III. Projets de Premières S et E

1. Propositions de la COPREM

I. STATISTIQUES

L'importance mathématique, interdisciplinaire, de ce secteur, a déjà été soulignée en classe de Seconde.

Programme	*Commentaire*
Séries statistiques à une variable. Fréquences, histogrammes. Eléments caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique : caractéristique de position (médiane, moyenne) ; caractéristique de dispersion (écart-type).	*Les élèves doivent pouvoir investir ces éléments dans l'étude d'exemples de séries statistiques à une variable. De telles activités peuvent constituer un terrain pour une première utilisation de la notation* Σ. *L'étude du regroupement en classes et ses effets sur les caractères quantitatifs est un thème formateur.*

II. ACTIVITÉS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES

Il faut souligner l'importance de telles activités, souvent sous-évaluées ou marginalisées. Comme en Seconde, elles sont à pratiquer en relation avec d'autres parties du programme et l'enseignement d'autres diciplines. Les interprétations graphiques, l'usage des calculatrices (et, dans la mesure du possible, des moyens informatiques), jouent un rôle essentiel à la fois comme outil et comme source de situations problématiques.

En liaison avec l'analyse, on abordera la résolution des équations selon deux axes de recherche :

- par des algorithmes de type algébrique, solutions "exactes" ;
- par des études de fonctions, des activités d'encadrement, solutions approchées.

Programme	*Commentaire*
a) Calcul algébrique — Consolidation des acquis sur les polynômes ; simplifica-	

tion et réduction au même dénominateur de fonctions rationnelles simples.

— Factorisation par $(x-a)$ de fonctions polynômes

— Trinôme du second degré : forme canonique. Application de cette forme à la recherche du sens de variation de la fonction, à la résolution de l'équation du second degré, somme et produit des racines.

— Entretien de la pratique de résolution des systèmes linéaires à 2 ou 3 inconnues. Interprétation graphique des systèmes à deux inconnues.

b) **Majorations, encadrements**

— Consolidation des acquis sur les inégalités et inéquations.

— Comparaison des nombres $\sqrt{x}, x, x^2, x^3$ lorsque x est petit, ou grand.

— Terminologie concernant les approximations d'un réel a : un encadrement de a est un couple (b,c) tel que $b \leqslant a \leqslant c$; a' est une valeur approchée de a à la précision 10^{-p} lorsque $|a'-a| \leqslant 10^{-p}$

c) Calcul trigonométrique

Les contenus relatifs à ce titre se trouvent ailleurs :

— dans le titre "FONCTIONS"

— dans le titre "GÉOMÉTRIE PLANE" mais certaines activités relèvent typiquement de ce calcul.

Les remarques énoncées à ce propos dans le texte des commentaires de Seconde (1984) restent valables.

Les activités citées ici ne sont pas des objets d'étude en soi, mais interviennent au sein de problèmes liés aux approximations. On proposera l'étude de situations telles que :

Quelle précision obtient-on pour une somme, un produit lorsqu'on connaît les précisions des divers termes ?

Tout exposé général sur le calcul des approximations, tout énoncé général de résultats, est en dehors des objectifs de la classe.

Une vision claire et précise du cercle trigonométrique permet à l'élève de "lire" quelques formules donnant les valeurs, fonctions trigonométriques de $-x$, $x+k2\pi$, $x \pm \pi$; elle permet aussi de résoudre quelques inéquations trigonométriques simples.

En géométrie, il s'agit de mettre en œuvre les relations trigonométriques du triangle rectangle et du trian-

	gle quelconque, mentionnées dans le programme, et sur des exemples simples. *Sont en dehors du programme :* *— les formules de transformation de produits en sommes, de sommes en produits* *— la linéarisation des polynômes trigonométriques.*

III. SUITES ET FONCTIONS NUMÉRIQUES

Les suites permettent l'étude des phénomènes discrets, par exemple, les états d'un système aux instants $0,1,2,\ldots,n,\ldots$. Les fonctions sont, elles, liées à l'étude des phénomènes continus ; par exemple, l'état d'un système à tout instant t.

Les activités proposées aux élèves souligneront l'intérêt des interprétations graphiques et numériques, et les analogies entre ces deux concepts fondamentaux de l'activité numérique.

