

75^e anniversaire

souvenirs d'une époque archaïque

par Lucienne Félix

63 fois, j'ai envoyé ma cotisation à l'Association des Professeurs de Mathématiques ; A.P.M. devenue A.P.M.E.P., et c'est à ce titre de vétéran que je suis conviée à écrire quelques pages de souvenirs pour l'anniversaire de cette Association qui a 9 ans de moins que moi. Plusieurs phases se succédèrent...

I. Première phase dans mon expérience

Celle qui s'écoula entre les deux guerres. Le titre d'"Association des Professeurs de Mathématiques" avait un sens précis : celui d'une limitation des membres car, en France, l'appellation de "professeur" était réservée, en principe, aux agrégés, et, plus largement, aux enseignants des lycées, à la rigueur des collèges. Les "instituteurs", enseignant dans le Primaire, même le Primaire Supérieur et les Ecoles Normales d'Instituteurs formaient un monde à part. D'autre part, les Maîtres de l'Enseignement Supérieur étaient "Professeurs d'Université", "Mathématiciens" (on ne disait pas "Chercheurs"), qui, certes, enseignaient, mais du haut de leur chaire, pas dans une classe. Les professeurs de Mathématiques Spéciales étaient parmi nous avant de créer leur propre Association, mais ne se préoccupaient pas ou bien peu de l'Enseignement Secondaire, qui comprenait les "Terminales".

Enseignant à une partie seulement des jeunes Français dans des établissements peu nombreux des grandes villes, dépendant de deux Inspecteurs Généraux anciens collègues, avec visite, parfois, des deux Inspecteurs physiciens, nous nous connaissions tous assez bien et travaillions dans des conditions analogues. Ceci était particulièrement vrai de l'enseignement féminin, où les "cours secondaires" et "collèges" faisaient place, peu à peu, à des lycées où étaient nommées de plus en plus les élèves sortant de l'École Normale Supérieure de Jeunes Filles de Sèvres où professaient après Tannery et Darboux, Emile Picard, Emile Borel et Henry Lebesgue. (Nous verrons que ceci eût de l'importance pour l'évolution de l'enseignement).

L'A.P.M. de 1920 acceptait les professeurs femmes (j'ignore quand elles y apparurent). Elle avait surtout une activité corporative, diffusant les textes officiels, les programmes, les arrêtés divers et les rapports émanant des Inspecteurs Généraux sur les concours ou l'ensemble de leurs inspections. Pour les sujets du baccalauréat et les problèmes de ce niveau, nous utilisions le *Journal de Mathématiques Élémentaires* édité par Vuibert en même temps que le *Journal de Mathématiques Spéciales* où les membres de l'A.P.M. s'exprimaient et s'instruisaient. Mais un rôle important du petit Bulletin de notre Association était de tenter d'unifier les notations et le vocabulaire utile, en particulier pour les examens. Il y eût d'excellentes initiatives, telle la proposition d'adopter un mot pour désigner "la perpendiculaire au milieu d'un segment". Le terme "médiatrice" eut un succès immédiat, car la notion s'introduisait continuellement. Au contraire, le terme "radicande" pour l'expression sous un radical, bien que fort bien construit, ne fut pas adopté faute de nombreuses occasions d'emploi.

Il faut noter, du reste que toute innovation suscite résistance : je fus presque insultée par un père d'élève qui s'exclama : "Ignorer ce mot ne m'a pas empêché d'entrer à l'École Polytechnique !".

Le bulletin publiait aussi de courtes notes plus ou moins pertinentes. Permettez-moi de rappeler celle où un collègue signala sa surprise devant la découverte d'un élève : pour démontrer (par unicité de construction) le "cas douteux" d'égalité des triangles ($AB = A'B'$, $BC = B'C'$, $\hat{A} = \hat{A}'$), "au lieu de partir normalement de l'angle ou du côté AB , il avait porté d'abord BC , et, le croyez-vous ?, s'en était sorti quand même au moyen de l'arc capable !". Si je rappelle cette anecdote, c'est pour montrer quelle sclérose pouvait paralyser un cours qui répétait les manuels en vue de les reproduire aux examens dans la "question de cours" accompagnant les problèmes qui, eux, n'étaient pas toujours strictement des "problèmes types".

