quelques réflexions sur l'enseignement des mathématiques, en seconde... et ailleurs !

par Sylviane Gasquet,
IREM de Grenoble

L'objectif prioritaire en seconde est-il de "consolider" les connaissances du premier cycle ?

Consolider veut dire renforcer mais non assembler, *structurer*.

Prenons une comparaison... Résoudre un problème, c'est exiger des élèves qu'ils assemblent des connaissances pour construire une preuve. C'est comme si on demandait de faire une grue en mécano, sans modèle.

— Il y a les élèves qui arrivent du collège avec une boîte de mécano assez complète, et qui savent si bien projeter une maquette qu'ils sauront fabriquer les pièces qui leur manquent... Ceux-là comprennent ce qu'on leur demande et savent s'organiser et même combler leurs lacunes. Ce sont les "bons en math".

— Il y a ceux qui arrivent avec une boîte de bonne taille. Toutes les pièces nécessaires, ou presque toutes, ils les ont. Oui, mais voilà ! Ils savent seulement les étaler à plat sur la table... Et quand on leur montre une grue toute montée, un beau corrigé, et même quand on leur compose pas à pas le montage, ils acquiescent honteux et confus... Bon sang, mais c'est bien sûr, c'était si simple ; il suffisait d'y penser ! Va-t-on leur proposer d'échanger leurs pièces de 1 mm d'épaisseur contre des pièces plus "solides" ? Cela changera-t-il quelque chose de fondamental ?

— Enfin, il y a ceux qui arrivent avec une boîte franchement insuffisante, ou les vieux restes dépareillés de plusieurs boîtes, péniblement récupérés au fil des années scolaires... Ils sont parfois résignés, ils sont parfois insolents ; ils sont à coup sûr réalistes : depuis tant d'années où ils n'ont pu prendre le temps de faire leurs propres essais, leurs erreurs, à leur rythme et en suivant d'abord leur idée avant d'être contraints d'accepter

---

N.D.L.R. : Ce texte fait partie d'une brochure, éditée par le C.R.D.P. de Grenoble, intitulée «*Aide à la construction des savoirs. Pour une pédagogie passe-murailles*».

celle du prof, parce que celle-là "elle marche", ils ont peu à peu déchargé leur cartable de ces objets incongrus et franchement inutiles. A ceux-là, parler de consolider les pièces paraît être une bonne farce, une absurdité de plus.

Voilà pourquoi "consolider les connaissances", qui se traduira par des révisions, des exercices du même type que ceux des années précédentes, avec peu ou prou les mêmes méthodes, ne saurait être un objectif prioritaire.

L'objectif prioritaire de seconde — mais qui pourrait aussi être celui des années précédentes — me paraît être :

"apprendre à structurer ses connaissances"

Ce qui implique, bien sûr, de les consolider, mais surtout de montrer pourquoi on les consolide !

Cet objectif, les bons en math l'ont déjà atteint «tout seuls», mais on peut cependant augmenter leurs performances en leur faisant expliciter ce qu'ils font souvent inconsciemment... Cela leur permettra de "rester bons", car il arrive que, face à des connaissances de plus en plu complexes ; ils n'arrivent plus à se débrouiller seuls (voir les dégâts de première S).

Pour la seconde catégorie, les besogneux, les "trop scolaires"; comme on a parfois l'audace de les désigner en conseil de classe, c'est évidemment l'objectif rêvé.

Et pour la dernière catégorie? Je sens qu'on m'attend au pied de cette contradiction : peut-on apprendre à structurer des connaissances que l'on n'a pas ?

— Si l'élève arrivait réellement vide, certes non. Mais je pars de l'hypothèse qu'il a toujours un petit quelque chose, ne serait-ce qu'une certaine lucidité : "je sais que ces pièces existent, mais je les ai perdues". Or nous savons bien, dans nos travaux personnels, que ce savoir-là n'est pas l'ignorance totale.

— Pour ceux qui ont des connaissances vraiment dépareillées, je dirai qu'au contraire la structuration peut leur donner le désir de reconstituer les pièces manquantes... (anecdote : si un de vos enfants vous amène un puzzle en vrac dans la boîte qu'il a démoli parce qu'il manque une pièce, vous restez assez froid ! Mais si vous voyez le puzzle constitué avec une ou deux pièces manquantes... ne vous sentez vous pas une furieuse envie de retrouver ces morceaux ? Moi si !).

Comment cette structuration est-elle possible ?

Je ne dis pas qu'elle l'est toujours, mais seulement plus souvent qu'on ne le croit. Plutôt qu'un discours, je propose en annexe un exemple de séquence de travail.

Quelles perspectives pour l'enseignement des maths ?