Tant pour les suites que pour les fonctions, on maintiendra un juste équilibre entre les problèmes quantitatifs (activités de majoration, d'encadrements ; étude de performances d'algorithmes ; calcul de valeurs numériques de fonctions ou de grandeurs géométriques), et les problèmes qualitatifs (études de convergences, de continuité, de variations). Il doit apparaître clairement que ces deux aspects sont complémentaires.

A. SUITES

Les objectifs poursuivis sont :

1. Se familiariser sur quelques exemples élémentaires, avec différents modes de génération des suites et quelques comportements simples.

2. Savoir approcher un nombre par les termes d'une suite et apprécier la qualité d'une telle approximation sur des exemples simples.

3. Savoir décrire une situation discrète d'origine scientifique ou technique à l'aide d'une suite.

Aucun exposé sur l'algèbre des suites, aucune étude systématique des suites recurrentes, aucun résultat théorique à leur sujet ne doit être abordé en Première.

Programme	***Commentaire***
a) Notation u_n ; exemples *simples* de suites définies par $u_n = f(n)$.	*Un élève devra pouvoir exprimer des termes tels que* u_{n+1}, u_{n-3}, u_{2n} *en fonction de* n *, lorsqu'il connaît*

b) Suites arithmétiques et géométriques définies respectivement par

$u_{n+1} = u_n + a$; $u_{n+1} = b u_n$.
Somme des k premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique. Utilisation du symbole Σ

c) Etude expérimentale du comportement, lorsque n tend vers l'infini de quelques suites de référence :

$n \mapsto n$; $n \mapsto \frac{1}{n}$; $n \mapsto a^n$ (où a est un entier naturel) ; $n \mapsto \sqrt{n}$; $n \mapsto \frac{1}{\sqrt{n}}$

Utilisation de ces suites pour l'étude de quelques exemples simples de suites convergentes, ou tendant vers $+\infty$ (ou $-\infty$). On se servira de majorations, de minorations, ou d'encadrements.

Travaux pratiques :

— Exemples d'encadrements d'un nombre réel, exprimant une mesure (aire, volume...).

— Suite vérifiant

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{p}{u_n}\right) \quad p > 0.$$

— Exemples très simples d'étude de suites définies par

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \varphi(u_n) \end{cases}$$

en liaison avec la représentation graphique de φ.

— Exemples d'approximation (notamment par des suites adjacentes) d'un nombre réel solution d'une équation.

— Développements décimaux.

$u_n = f(n)$ et utiliser des analogies entre la fonction $f : x \mapsto y = f(x)$ et la suite $u_n = f(n)$.

Des exemples de suites tels que :

$$n \mapsto 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

$$n \mapsto 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}$$

et, de façon plus générale, des sommes partielles de séries (sauf pour les suites arithmétiques et géométriques) sont en dehors des objectifs de la classe.

La définition générale de la limite et, a fortiori, toute étude systématique de la convergence de suites (en particulier le théorème sur les suites croissantes et majorées), sont en dehors du programme.

Pour les suites de référence citées ci-contre on se contentera de traduire les observations numériques par des écritures telles que :

$$\lim_{n \to +\infty} n = +\infty \; ; \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} = 0 \; ;$$

$$\lim_{n \to +\infty} 10^n = +\infty \; ; \quad \lim_{n \to +\infty} \sqrt{n} = +\infty \; ;$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

puis on tirera, comme allant de soi, les conséquences d'inégalités telles que

$$|u_n - \ell| \leqslant \lambda v_n \quad \text{ou} \quad \lambda v_n \leqslant u_n$$

dans lesquelles (v_n) est une suite de référence préalablement étudiée et λ un réel et on se bornera en Première à des situations qui rentrent dans ce cadre.

Dans les problèmes, on soulignera l'aspect quantitatif en établissant des inégalités telles que

$$|u_{n+1} - \ell| \leqslant a\,|u_n - \ell|$$

qui permettent de calculer, avec une précision donnée, une valeur approchée du nombre ℓ.

La démarche décrite ici pour l'étude des suites en classe de Première ne permet pas encore d'étudier toutes les suites possibles (un tel objectif est en dehors du Second cycle) mais permet des activités rigoureuses.