En réalité, la valeur de l'enseignement dépendait avant tout du maître, car il jouissait d'une extrême liberté, la "liberté magistrale" que me reconnut un Inspecteur dans mes premiers jours d'exercice, en s'excusant

aimablement de me faire les remarques que justifiait mon inexpérience. On n'imaginait pas alors une entière soumission au programme : du reste, celui de la classe de Mathématiques Élémentaires était un peu plus vaste que celui de l'examen. Mon vieux professeur de cette classe, géomètre avant tout, nous traita (en 1918) les transformations ponctuelles du plan et de l'espace et celle par "polaires réciproques" en grand détail malgré les difficultés d'expression de l'époque, et il profita de l'étude des "moments" en statique, pour nous initier aux coordonnées pluckeriennes. Notons toutefois que toute liberté comporte un risque : une collègue enseignant la numération en sixième, introduisit la base douze en demandant aux élèves de proposer les deux signes nécessaires ; elles choisirent un bémol et un dièse. Il en résulta une plainte qui monta au Ministère et redescendit au lycée : "Le professeur est fou : il fait calculer sur des notes de musique". Mais rendons ici hommage au bienveillant Inspecteur général Blutel.

Dans les années 20, on ne discutait pas du *contenu* des programmes : l'algèbre était stéréotypée et satisfaisante ; la "trinomite", lorsqu'elle n'était pas exagérée, était justifiée parce que presque tous les problèmes de mathématiques et de physique conduisaient à des calculs du second degré. La trigonométrie était un complément curieux et avait le mérite de montrer comment on doit disposer des calculs un peu compliqués (curieusement cela ne s'enseignait pas en algèbre ! Tradition !) Malheureusement, pour moi du moins, je ne compris que plus tard comment le choix de l'inconnue ou du paramètre doit s'adapter à chaque situation. En arithmétique, les éléments de Théorie des Nombres semblaient des merveilles tombées du ciel. La géométrie descriptive, dans l'esprit de Monge, était l'art de représenter les figures de l'espace grâce à deux ou trois idées et le théorème de projection de l'angle droit. Cela ne devenait un monstre qu'en Mathématiques Spéciales, où l'on exigeait de mémoriser des règles et des "trucs" surabondants sous prétexte de simplification, réelle du reste. Enfin la "cosmographie", dans un temps où la seule galaxie connue était notre Voie Lactée, devenait passionnante si on l'assortissait de quelques observations, et, en tout cas, très simple.

Cet ensemble de matières paraissait nécessaire et suffisant, mais, de tout temps, les enseignants cherchaient comment obtenir de bons résultats avec les élèves qui n'avaient pas "la bosse des maths", ceux qui n'avaient pas le don de percevoir les notions sans tenir compte de la façon dont elles étaient exprimées et expliquées. Les recherches portaient exclusivement sur la géométrie. Au début des années 20, on proposa d'introduire l'étude par le *mouvement* du solide : glissement par translation rectiligne ou non et par rotation et retournement. En réalité, ces tentatives venaient de l'enseignement élémentaire et furent expérimentées au niveau international dans les diverses "écoles actives", et plus tard, les "classes nouvelles" de France. L'intuition des enfants, leur faculté d'observation, leurs tentatives d'expression verbale étaient bénéfiques et les manipulations exécutées

tées dans une atmosphère de liberté s'adaptèrent à tous les enfants. Malheureusement, lorsqu'on tenta de transférer ces méthodes du niveau élémentaire au Secondaire, la situation s'avéra dangereuse : pour la majorité des élèves, il était impossible de savoir où commençait l'exigence d'un raisonnement déductif dans un large domaine où tout paraissait évident par vérification expérimentale. Or, en France, on considérait la géométrie au niveau du Secondaire, comme le domaine par excellence de l'apprentissage de la logique.

Comme toujours, certaines personnes avaient des idées très précises sur la bonne, la seule bonne manière d'enseigner. Voici un cas extrême : à Lille, dans les années 20, le Recteur Châtelet convoqua quelques-uns d'entre nous pour écouter un brave homme qui avait la solution : commencer par le triangle. Pourquoi ? Parce que, avec trois baguettes, on ne peut que faire un triangle. On donna donc trois baguettes à un enfant et il fit toutes sortes de choses, des croix, des N, ... mais pas de triangle au grand ébahissement du malheureux théoricien. On en resta là. Mais ne rions pas trop : c'est par un processus analogue que, quelque trente ans plus tard, des théoriciens, pour des raisons irréfutables de simplicité et de logique, en vinrent à imposer à des enfants de 12 ans de considérer exclusivement l'Affine, interdisant tout appel au rectangle ou au cercle ou à d'autres êtres de Métrique, moins "simples".

