

# *les fiches cuisine de tonton lulu\**

---

## *modèles mathématiques*

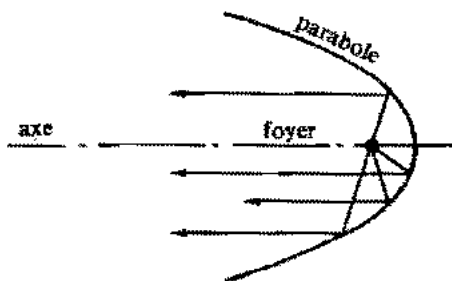
*par Jacques Lubczanski,  
ENSET Cachan*

### **I - Jeux et jouets**

Depuis que je suis petit, je suis plutôt maladroit : j'ai toujours rêvé d'un jeu d'adresse où je réussirai à tous les coups. Et c'est l'étude des mathématiques qui m'en a fourni l'occasion :

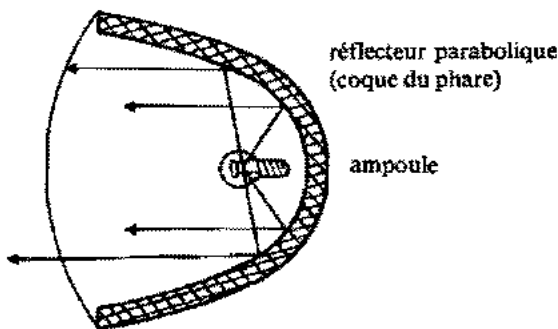
#### **ⓐ Flipper parabolique :**

La parabole est une courbe qui possède la propriété suivante : "tout rayon lumineux issu d'un certain point appelé foyer, et se réfléchissant sur la parabole, en repart parallèlement à son axe".



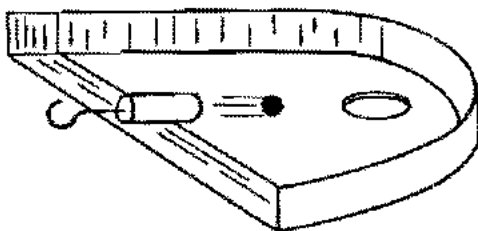
\* Les trois "fiches cuisine" parues dans le bulletin, ainsi que dix autres, feront l'objet d'un ouvrage aux éd. CEDIC dans le courant de l'année 1986; voir Bulletin page 233.

Ce principe est utilisé dans tous les phares, toutes les lampes de poche... On place l'ampoule au foyer et le faisceau de lumière sortant en tout sens de l'ampoule est transformé par un "réflecteur parabolique" en un faisceau dirigé dans une seule direction.

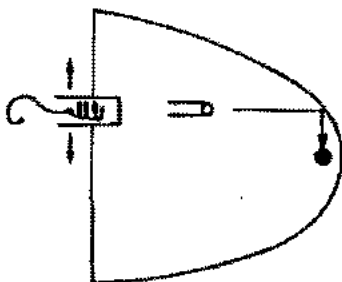


C'est encore le même principe qui fait fonctionner les fours solaires : on dirige la parabole vers le soleil et les rayons parallèles issus du soleil se réfléchissent tous sur le foyer : on peut y mettre un bifeck qui cuira sous l'action de la chaleur concentrée en un point.

Venons-en à mon flipper : on tire une boule toujours parallèlement à l'axe de la bande parabolique: la boule tombera toujours dans le trou creusé au foyer.



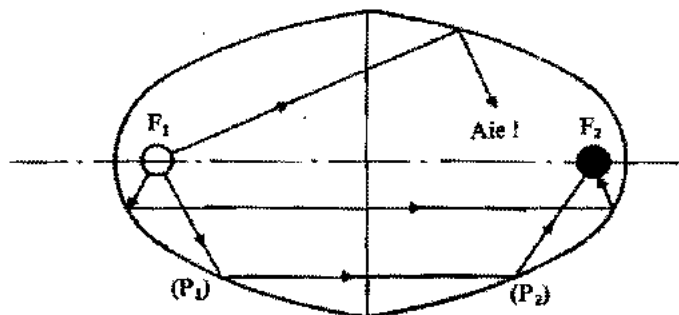
c'est-à-dire vu de dessus : on peut déplacer latéralement le "lance boules": la boule tombera toujours dans le trou !



Avec ce modèle, j'étais déjà assez content, il faut l'avouer. Mais ma formation de mathématicien m'a vite conduit à compliquer la chose.