B. FONCTIONS

Quelques objectifs fondamentaux :
— enrichir le stock des fonctions usuelles ;
— se donner des outils élémentaires mais efficaces pour l'étude locale et globale de ces fonctions.

On évitera de vouloir donner à la notion de fonction un statut théorique. Le mot fonction est à prendre dans un sens empirique ; il implique davantage une pratique, une catégorie de problèmes qu'un objet mathématique précis, à ce niveau. Concernant les objectifs, deux écueils sont à éviter :

• un exposé théorique excessif, visant une construction achevée des concepts mis en jeux ; domaine de définition, limites, continuité, dérivabilité...

• une quantité excessive (et sur des exemples souvent trop techniques) d'études de fonctions comme objectif en soi.

Pour les études théoriques, on se placera dans le cadre des applications définies sur un intervalle. L'objectif essentiel de ces études est la mise en place de la notion de dérivée, et de ses utilisations.

Programme

a) Fonctions usuelles :

— les fonctions étudiées en Seconde

— exemples numériques
• de fonctions polynômes (faible degré)
• de fonctions homographiques
• de fonctions du type $x \mapsto \sqrt{ax+b}$
• les fonctions *cos, sin*

b) Notations et sens de : $f+g$; fg ; λf ; $g\circ f$; $f \geq 0$; $f \geq g$.

Commentaire

Pour le stock de fonctions, il convient aussi d'être très modeste et de s'en tenir à celles citées dans le programme ou qui s'y ramènent aussitôt.

L'étude générale des branches infinies n'est pas au programme.

L'observation, déjà faite en Seconde, des valeurs prises par la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ pour de "grandes valeurs" (en valeur absolue) de la variable conduira aux écritures

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

qui seront rapprochées de celles relatives aux suites. On exploitera alors naturellement des inégalités du genre

$$|f(x) - g(x)| < \frac{K}{x}$$

qui seront interprétées graphiquement à l'occasion d'explorations d'exemples simples comme

$$x \mapsto x + \frac{1}{x} \text{ ou } x \to x + 2 + \frac{1}{x^2}$$

De même, on ne se privera pas d'écrire que $\lim_{x \to +\infty} x = +\infty$ *et* $\lim_{x \to -\infty} x = -\infty$ *et on exploitera comme allant de soi des inégalités comme* $f(x) > x$ *(pour* $x > 0$*), pour écrire que* $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$*. Les exemples proposés devront rester dans un tel cadre.*

L'étude complète de fonctions rationnelles et trigonométriques autres que celles mentionnées dans le programme, les combinaisons sophistiquées de fonctions usuelles telles que

$$x \mapsto \sin\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\cos x\ ;$$

$$x \mapsto x^3 - 15x - \frac{12}{x}$$

ou des exemples trop techniques comme

$$x \mapsto \frac{\sin x}{x}\ ;\ x \mapsto E\left(\frac{1}{x}\right)\ ;\ x \mapsto x \sin x$$

sont en-dehors des objectifs de la classe.

c) Nombre dérivé d'une fonction f en un point a :

Lorsqu'une fonction f admet un développement de la forme

$$f(x+h) = f(x) + Ah + h\varepsilon(h)$$

On pourra avantageusement préparer l'accès à cette notion par des activités concernant les approximations au voisinage de 0 des fonctions

$$h \mapsto (1+h)^2\ ;\ h \mapsto (1+h)^3\ ;\ h \mapsto \sqrt{1+h}\ ;$$

$$h \mapsto \frac{1}{1-h}\ ;\ h \mapsto \sin h$$

où $\lim\limits_{h \to 0} \mathcal{E}(h) = 0$, on appelle A le nombre dérivé de la fonction f au point a.

d) Interprétation cinématique (vitesse) et géométrique (tangente) du nombre dérivé. Lien de ce nombre avec le taux d'accroissement.

e) Fonction dérivée. Les règles algébriques du calcul des dérivées : somme, produit, inverse, quotient, dérivée de $x \mapsto f(ax+b)$, dérivée du sinus, du cosinus, de $x \mapsto \sqrt{x}$, seront admises.

f) Application des dérivées à l'étude du sens de variation des fonctions. On admettra les propositions suivantes :

— Si f est dérivable sur l'intervalle I et si sa dérivée f' est nulle sur I, alors f est constante sur I.