Mais, vers la fin des années 20, un mouvement pour discuter en commun se dessina. Le premier cercle de recherches que j'ai connu (en existait-il auparavant ?) fut créé à partir d'un petit groupe de Sévriennes qui, après 4 ou 5 ans d'expérience, sentirent le besoin de communiquer... par correspondance, car 6 ans de "province" étaient exigés avant de pouvoir postuler un poste à Paris ou ses environs. Bientôt, Mlle **Dionot** qui, professeur au lycée "annexe" de l'E.N.S. de Sèvres, dirigeait les stages des agrégatives (comme on ne disait pas alors !), nous invita à venir, de temps en temps, prendre le thé chez elle. Puis, les réunions à l'assistance de plus en plus vaste, se tinrent dans une salle du lycée. Des collègues masculins se joignirent à nous, tels **Huisman**, **Fouché**, **Mas**, **Cassé**, **Missoumier**, et, venant en collègue, l'Inspecteur Général **Desforges**. Pour raison de commodité, les réunions quittèrent Sèvres pour Paris, d'abord au lycée Fénelon, car l'élément féminin dominait encore, (le groupe cessa alors d'être multidisciplinaire, car nous avions collaboré avec des maîtres d'autres matières, en particulier, les géographes, sans trop de succès du reste). Enfin sous l'impulsion de **Y. Crozes** et **J. Itard**, ce fut au lycée Henri IV que s'organisèrent les réunions, maintenant sous les auspices de l'A.P.M.. Des conférences eurent lieu régulièrement. L'une d'elles fut consacrée, en signe d'adieu, aux travaux du groupe de Mlle **Dionot**, partagée entre **A. Fouché**, attaché surtout à l'aspect psychologique et au développement de l'intuition, et moi-même insistant plutôt sur l'initiation à la logique et à la construction de l'édifice mathématique. Ces deux points de vue complémentaires étaient bien soulignés par le titre choisi :

“Axiomatique et Redécouverte”. C’est que, vers les années 1955-60, l’axiomatique était à l’ordre du jour, thème principal de la Seconde Période. Nous y reviendrons.

Les “Mathématiques modernes” entre les deux guerres

Dans le merveilleux petit livre de Duporeq (deuxième édition datée de 1912), intitulé “*Premiers principes de Géométrie Moderne*”, la préface contient ces lignes : “Il semble que l’étude des travaux de Poncelet, de Chasles et de Laguerre contribuerait, mieux que l’examen des divers modes de discussion de l’équation en S, à développer l’esprit géométrique des élèves, ce qui doit être, bien qu’on ait trop souvent semblé le perdre de vue, le principal but de l’étude des Mathématiques” — et, plus loin : “des notations convenablement choisies permettent généralement de suivre une démonstration mieux qu’une figure qui détourne forcément l’attention”. Certes, ceci s’adresse aux étudiants qui s’initient aux mathématiques supérieures, mais c’est bien la pensée de Chasles qui guidait l’introduction de la géométrie “orientée”. Pendant ces années la “géométrie moderne”, au niveau du Secondaire, consista à démontrer des relations métriques sans devoir examiner les diverses dispositions des points alignés. Il est d’autant plus étrange que Chasles n’ait pas songé à orienter les angles, où bien n’a-t-il pas su le faire ? Tout comme l’élève consciencieuse que j’étais, il recommençait la démonstration pour chaque “cas de figure”, changeant çà et là les signes “+”, “-”, “180 -”. (Je dus considérer un jour 10 cas, avec les félicitations gênées de mon brave professeur Schlesser qui nous préparait au concours de Sèvres. Mais Henri Lebesgue lui-même, ne put que nous dire : “Vous sentez bien que l’angle dont parle Hadamard à la page 10 n’est pas le même être que celui qu’il emploie page 214”. L’étude des congruences d’angles plans était à l’ordre du jour (je crois avoir été la première à énoncer, ce que je considérais comme fondamental, à propos de l’égalité des figures et en premier lieu, des triangles : “quand une seule égalité d’angles intervient, il est nécessaire qu’elle soit vraie modulo 2π mais si deux égalités interviennent, il suffit que les angles soient déterminés à π près” (Remarque bien utile pour l’utilisation des angles inscrits dans un cercle). La note en question n’avait pas sa place dans le petit bulletin de l’A.P.M. Elle parut, en 1928 dans l’excellente et regrettée *Revue de l’Enseignement des Sciences* qui devait disparaître avec son créateur sous l’occupation.