### (b) Billard biparabolique

Je préfère le billard où on lance la boule avec une canne, au flipper où on utilise une bête tirette à ressort. Alors j'ai eu l'idée d'accoler deux paraboles :



Je tire la boule placée au foyer  $F_1$  vers la parabole  $(P_1)$ , elle rebondit parallèlement à l'axe  $F_1F_2$ , puis rebondit sur  $(P_2)$  et va tout droit dans le trou percé au foyer  $F_2$  !

Et ça marche quelque soit la direction dans laquelle je lance la boule sur la "bande  $P_1$ ". Ça c'est du billard !

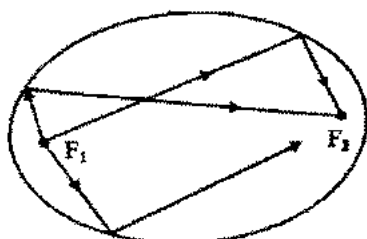
Mais il y a quand même des fois où ça ne marche pas : si au lieu de viser  $(P_1)$  avec la boule, on vise  $(P_2)$ . Aie ! (voir le dessin ci-dessus). Je me suis donc replongé dans mes chères études et j'ai pu encore améliorer le modèle :

### (c) Billard elliptique

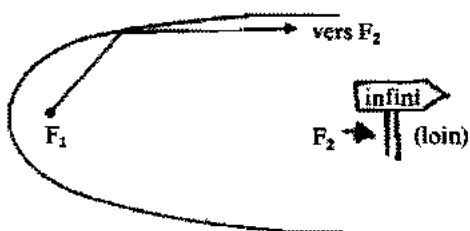
Parce que, voyez comme c'est bien fait la nature (?) il existe une courbe qui s'appelle l'ellipse, qui ressemble un peu à la "biparabole" : elle a deux foyers, elle est d'ailleurs de la même famille que la parabole — une sorte de cousine — : la famille des coniques.

Et surtout, elle a la même propriété que la parabole, ou presque la même, compte tenu de leurs différentes morphologies : un rayon lumineux issu d'un foyer, et se réfléchissant sur l'ellipse, en repart vers l'autre foyer.

Pour ceux qui n'ont pas peur des voyages, on peut dire que la parabole est une ellipse dont un des foyers est parti faire un tour à l'infini ! Alors on s'aperçoit que c'est bien la même propriété.

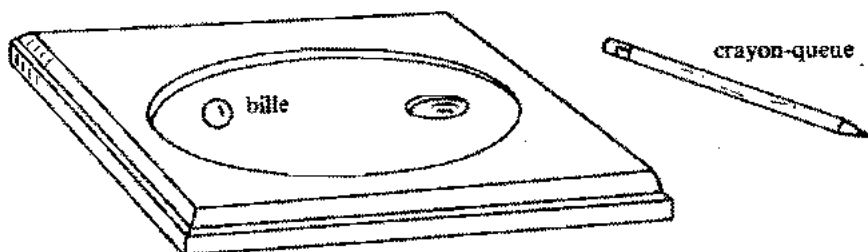


ellipse

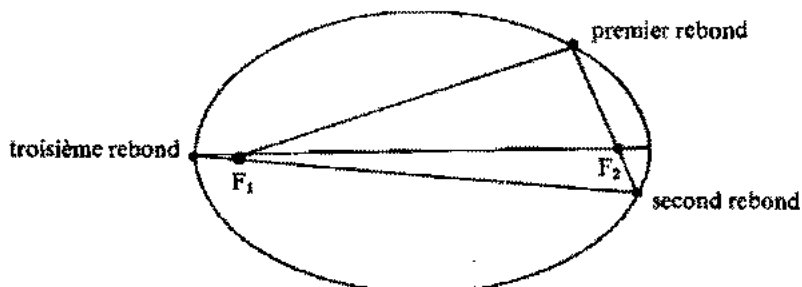


parabole

Alors j'ai donc fabriqué une maquette de billard elliptique, en petit ; la canne — la queue — est constituée d'un crayon de papier avec une gomme au bout ; la boule est une petite bille d'acier, et le billard réalisé en bois ; un trou a été percé à un foyer ; l'autre foyer a été marqué par un point.



et j'ai commencé à jouer ; quelle déception : la théorie mathématique est belle ; la réalité est plus dure : il a fallu essayer de nombreux matériaux pour obtenir un rebond parfait ("choc classique" comme disent les physiciens). En fait ça marche quand on lance la bille assez fort. Mais alors elle passe sur le trou sans y tomber tellement elle va vite ! Au fait que se passe-t-il après ?



ellipse (presque !)