— Si f est dérivable sur I, et si f' est positive sur I, alors f est croissante sur I.

— Si f est dérivable sur $[a,b]$ $(a<b)$ et si f' est à valeurs strictement positives sur $]a,b[$, alors f établit une bijection strictement croissante de $[a,b]$ sur $[f(a), f(b)]$.

g) Etude des fonctions sinus et cosinus : périodicité, parité, représentation graphique.

qui devront faire partie de l'acquis des élèves en fin de Première.

Il n'est pas question de formuler une définition de la notion de limite en un point.

La connaissance acquise en Seconde du comportement des fonctions $\varphi : x \mapsto |x|$ ou $x \mapsto \sqrt{x}$ pour des valeurs "petites" de la variable conduira à écrire en Première pour l'une ou l'autre que $\lim\limits_{x \to 0} \varphi(x) = 0$. On tirera, comme allant de soi, les conséquences sur $\mathcal{E}(h)$ des majorations du genre

$$|\mathcal{E}(h)| \leqslant \lambda |h| \text{ ou } |\mathcal{E}(h)| \leqslant \lambda \sqrt{|h|}.$$

On se limitera dans la perspective de ce chapitre à des fonctions f donnant lieu à des fonctions $\mathcal{E}$ satisfaisant à l'une ou l'autre des majorations évoquées ci-dessus.

Travaux pratiques

— Recherche d'extremums

— Séparation et encadrements des racines d'une équation $f(x) = \lambda$

— Exemples d'inéquations $f(x) \leqslant \lambda$

— Obtention de majorations et d'encadrements à l'aide du calcul différentiel.

On pourra en particulier obtenir par cette méthode des approximations de cosx pour x "petit".

— Calcul de valeurs approchées de fonctions.

— Effet de transformations géométriques simples sur le graphe d'une fonction. Etudes conjointes de f et de :

$$\lambda f,\ f(x-\lambda)\ f(\frac{x}{\lambda}),\ |f|.$$

IV. GÉOMÉTRIE

Il y a lieu d'attirer l'attention, d'entrée, sur l'importance de la géométrie, surtout peut-être à un moment où l'on se propose de valoriser les enseignements technologiques.

En particulier, la géométrie dans l'espace, constamment utilisée dans les sciences et techniques diverses, verra croître encore son importance dès la banalisation des écrans graphiques d'ordinateurs et des robots.

A. GÉOMÉTRIE PLANE

L'objectif général de la géométrie plane en Première S est moins d'introduire beaucoup de notions, configurations et outils nouveaux, que d'utiliser et organiser ceux dont l'élève a déjà une certaine pratique, dans un éventail de situations plus large et plus complexe.

Les activités proposées en début d'année auront aussi pour objet de vérifier les acquis et la classe de Seconde (colinéarité de deux vecteurs, repères, projections, vecteurs directeurs d'une droite, barycentre d'un nombre au plus égal à 4 de points pondérés). Pour ces rappels et consolidations, des activités variées sont sûrement préférables à des révisions systématiques.

Programme

a) Angles de vecteurs dans le plan orienté.

Commentaire

Toute introduction axiomatique de la géométrie d'incidence, de la métrique euclidienne, des espaces vectoriels, est hors programme.

— Repères et bases. Repères et bases orthonormaux directs.

Il s'agit de traduire en angles de vecteurs ce qui a été abordé en classe de Seconde à propos des angles de demi-droites du plan orienté.

Tout exposé théorique sur les angles orientés et leurs mesures sont en dehors des objectifs de l'enseignement secondaire.

Il s'agit simplement d'installer une pratique permettant de lier rotations, couples de vecteurs, mesures d'angles.

— Rotation, rotation réciproque ; composition de deux rotations de même centre.

Le produit de deux symétries orthogonales est une rotation ou une translation.

Toute isométrie laissant au moins un point du plan invariant est une rotation ou une symétrie orthogonale.

La seule transformation nouvelle introduite est la rotation. Elle s'ajoute aux translations, symétries orthogonales, homothéties déjà rencontrées dans les classes précédentes. Leur intervention dans les activités montrera qu'elles sont à la fois source de problèmes et outils pour en résoudre.

La décomposition d'une rotation en produit de deux symétries est en dehors des objectifs de la classe.

b) Effets des translations, symétries orthogonales, homothéties et rotations sur le parallélisme, l'équipollence, les distances, les angles, les aires.