Toute simplification devient, par force, un peu caricaturale, mais je vais cependant essayer de résumer la situation actuelle.

• Ou bien l'enseignant pense qu'il y a les "doués", ceux qui trouvent seuls, et *cette capacité à organiser sa pensée ne peut pas s'enseigner*. Son travail se résume alors à détecter "les bons" et à faire travailler les autres comme ils peuvent, avec l'arrière goût d'amertume qu'on se dépense beaucoup pour un résultat dont on a la conviction intime qu'il est inaccessible.

• Ou bien l'enseignant pense que *"organiser sa pensée", cela peut s'enseigner* (et il est bien obligé d'inventer... puisqu'auparavant ne venaient au lycée que les 10 % qui trouvent seuls, et donc ça marchait !) et même que cela DOIT s'enseigner (à une époque où nos élèves sont assaillis d'informations, de connaissances — flash).

• Ou bien l'enseignant ne pense à rien à ce propos. Mais alors, il y a fort à parier que sa pratique reproduit celle qu'il a reçue, et qui lui a réussi, et comme il faisait en général partie des 10 % qui trouvent seuls, il enseignera comme les premiers cités.

De ces deux attitudes de pensée, se déduisent deux opinions inconciliables :

— il est impossible d'ouvrir le lycée à un plus grand nombre d'élèves sans diminuer beaucoup, beaucoup, les programmes (et du coup pénaliser "les bons")

— l'adéquation entre nos "clients" et nos méthodes d'enseignement n'étant plus réalisée, cherchons à analyser les causes de difficultés et cherchons comment y remédier tout en sachant qu'il n'y aura plus jamais LA bonne méthode pour tous : à la diversité des élèves devront répondre, de plus en plus, des chemins d'accès à la connaissance eux-mêmes diversifiés.

Je pense qu'il est vain de vouloir faire produire ensemble des enseignants de ces deux groupes de pensée puisque leurs objectifs ne peuvent être les mêmes.

C'était un dimanche de décembre, très tôt, dans le silence reposant du sommeil des adolescents, avant les gros rires, la musique de sourds et les appétits féroces... et un soleil très léger s'est levé sur Belledonne. Sortons les skis !

Annexe

Cours de trigonométrie. Beaucoup de dessins sur cercle et sur des pages de sinus pré-imprimées.

A partir de : $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = 1/2$,

on arrive à l'inévitable : $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = \sin\frac{\pi}{2} + \sin x$

Perplexité. Contre exemple ($\pi/3$ et $\pi/6$).

Dérivation vers $\sin 2x$ et $2 \sin x$. Comparaison des dessins.

Il est dur d'admettre que la fonction sinus impose sa loi... même au prof.

Pourquoi "ça serait mieux" si $\sin(a+b)$ était $\sin a + \sin b$? Parce que "ça serait normal".

Retour sur le passé : des fonctions "normales", vous en connaissez beaucoup? Il sort $2x$, $3x$ etc. Beaucoup d'exemples avant que David résume "ax". Y en a-t-il d'autres ? Personne ne cite ax + b, mais par contre la fonction "carré" est soudain vue d'un autre œil ! Tiens elle n'est pas "normale" non plus... C'est même pour cela qu'il y a ces fameuses identités remarquables !

La majorité de la classe est très surprise : il y avait donc une raison... Même le groupe des "arts plastiques" qui ne sait pas les identités, sait qu'elles existent. On sent qu'ils avaient pris cet apprentissage comme un acte d'autorité pure. Un élève refait le produit $(a+b)(a+b)$. Un autre groupe (les matheux) se demandent, du coup, pourquoi il n'y a pas de formules pour "racine".

On me demande quelles seront les formules pour sinus. Je les donne. Puis on s'étonne sur le fait que, finalement, il n'y a pas beaucoup de fonctions "normales" ou linéaires. Mais ce sont celles que l'on rencontre le plus dans la vie... On a nos habitudes linéaires !

Ce que je voulais dire en résumant cette séquence, c'est que redonner des listes d'exercices sur les identités ne sert à rien... sauf si la demande vient de l'élève.

Je comprendrai aussi, au travers de cette réflexion, pourquoi des élèves songent à "factoriser sin", ce qui m'avait toujours paru un non sens total (en particulier écrire sin tout seul, sans variable).

Une autre séquence, invite les élèves à se demander "quelles sont les équations faciles"... On tombe sur les produits égaux à 0. Donc pour résoudre, les produits, c'est mieux. Et les identités réapparaissent comme outil de mise en produits *dans un but donné*...

Il est fréquent qu'après l'une ou l'autre de ces séquences des élèves viennent réclamer des identités "pour s'entraîner".