Eh bien ! La bille repart vers le point de départ  $F_1$  et recommence c'est-à-dire va rebondir encore une fois vers le trou en  $F_2$ , etc.

Seulement quand elle va assez lentement pour tomber dans le trou, le rebond n'est plus parfait. Un véritable cercle (ou une ellipse !) vicieux !

Il paraît que la fabrication d'un billard c'est tout un métier ; j'attends donc de rencontrer un professionnel (et un mécène...) pour mener à bien le projet du billard elliptique.

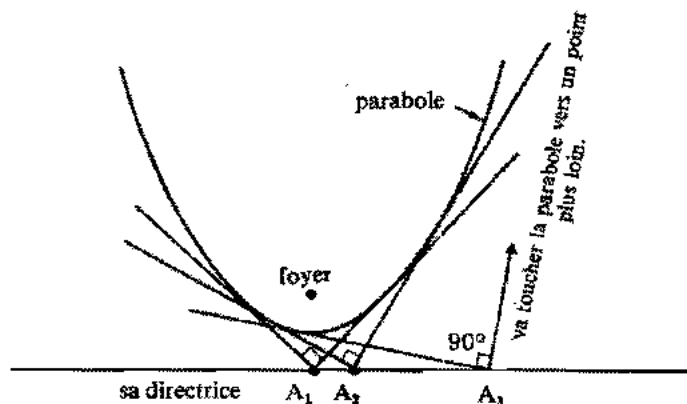
#### ④ Encore un jeu parabolique

Dans la famille des coniques, ils sont tous un peu surdoués ; comme ses cousines, la parabole sait faire des tas de choses, et a de nombreuses propriétés. On a vu celle du rebond.

En voici une autre : "la parabole est l'enveloppe de tous les angles droits dont le sommet est sur la directrice". Ques-aco ?

première traduction : "la directrice est l'ensemble des points d'où on voit la parabole sous un angle droit". Bon ! Traduisons encore : la directrice, c'est une droite, perpendiculaire à l'axe de la parabole — mais attention pas n'importe laquelle —

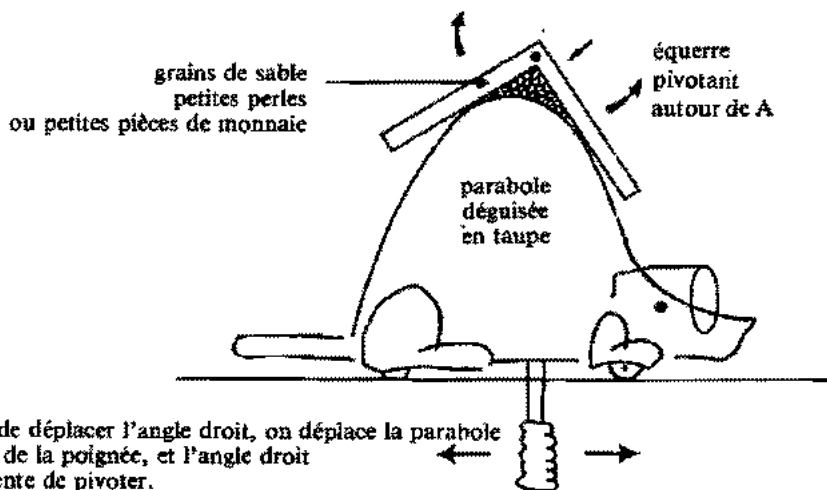
Et puis zut ! C'est plus facile sur un dessin :



Les angles droits  $\hat{A}_1$ ,  $\hat{A}_2$  et  $\hat{A}_3$  ont leurs sommets sur la directrice, et "touchent" la parabole de part et d'autre — on dit que les côtés de l'angle sont "tangents" à la parabole — mais attention, ils ne la coupent pas.

En d'autres termes, si vous mettez votre œil en  $A_1$ ,  $A_2$ , ou  $A_3$  ou n'importe où sur la directrice, la parabole occupera exactement  $90^\circ$  de votre champ de vision.

Alors voilà un jeu où — pour changer — on perd à tous les coups. Pour faire jouer les autres !



au lieu de déplacer l'angle droit, on déplace la parabole à l'aide de la poignée, et l'angle droit se contente de pivoter.

Le jeu consiste à trouver une position où les grains (perles ou pièces) vont tomber. C'est impossible!