Utilisation des applications vectorielles associées à des applications ponctuelles.

L'étude des groupes de transformations, l'introduction des notions d'application affine et d'application linéaire associées ne font pas partie des objectifs de la classe.

L'utilisation du calcul vectoriel, la composition de deux transformations dans une situation simple, constituent une méthode parmi d'autres.

Les expressions analytiques des transformations étudiées ne font pas partie, dans le cas général, des objectifs de la classe.

Cependant, il peut être opportun d'en faire une utilisation pertinente dans des situations que le choix d'un repère adapté aura rendues particulièrement simples.

Travaux pratiques

— Exemples de transformations planes définies par des procédés variés.

— Affinités orthogonales, en liaison avec l'étude conjointe des fonctions f, λf, $x \mapsto f(\lambda x)$.

— Problèmes d'alignements et de concours.

— Problèmes de lieux géométriques et de constructions.

— Problèmes de trajets de longueur minimale ou maximale.

c) Exemples d'utilisation du produit scalaire : orthogonalité de vecteurs, de droites, cercle, expression de $MA^2 + MB^2$, de $MA^2 - MB^2$.

Le produit scalaire a été introduit en Seconde ; il n'y a pas lieu de le redéfinir mais de le faire fonctionner : c'est un exemple type d'outil, repris en Première, dont le champ d'intervention s'élargit.

Formule $\cos(|\beta - \alpha|) = \cos\beta \cos\alpha + \sin\beta \sin\alpha$.

Formules d'addition et de duplication.

Travaux pratiques

Lignes de niveau de $M \mapsto \alpha MA^2 + \beta MB^2$.

d) Relations dans le triangle :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\widehat{A} ;$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin\widehat{A}$$

$$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}}$$

Pour ces relations, on s'en tiendra à celles qui sont mentionnées. Les exercices serviront davantage à souligner l'intérêt de ces formules qu'à en établir une multitude d'autres.

On pourra faire observer que deux triangles d'angles égaux ont donc leurs côtés proportionnels.

B. GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Les objectifs en Première restent proches de ceux de Seconde.

— être capable dans tout plan de l'espace d'investir les méthodes et résultats de la géométrie plane.

— être capable d'analyser une configuration de l'espace ; à cette fin on mettra en place quelques propriétés supplémentaires spécifiques à l'espace.

— être capable de représenter une figure de l'espace en perspective cavalière ou en projections orthogonales, et de se servir d'une telle représentation.

L'étude des transformations de l'espace n'est pas au programme. Cela ne doit pas empêcher de mettre en évidence tel ou tel élément de symétrie d'une figure, d'utiliser une translation ou une homothétie pour établir un résultat.

Programme	*Commentaires*
a) Vecteurs de l'espace : extension des propriétés étudiées dans le plan ; vecteurs colinéaires, coplanaires ; projecteurs ; vecteurs directeurs d'une droite, d'un plan ; vecteur normal à un plan.	*L'extension à l'espace des propriétés des vecteurs du plan se fera de façon intuitive et sans qu'il soit question d'un exposé théorique.*
b) Extension du produit scalaire à l'espace. Orthogonalité de deux vecteurs, de deux droites, d'une droite et d'un plan. Plans perpendiculaires. Projection orthogonale d'un angle droit.	*La bilinéarité du produit scalaire sera admise.*
c) Bases orthogonales : repères orthonormaux. Expression du produit scalaire, de la distance de deux points. Fonction $M \to \vec{K}.\overrightarrow{OM}$; équation cartésienne du plan.	
d) Sphère : sections planes, plan tangent.	
e) Problèmes associés : représentation, à l'aide de projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires, de polyèdres simples, placés dans des positions facilitant les tracés (tétraèdres, parallèlépipèdes rectangles). Exemples de détermination de sections planes de tels polyèdres.	*Tout cours de géométrie descriptive est exclu ; les notions de ligne de terre, de tracés d'un plan, sont en dehors des objectifs de la classe.* *Il s'agit essentiellement d'habituer les élèves à traiter des problèmes simples (de construction par exemple) à l'aide de représentations choisies.* *Plus généralement on les entraînera à tirer des informations de diverses représentations : schémas, croquis en perspective cavalière, projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires.*