Beaucoup plus difficile me sembla l’initiation à la “Géométrie vectorielle”, non pas pour ses modes de calcul, mais pour l’initiation à son esprit, à une nouvelle intuition de l’espace repéré. Même Emile Picard, en y faisant allusion, pensait en repérage cartésien. Les premiers livres de vulgarisation étaient très médiocres. Les cours sur ce sujet que faisaient à Sèvres l’académicien, spécialiste de l’aérodynamique Henri Villat en 1930 me semblèrent éblouissants, mais si je relis mes notes (j’étais alors assistante à l’Ecole), je suis très déçue devant la gaucherie de la présentation.

C'est qu'il manquait la vision nette des structures, le vocabulaire, le langage qui nous est devenu familier grâce à l'apport de Bourbaki. Il est juste, d'ailleurs, de citer à ce propos l'œuvre de transition du professeur **Bouligand** pour diffuser parmi nous cette notion de structure mathématique.

Et finalement apparut au grand jour, sur la place publique, la grande question de la place de l'axiomatique — laquelle ? — dans l'enseignement à tous les degrés. Tout le monde était concerné, mais c'était la fin de cette période de paix que fut, pour l'Occident, l'entre-deux guerres !

II. La seconde période

La guerre de 1940 fut une coupure. Certains cessèrent d'enseigner, d'autres le firent dans des conditions anormales. En tout cas, la situation avait changé quand la paix fut rétablie. En France, l'enseignement Primaire Supérieur était supprimé ainsi que les sections élémentaires des lycées et collèges. Il existait maintenant une école unique avec un Premier Degré, un Second Degré à premier et second cycle, et une population scolaire différente. Notre Association prenait le titre de A.P.M.E.P. qui excluait explicitement l'Enseignement "libre", mais aussi, implicitement (et malheureusement à mon avis) les maîtres du Premier Degré. En outre, les contacts internationaux reprirent. Il fallait s'adapter.

La "Commission Internationale des Mathématiciens" réservait une toute petite place à "l'histoire et philosophie et enseignement", mais cela n'avait aucun impact. C'est pourquoi **Caleb Gattegno**, de Londres où il travaillait à la formation des professeurs, fonda en 1950, une Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques", la C.I.E.A.E.M., "étude" avant amélioration, "étude" permettant d'entreprendre l'amélioration (un historique qui m'en a été demandé comme étant restés fidèle depuis la première réunion de Pâques 1950, est en cours de diffusion"). Le travail du groupe international fut extrêmement fécond. Disons seulement ici que la quatrième rencontre, à la Rochette-sur-Melun (avril 1952) avait comme thème "Structures mathématiques et structures mentales" où s'exprimèrent en particulier les professeurs **Diendoné** exposant la pensée de Bourbaki, **Choquet** et **Lichnérowicz** qui mettaient en œuvre les "structures" dans leurs recherches, **Gonseth**, le grand géomètre philosophe, **Piaget**, le psychologue de l'enfant devant les mathématiques et d'autres, en particulier le Belge **Servais** qui, avec, puis après **Gattegno**, était l'âme du mouvement. Ce fut pour moi une révélation. Et l'on ne perdait pas de vue notre but : l'amélioration de l'enseignement.

C'est à la suite de cette rencontre que le Professeur **Choquet** devint Président de la C.I.E.A.M. et lança la campagne de conférences pour l'initiation des maîtres.

(*) S'adresser à Guy BROUSSEAU, IREM de Bordeaux, 351, cours de la Libération, 33400-Talence.