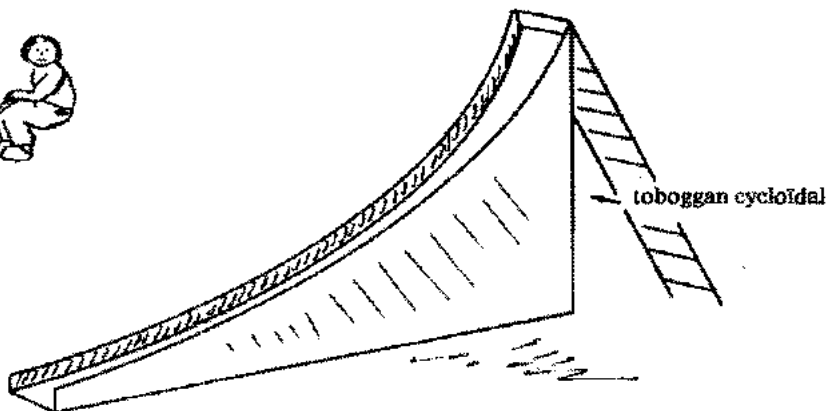
## II - L'anti "lièvre et tortue"

A des générations de petits français, ce bon La Fontaine a dit : "pour arriver à temps, il suffit de partir à point".

Eh bien ! Voici un dispositif fort irrévérencieux pour notre culture : la *rampe cycloïdale*, avec en sous titre : "pour arriver à temps, il n'y a qu'à partir de n'importe où"

⊛ Le toboggan cycloïdal : Voilà l'engin :

enfant innocent



"Qu'est-ce que ce toboggan a de spécial ?" me direz-vous  
"Pas grand chose s'il est seul." répondrai-je, "Sauf que la pente suit une courbe cycloïdale".  
"Et puis après ?"...

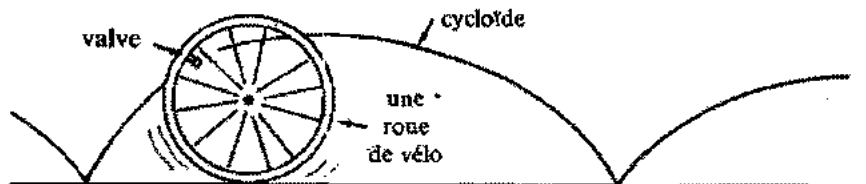
D'abord qu'est-ce que ça veut dire "cycloïdal" ?

Ça veut dire qu'il a la forme d'une cycloïde et que les cycloïdes c'est comme la prose de M. Jourdain, vous en avez vu sans le savoir : dès que vous voyez passer un vélo, vous avez devant vous deux cycloïdes.

Les petits malins qui comprennent tous trop vite concluent : les cycloïdes, ce sont les roues du vélo.

Non !

Sinon, un vélo s'appellerait une bicycloïdette et pas une bicyclette ! La cycloïde, c'est la trajectoire de la valve de la roue quand le vélo avance :

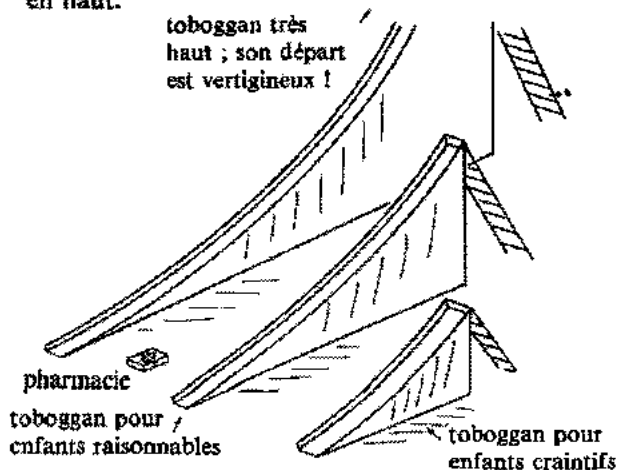


En gros, une cycloïde, ça a des hauts et des bas, périodiquement. En termes scientifiques, c'est la trajectoire d'un point d'un cercle qui roule sur une droite.