2. Propositions de l'Inspection Générale

A. Exposé des motifs

1. Les programmes qui suivent conservent, pour l'essentiel, les objectifs et la substance des programmes mis en vigueur en 1982. Cependant le bilan de trois années de fonctionnement a montré la nécessité de les infléchir dans la même perspective que pour la classe de Seconde (cf. note de service du BOEN n° 38 du 25 octobre 1984). On a eu le double souci de tenir davantage compte des *rythmes* d'acquisition des élèves et des *difficultés* (conceptuelles et techniques) présentées par certaines notions, et d'ouvrir *les sections scientifiques* à un plus grand nombre d'élèves pour répondre à une demande sans cesse accrue d'ingénieurs, de techniciens, de chercheurs et d'enseignants.

Les modifications apportées s'inspirent de quatre idées essentielles :

a) On a voulu *mieux préciser les objectifs et les contenus du programme* en dégageant nettement les *capacités requises ou non requises des élèves*. Dans le double but de mieux éclairer les professeurs et les élèves et de combattre l'inflation. Ce point est détaillé en tête du programme.

b) On a voulu insister sur l'importance du *travail personnel* des élèves, tant en classe qu'à la maison, et sur le rôle formateur des *activités de résolution de problème*. Dans cette perspective une rubrique de TRAVAUX PRATIQUES a été introduite dans chaque chapitre ; leur fonction est précisée en tête du programme. En revanche l'idée de thèmes, introduite dans le programme de 1982, n'a pas été conservée car son interprétation a donné lieu à de nombreuses ambiguïtés.

c) On a voulu s'en tenir à un *cadre et un vocabulaire théorique nettement plus modestes*, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique de qualité.

En analyse, cette intention s'est traduite par un changement d'approche du concept de limite (convergence d'une suite, limite et continuité en un point d'une fonction) : les définitions et propriétés générales, difficiles à assimiler et sans portée réelle à ce niveau, ne sont plus au programme. La démarche proposée comporte deux temps : observation de suites et de fonctions de référence ; traitement de quelques exemples par comparaison aux objets de référence.

En géométrie : les structures d'espace vectoriel abstrait et de groupe de transformations, sans impact réel à ce niveau ont été retirées du programme. L'essentiel est l'étude des configurations. Le calcul vectoriel et l'idée de linéarité d'une part, les transformations du plan d'autre part, y sont étroitement associés. En outre le programme présente de front l'étude du plan et de l'espace ; il est souhaitable que cette interprétation apparaisse au niveau de l'enseignement.

d) On a voulu *alléger la charge globale des capacités à acquérir* afin de permettre une meilleure poursuite des objectifs essentiels des différentes parties du programme : on a procédé à des allègements ponctuels et on a limité de façon plus stricte le niveau d'approfondissement à donner aux concepts ainsi que le degré de technicité pour l'étude des problèmes.

B. Objectifs, programme et commentaires

1. L'horaire de la classe est de 6 heures hebdomadaire. Il est essentiel d'assurer un bon équilibre entre les différentes parties du programme. En particulier, la géométrie ne doit pas être bloquée en fin d'année.

2. Le texte qui suit est présenté en deux colonnes : à gauche, le *programme* fixe les connaissances et les capacités exigibles des élèves ; à droite, *le commentaire* précise le sens ou les limites à donner à certaines questions du programme. Les *objectifs* sont placés en bandeau.

On a délimité, d'une part, les capacités exigibles des élèves et, d'autre part, des activités possibles ou souhaitables mais ne faisant pas l'objet d'une telle exigence ; ces dernières sont repérées par la mention "*on pourra... mais...*". En outre, pour éviter toute ambiguïté sur les limites du programme et lutter contre l'inflation, il est indiqué que certaines notions sont *"hors programme"* (ce qui signifie qu'elles n'ont pas à être abordées au niveau considéré), ou que "tout excès de technicité est exclu", ou encore qu'il faut se limiter à des "exemples simples".

Le mention *"admis"* signifie que la démonstration est hors programme. Pour les démonstrations indiquées comme "non exigibles", le professeur est laissé juge de l'opportunité de les faire, d'en donner une esquisse, ou d'admettre le résultat, tout en assurant un bon équilibre entre ces différentes possibilités.