Revenons un instant aux rencontres "Axiomatique et Redécouvertes" patronnées par l'A.P.M.E.P. Il y eut des conférences intéressantes, mais un jour, après un exposé de plus d'une heure sur le thème "L'axiomatique des Grands", une voix s'éleva au fond de la salle : "Tout cela est absolument nul, des phrases vides. On ne sait même pas si, pour vous, l'aire d'un rectangle est une grandeur !". Qui parlait ainsi ? Henri Cartan ! Venu par curiosité, attiré par le titre. J'osais m'approcher de lui "Vous avez passé une heure à perdre votre temps avec nous. Pouvez-vous refuser de faire vous-même la conférence qui nous éclairerait ?". Non ! Il ne pouvait refuser et la conférence fut faite, publiée dans le Bulletin de l'A.P.M.E.P. Coup de théâtre, violente attaque des sacro-saintes Mathématiques Spéciales. Vives réactions. Mais Gustave Choquet fit deux conférences sur la Géométrie dans l'esprit de notre C.I.E.A.E.M.. Nous étions alors en liaison avec l'O.C.D.E. (conférence de Dieudonné sur l'algèbre, de Choquet sur la topologie, et j'en montrais l'aspect élémentaire du niveau de nos classes de 4^e et 3^e), avec le Centre International de Pédagogie de Sèvres où Mme Hatinguais invita, entre autres, Choquet et aussi Laurent Schwartz qui nous montra avec humour, sur l'exemple du classique Traité d'Hadarnard intitulé *Leçons de Géométrie Élémentaire*, combien un exposé axiomatique n'est pas à la portée de tout le monde et est peut être incompatible avec un exposé élémentaire, aussi bien en 1960 qu'en 1900.

Enfin, Choquet obtint de ses collègues mathématiciens de faire une série d'exposés pour l'initiation des enseignants ; (j'avais promis de les rédiger pour publication et je tins parole). Ce furent les fameuses 17 conférences prononcées par 12 savants de premier ordre, de Cartan, Choquet, Dixmier... à Schwartz et Serres), publiées de mars 1956 à mars 1958 dans le Bulletin de l'A.P.M.E.P. puis réunies en un fascicule de l'Institut de Mathématiques de l'Université de Genève en 1958.

Je vais laisser ici à notre ami Gilbert Walusinski la tâche de continuer cet aperçu historique, mais je tiens à souligner deux choses ; d'abord témoigner pour la belle action de l'A.P.M.E.P. de cette époque, et puis rejeter toute responsabilité dans ce qui suivit.

Après avoir patronné et diffusé les grandes conférences, en faisant campagne pour la création d'officiels Instituts de Recherches sur l'Enseignements des Mathématiques (qui devaient être les IREM), sans nier le bon travail que tentait de faire pour l'enseignement primaire, l'Institut Pédagogique National sous la direction éclairée de R. Gal, sans attendre les décisions administratives, elle organisa des petites réunions locales où un collègue qualifié s'adressait à des enseignants, surtout du premier cycle secondaire et aussi des classes primaires. L'A.P.M.E.P. fournissait des feuillets exposant les éléments des structures successives : les opérations sur les ensembles, les relations d'équivalence, d'ordre etc. L'essentiel était de savoir quoi en faire ! Je participais aux réunions organisées à Versailles par notre collègue Nicolas, qui enseignait à l'Ecole Normale de cette ville.

Il faisait d'abord l'exposé théorique, mais l'important était la suite : travail par petits groupes de même niveau, tels les Cours Élémentaires et Cours Moyens, ou la Sixième. Je demandais : "Qu'avez-vous fait ce matin dans votre classe ?", et nous examinions comment ces exercices, ces observations, ces calculs étaient éclairés par les structures que l'on venait de décrire théoriquement. Quel enthousiasme chez ces maîtres dévoués qui venaient bénévolement, après leur journée de travail, pour améliorer leur formation ! Et quel succès auprès des élèves et, par ricochet, auprès des parents ! Je peux en témoigner car on m'invitait à aller voir sur place, dans les petites écoles des environs de Versailles où les maîtres se sentaient isolés. Il y avait moins de disponibilité dans les villes ! Mais, pour moi, quelle satisfaction de ne plus répéter machinalement les mêmes phrases, par exemple pour l'addition : "on peut changer l'ordre, grouper les termes,..." pour les entiers "naturels" les "fractions" quand elles étaient des rapports, les polynômes, les translations, les projections, les vecteurs etc. Et surtout quelle joie de pouvoir enfin faire comprendre aux élèves la signification du signe "=" et ce qu'est une équivalence, au lieu de dire, comme l'enfant du *Livre de mon Ami* d'Anatole France : "Si tu ne comprends pas, c'est que t'es bête !".