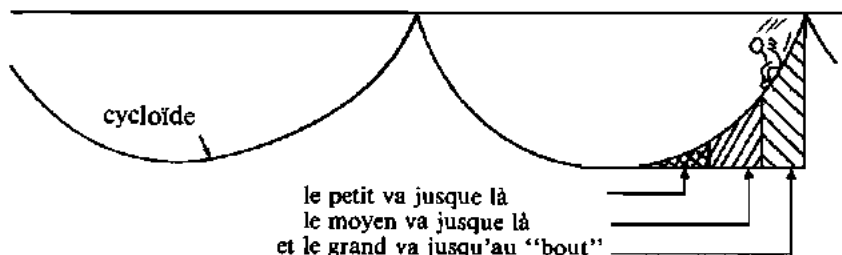
Revenons à nos moutons, c'est-à-dire à nos toboggans : car un seul toboggan cycloïdal, ça ne présente pas grand intérêt — quoique ce n'est peut-être pas l'avis des enfants qui joueront avec — mais deux ou trois, côte à côte, c'est nettement mieux.

### ⓑ Les trois toboggans :

Les voilà, tous trois "taillés" dans la même cycloïde; remarquons que cette cycloïde est à l'envers de celle de la bicyclette, car elle a les "pointes" en haut.



Voici la cycloïde où ils ont été tracés :



Prenez alors trois enfants de courage inégal ; mettez le timide sur le petit, le raisonnable sur le moyen et le kamikaze sur le grand.

A votre signal, ils se laissent glisser.

Lequel va arriver le premier ? Le kamikaze, qui partant de plus haut arrivera plus vite ? Ou bien le timide qui ira moins vite mais aura moins de chemin à parcourir ? Ou encore le raisonnable car on sait que la raison l'emporte toujours ?

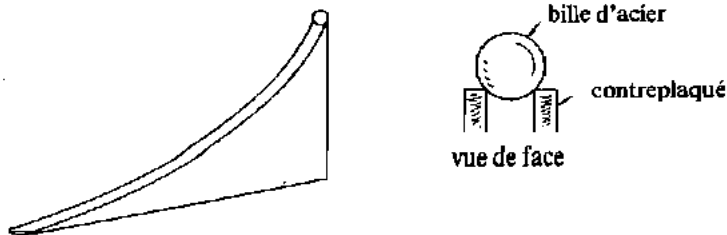
Eh bien non ! Ils arriveront tous les trois exactement en même temps ! Et vous pouvez prendre des morceaux de cycloïde de la longueur que vous voulez, le résultat subsiste.

Pour cette performance unique en son genre, la cycloïde a reçu le doux nom de courbe isobrachystochrone. Qu'en termes galants ces choses-là sont dites !

Si vous habitez dans une région au climat rude, vous pouvez aussi voir ce phénomène sur une piste de ski en forme de cycloïde : la descente prend le même temps au skieur, quel que soit le point de la pente où il commence à descendre.

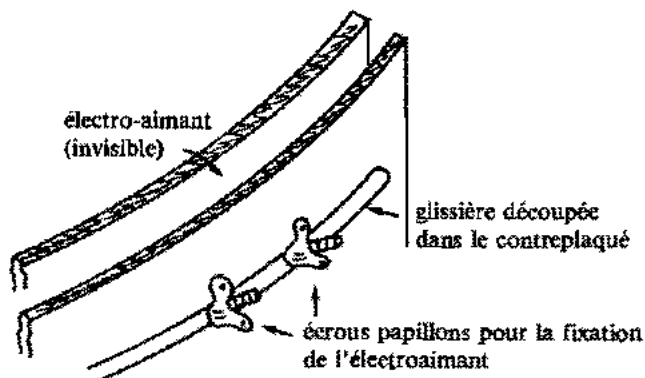
**© Pour ceux qui ont le cœur sensible :**

Si l'idée d'envoyer des enfants au casse-pipe uniquement pour la beauté d'une propriété mathématique vous indispose, vous pouvez réaliser un modèle plus petit en contreplaqué et remplacer les enfants par des billes d'acier : deux plaques de contreplaqué identiques sont découpées et assemblées à une petite distance l'une de l'autre : elles formeront deux rails sur lesquels roulera une bille d'acier.



