibniz en 1692, mais dans le sens plus restreint d'une quantité variable liée à une courbe). En 1748 Euler regardait encore une fonction comme une expression analytique quelconque formée de façon quelconque à partir d'une quantité variable et de constantes (c'est encore le cas de beaucoup d'étudiants de nos écoles !). Puis eut lieu un grand événement qui exerça une influence profonde sur l'analyse pour les siècles suivants : le problème épineux de la corde vibrante. D'Alembert exprima la déformation transversale d'une corde pincée au moyen de la fonction qui décrivait la forme initiale de la corde. Euler fit place à une classe plus générale de fonctions de ce genre et en 1755 redéfinit une fonction comme une quantité qui dépend d'autres quantités de telle façon qu'elle subisse des variations quand on fait varier les autres. Bernoulli (Daniel) attaqua la question sous un angle totalement différent, il attira l'attention sur le problème de la représentation d'une fonction par des séries trigonométriques. Cela conduisit à un examen plus serré du concept de fonction. En

1822, Fourier résolut le problème relatif aux séries trigonométriques ; il concevait la fonction comme une succession de valeurs ou d'ordonnées dont chacune était arbitraire. En 1837, Dirichlet donna comme définition d'une fonction y de x : quand à chaque valeur de x dans un intervalle donné correspond une valeur unique de y. Pour en faire ressortir l'arbitraire, il donna l'exemple devenu fameux de la fonction de Dirichlet : $y(x) = c$ si x est rationnel et $y(x) = d$ si x est irrationnel. Pour la plupart des étudiants cette définition maniable de la fonction est suffisante. Si on veut aller plus loin en mathématiques, il faut encore la polir ; mais n'est-il pas plus motivant d'introduire la notion de fonction par cette voie ?

Exemple 3. En 1678, Leibniz annonça une "loi de continuité", disant que, si une variable jouissait d'une certaine propriété en toutes circonstances, sa limite jouirait de la même propriété. Jusqu'au début du XIXe siècle les mathématiciens y crurent. Guidé par ce principe, Cauchy démontra le résultat suivant en 1821. Si $\{f_n\}$ est une suite (*) de fonctions continues, et si f est la limite de f_n en ce sens que $\lim\limits_{n \to \infty} f_n(x) = f(x)$ pour tout x, alors f est continue. Dans le cours d'analyse, j'ai l'habitude de présenter ainsi sa démonstration. Pour n assez grand $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$. Pour n assez grand $|f_n(x+h) - f(x+h)| < \varepsilon$. Choisissons un n particulier tel que les deux inégalités soient vraies, alors

$$|f_n(x) - f(x)| + |f_n(x+h) - f(x+h)| < 2\varepsilon$$

Pour cette fonction f_n, $|f_n(x+h) - f_n(x)| < \varepsilon$ pour $|h|$ assez petit. Donc, pour $|h|$ assez petit, nous avons :

$$|f(x+h) - f(x)| \leqslant |f(x+h) - f_n(x+h)| + |f_n(x+h) - f_n(x)| + |f_n(x) - f(x)| < 3\varepsilon$$

Ainsi f est continue au point x. Sur un dessin, cela devient encore plus plausible.

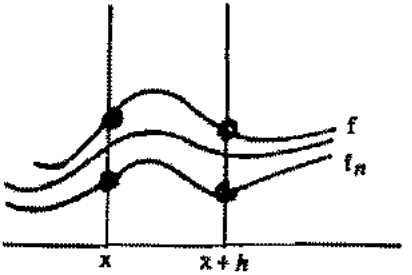


Figure 1

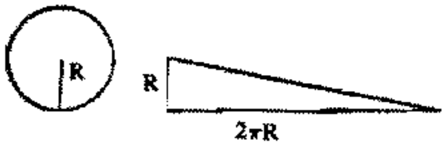
(*) Nous noterions plutôt cette suite $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$, mais j'ai respecté les notations de l'auteur (NdT).