Mais tout changea quand on proclama "Axiomatique à tous les niveaux comme base de l'enseignement" et que les médias inventèrent les "Maths Modernes". La politique s'en mêla. Pas de revue engagée, communiste ou conservatrice, qui ne quêtât des articles. Les syndicats furent concernés : Laurent Schwartz fit une très belle conférence aux instituteurs... Mais voici que l'A.P.M.E.P. adopta le courant qui mettait au premier plan la recherche de *programmes officiels* à imposer d'urgence à des maîtres non préparés ! Nous avions voulu briser les cadres traditionnels au profit d'une étude directe des situations et d'une libre expression, et il apparût un nouveau dogmatisme pire que l'ancien que, du moins l'usage avait poli, et un foisonnement absurde du vocabulaire ! Les Commissions de programmes travaillèrent avec bonne volonté, mais la mise en exécution dans ces conditions était vouée à l'échec (la Belgique, entraînée sur la même pente, mais moins centralisée, put se libérer plus vite, en particulier grâce à Servais).

Et pourtant, quelles belles expériences nous avons connues ! En France, dans des classes, avec des parents d'élèves si fiers de comprendre les logarithmes après un quart d'heure d'attention ! Mais surtout à l'étranger. Les schémas de structure et quelques mots suffisaient à compenser la difficulté des traductions et à assurer la communication. Cela suffisait comme j'ai pu le constater une fois encore au stand de l'Exposition française de Moscou en 1961. (Le succès me conduisit à faire une conférence à l'Université Lomonosov devant des enseignants et je retrouvais ce que nous disait Gattegno : le problème est indépendant des programmes, des conditions géographiques, politiques et autres : il s'agit toujours de l'Homme !). L'éveil était partout : aux U.S.A. où la National

Fondation for Science invita en 1960, puis en 61, des Européens connus par les livres qu'ils avaient publiés, à participer aux cours de recyclage dans de nombreuses petites universités, ainsi qu'à l'Institut de pédagogie de Columbia University de New-York. Quelle belle entente internationale ! Faut-il nommer quelques uns des "missionnaires de l'aspect moderne des mathématiques" ? Evidemment, Willy Servais et tout le groupe belge qu'il entraînait, mais aussi Puig Adam, Espagnol, spécialiste de la construction de modèles matériels, et l'Anglais Fletcher, créateurs d'admirables films mathématiques, bien différents de ceux du pédagogue suisse Nicolet, et les Italiens de tendances si différentes, Angélo Pescarini et Emma Castelnovo, et le très actif groupe hongrois de Suranyi, Varga et Mme Gador et Mme Krygowska de Pologne et tous nos amis d'Amérique du Sud où les Centres émanant de celui de Sèvres nous recevaient, sans oublier les trop tôt disparus G. Sillitto en Ecosse et l'Inspecteur Galli en Uruguay, et tant d'autres...

Qu'en savait la France ? Comment répondait l'A.P.M.E.P. ? Et pourtant, c'est en s'en inspirant que furent fondées les Associations de Professeurs de mathématiques distinctes des Associations de Mathématiciens, d'abord en Belgique, et ensuite au Mexique, en Argentine... Les rencontres pouvaient exister grâce aux Affaires Etrangères, car notre Ministère de l'Education Nationale nous ignorait parfaitement.

Tout ce qui précède traduit des souvenirs personnels. Ceux qui n'ont pas vécu cette période de la même façon doivent témoigner sans doute très différemment avec autant de vérité !

Actuellement l'évolution de la société, des sciences et des techniques change les problèmes. Le grand nombre et la variété des groupes de Recherches où se combinent didactique, psychologie, étude des techniques nouvelles, de l'informatique, etc., laisse espérer un avenir de progrès dans la liberté, le respect des différences, grâce aux travaux de tant de chercheurs dévoués.