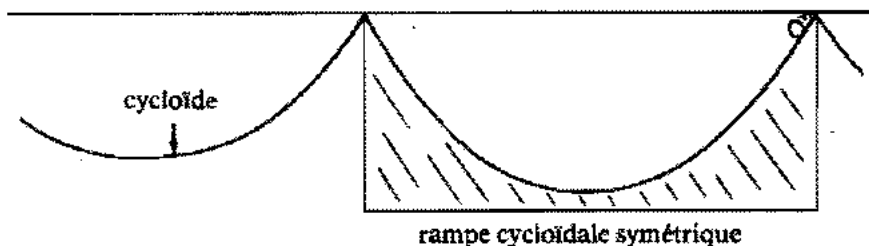


Fabriquez trois ou plusieurs de ces rampes, de longueurs différentes mais "taillées" dans le même arc de cycloïde, ou bien fabriquez des rampes identiques : vous ferez partir vos billes d'endroits différents sur la rampe au moyen d'électro-aimants, à position réglable :



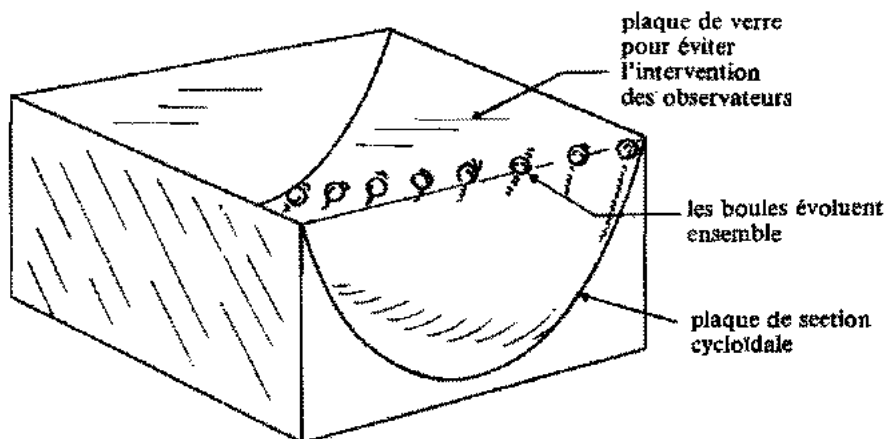
#### ④ Vers une chorégraphie pour culs-de-jatte

D'abord, au lieu d'une expérience courte et qu'il faudrait recommencer à chaque fois, on peut imaginer un montage qui fonctionne "en continu" : il suffit de couper des morceaux de cycloïde symétriques :



Que va-t-il se passer ? La bille d'acier va descendre puis remonter jusqu'à la même "altitude" qu'à son point de départ — ou presque — puis redescendre puis remonter, et ainsi de suite, jusqu'à ce que les pertes d'énergie dues aux frottements (inévitables) "pompent" toute l'énergie de la bille.

En alignant plusieurs rampes de ce type, et en faisant partir les billes au même moment, de hauteurs différentes, on obtient un mouvement global très joli : toutes les billes passant en même temps au point le plus bas, remontant en même temps au point le plus haut, comme si elles étaient attachées ensemble !

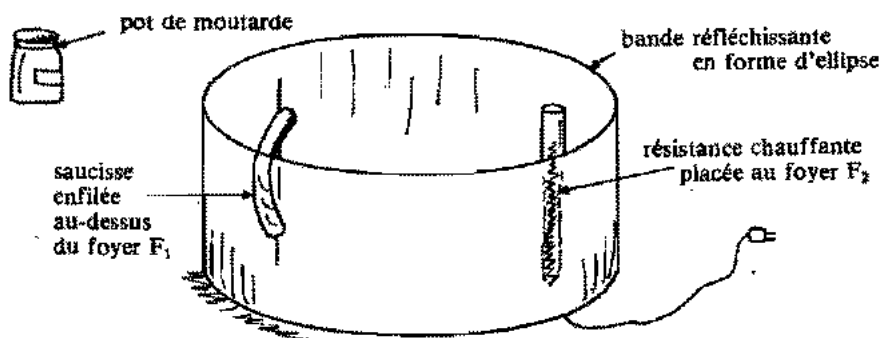


Les rampes peuvent alors être remplacées par un "cylindre" de section cycloïdale, et le tout protégé par une vitre.

Enfin pour les mégalomanes sans scrupules, ou les amateurs de grands spectacles monstrueux, vous pouvez rechercher par petites annonces une dizaine de culs-de-jatte montés sur petits chariots à roulettes et les faire descendre et remonter sur une énorme plaque de section cycloïdale. Je décline toute responsabilité !

### III - Un dispositif "antigaspi"

C'est basé sur le principe des fours solaires appliqué à l'ellipse : on peut alors cuire des saucisses et faire des hot dogs avec une dépense d'énergie minimum et en un temps très court.



Toute la chaleur rayonnant depuis la résistance chauffante (qui remplace le soleil des fours solaires) va se réfléchir et se concentrer sur la saucisse : cuisson rapide et pas de déperdition d'énergie !!