Pendant que beaucoup d'étudiants hochent encore la tête, je leur dis que le travail de Fourier sur les séries trigonométriques à peu près à la même époque indiquait que certains fonctions très discontinues pouvaient être représentées comme limites de polynômes trigonométriques ! Cauchy n'arrivait pas à voir ce qui était faux et pour un temps ces résultats contradictoires coexistèrent ! Je mets alors les auditeurs aux prises avec la "démonstration" en leur demandant de découvrir ce qui ne va pas. S'ils peuvent mettre le doigt dessus, tant mieux. S'ils ne peuvent pas, je leur dis de ne pas avoir mauvaise conscience, vu que Cauchy n'a pas pu non plus. A Seidel était réservé de découvrir la faute vingt-six ans plus tard. A chaque x correspond bien un certain N_x pour lequel $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ pour tout $n > N_x$. Mais ce que nous devons chercher est un N unique qui convienne pour tous les x. Il se peut que cela soit impossible (c'est le moment de glisser des contre-exemples). Comment amender le raisonnement ? On s'en sort aisément en imposant cette condition à $\{f_n\}$ et l'on a la notion de "convergence uniforme". Moralité : quantité de définitions, de notions, de théorèmes sont nés de démonstrations erronées.

Exemple 4. Il est bien connu que, pour deux entiers A,B premiers entre eux, il existe des entiers m et n tels que $mA + nB = 1$.

Une manière abstraite de le dire est de remarquer que l'anneau des entiers est un anneau principal puisque c'est un anneau euclidien. Je m'attriste parfois de voir un étudiant qui sait démontrer le fait en question, mais se sent perdu quand on lui demande de trouver m et n tels que, disons, $1452m + 245n = 1$. Si les mathématiciens ont connu cela (ou, plus précisément, l'idée fondamentale qui y conduit) depuis plus de deux mille ans, il doit y avoir une explication plus facile et plus intuitive pour un étudiant encore inexpérimenté. En fait, la démonstration a été clairement rédigée dès le début du Livre VII des "Eléments" d'Euclide. Armé de cette démonstration, j'entre dans la salle avec des ciseaux et des rubans ; montre aux auditeurs deux rubans de longueur entière donnée à l'avance ; reporte le plus petit ruban sur le plus grand jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'une chute ; détache celle-ci et la reporte sur le petit ruban jusqu'à obtenir une deuxième chute ; la détache et la reporte sur la première jusqu'à obtenir une troisième chute ; recommence jusqu'à ce qu'une chute puisse être reportée un nombre exact de fois dans la chute précédente. Il est intuitivement clair (surtout si on s'arrange pour que la procédure prenne fin à la deuxième ou troisième étape) que la dernière chute est le plus grand morceau qui puisse être reporté un nombre entier de fois dans les deux rubans initiaux. A présent, nous pouvons nous mettre à écrire avec précision ce qui se passe et expliquer le procédé dit algorithme d'Euclide.

Exemple 5. Dans une lettre à Eratosthène, Archimède disait : "... partant du fait que tout cercle est égal au triangle dont la base est égale à la circonférence, et la hauteur égale au rayon du cercle, j'ai conçu que, de même façon, toute sphère est égale au cône dont la base est égale à la surface de la sphère, et la hauteur au rayon''. Cela donne un excellent exemple de raisonnement par analogie. On vérifie aisément que cette analogie donne effectivement la formule correcte pour le volume de la sphère (pourvu qu'on connaisse la formule pour l'aire de la surface).



$$A = \frac{1}{2} \times R \times 2\pi R = \pi R^2$$

$$V = \frac{1}{3} \times R \times 4\pi R^2 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Figure 2

En prolongeant cette analogie, j'ai obtenu un intéressant argument heuristique pour la proposition énoncée par Archimède, mais il se révèle entaché d'un vice (que m'a signalé Brenden McKay de Canberra). Cependant la bataille n'est pas tout-à-fait perdue, elle mène à une discussion de la théorie des indivisibles utilisée en Europe par les mathématiciens des XVI^e et XVII^e siècles, et en Chine par des mathématiciens entre le III^e et le V^e siècles.

Exemple 6. Au chapitre V de "Jiu Zhang Suan Shu" (Neuf Chapitres sur l'Art Mathématique), le traité mathématique le plus important de la Chine antique, il est écrit que le volume d'une pyramide s'obtient en multipliant largeur, longueur et hauteur, et en divisant par 3. Dans le célèbre commentaire qu'il écrivit au III^e siècle, Liu Hui en donnait une élégante démonstration, qui serait une explication convaincante pour une classe sans bases de calcul différentiel (bien que le germe de celui-ci soit évidemment contenu dans le raisonnement). Il remarquait que, si un parallélépipède rectangle est partagé en deux moitiés par un plan oblique passant par deux arêtes opposées, chacune est un prisme triangulaire, qui peut être à nouveau décomposé en une pyramide et un tétraèdre.

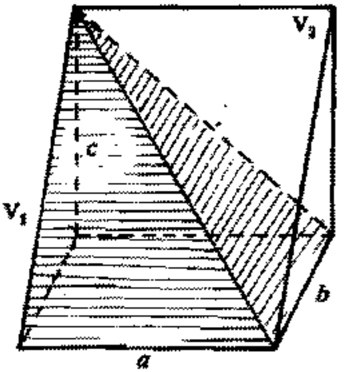


Figure 3

Il suffit de montrer que la pyramide est deux fois plus grande que le tétraèdre. Liu Hui démontrait cela en découpant la pyramide en deux plus petites (de même forme) plus quatre prismes triangulaires, et le tétraèdre en deux plus petits (de même forme) plus deux prismes triangulaires (identiques aux précédents).

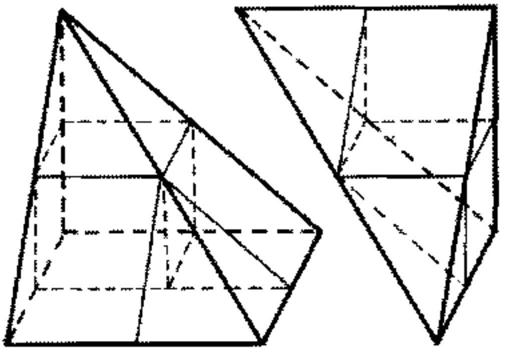


Figure 4

Ainsi, compte non tenu des petites pyramides et des petits tétraèdres, la grande pyramide est deux fois plus grande que le grand tétraèdre. Mais la procédure peut être répétée pour la paire formée d'une petite pyramide et d'un petit tétraèdre. Liu Hui employait un argument essentiellement infinitésimal pour conclure que la pyramide est deux fois plus grande que le tétraèdre. Selon ses propres termes : "plus ils [la pyramide et le tétraèdre de chaque paire] sont coupés en petites moitiés, et plus fins sont les restants. L'extrême de la finesse est appelé subtil. Ce qui est subtil est sans forme. Une fois que la chose est expliquée de cette façon, pourquoi se soucier de ce reste ? "Nous pouvons le critiquer pour avoir fait d'un finiment petit un zéro en acte, mais son argumentation est fondamentalement correcte ; et qu'on songe de plus qu'il vivait mille sept cents ans avant nous !

En conclusion, et comme le titre le suggère, la triade : mathématiques, histoire des mathématiques et enseignants de mathématiques, est un tout indissociable. Ici, il faut entendre histoire des mathématiques dans un sens large. Ce n'est ni le type de recherche qui sied à un historien des mathématiques, ni simplement un ordre chronologique d'événements, une liste de noms ou un entassement d'anecdotes. Cela désigne l'évolution des idées et des connaissances mathématiques, les hommes et les femmes qui en ont été les auteurs, les époques et le climat qui les ont nourris (ou peut-être étouffés), l'impact et l'influence qu'ils ont exercés sur la société de leur temps. Et lorsque les mathématiques anciennes peuvent éclairer les mathématiques nouvelles (ou vice-versa), il est pardonnable et désirable (quitte à s'en excuser auprès des historiens) de les mettre en relation et de les interpréter. Nous devons nous efforcer à un *sentiment de l'histoire*, qui se fortifie par une étude et une réflexion continuelles jusqu'à intégrer l'histoire des mathématiques aux mathématiques mêmes. Nous le devons, parce que cela contribue à notre savoir-faire et à notre vocation. Il est de notre devoir en tant que maîtres de transmettre à nos étudiants (1) savoir-faire, (2) connaissances, (3) sagesse. Hermann Weyl a dit un jour : "Nous ne réclamons pas pour les mathématiques la prérogative d'une Reine de la Science, il y a d'autres domaines qui ont autant ou plus d'importance dans l'éducation. Mais les mathématiques fixent un étalon de vérité objective pour toutes les entreprises intellectuelles ; la science et la technique portent témoignage de leur utilité. A côté du langage et de la musique, elles sont l'une des manifestations primordiales de la libre puissance créatrice de l'esprit humain, et l'organe universel d'une compréhension mondiale par construction théorique. Les mathématiques doivent par conséquent rester un élément essentiel des connaissances et des talents que nous avons à enseigner, de la culture que nous avons à transmettre à la prochaine génération".