3. Le *cours* proprement dit doit être bref : il porte sur quelques notions et résultats de base que l'élève doit connaître et savoir utiliser. Les rubriques de *"travaux pratiques"* précisent le *champ des problèmes que les élèves ont à étudier* ; les activités correspondantes doivent occuper une part très importante du temps de travail, aussi bien en classe qu'à la maison. Ces travaux pratiques sont de *deux sortes* : les uns mettent en œuvre des *techniques classiques et bien délimitées, dont la maîtrise est exigible des élèves*. Les autres, qui portent la mention *"Exemples de"* (ce sont les plus nombreux), visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée ; *aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos*, mais les élèves devront au terme de l'année avoir acquis une certaine familiarité avec le type de problème considéré.

4. Les *activités graphiques* doivent tenir une place très importante. Elles permettent de donner un contenu concret au langage de la géométrie et elles concourent aussi à la formation personnelle des élèves en développant les *qualités de soin et de précision* et en mettant l'accent sur des *réalisations* combinant un savoir manuel et une réflexion théorique.

Les *problèmes et méthodes numériques* doivent eux aussi tenir une large place : ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi d'entraîner les élèves à combiner l'expérimentation et le raisonnement en mathématiques. L'emploi systématique des *calculatrices scientifiques programmables* vient renforcer les possibilités d'étude de ces questions, aussi bien pour effectuer des calculs que pour vérifier des résultats ou alimenter le travail de recherche. A la fin de la classe de Première, les élèves doivent savoir utiliser leur calculatrice dans les situations numériques liées au programme ; dans ce cadre, ils doivent savoir programmer, sur des exemples simples, le calcul de valeurs numériques d'une fonction d'une variable. D'autre part, l'emploi des matériels informatiques existant dans les établissements est à encourager.

5. *L'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines* sous deux aspects principaux : étude de situations issues de ces disciplines, comprenant une phase de mathématisation et une phase d'interprétation des résultats ; organisation concertée des activités d'enseignement. De même, les *aspects culturels* ne doivent pas être négligés ; en particulier, l'introduction d'une *perspective historique* doit permettre aux élèves de mieux saisir le sens et la portée des notions et des problèmes étudiés, et de mieux comprendre les ressorts du développement scientifique.

I. STATISTIQUE. PROBLÈMES NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES.

1. Statistique

La statistique constitue un excellent terrain pour des activités interdisciplinaires ; les élèves peuvent y développer leurs méthodes de travail et apprendre à organiser, à représenter et à traiter des données. Elle permet aussi d'exploiter les représentations graphiques et les outils de calcul.

Programme	***Commentaire***
Séries statistiques à une variable	
Fréquences, fréquences cumulées, histogrammes.	*Cette étude peut constituer un terrain pour une première utilisation de la notation* Σ.
Caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique : moyenne (caractéristique de position) ; écart-type (caractéristique de dispersion).	

Travaux pratiques

Exemples d'étude de séries statistiques à une variable.

Ces exemples seront pris dans des situations réelles.

Les activités pourront mettre en évidence l'intérêt de notions telles que : mode, médiane, quartiles, regroupement en classes,... Mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible des élèves.

2. Problèmes numériques et algébriques

L'objectif est non seulement de connaître des techniques de résolution de certaines équations numériques, mais aussi d'apprendre à mettre en équation des problèmes issus de situations variées et d'interpréter les résultats obtenus au regard des problèmes posés.

Pour les problèmes de majoration, d'encadrement et d'approximation, il convient d'exploiter conjointement les aspects graphique, numérique et algébrique ainsi que l'étude de variations de fonctions ; les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques avec les justifications adéquates. Pour toutes ces questions, l'emploi des calculatrices est un outil efficace.

Programme

a) *Calcul algébrique*
Factorisation d'un polynôme par $(x-a)$.
Polynôme du second degré : forme canonique.
Application de cette forme à l'étude du sens de variation de la fonction et à la résolution de l'équation. Somme et produit des racines.

Travaux pratiques

Exemples de calculs sur les polynômes d'une variable (développements, factorisations). Exemples de simplification et de réduction au même dénominateur de fractions rationnelles.

Commentaire

Les notions de polynôme et de fraction rationnelle en tant qu'objets formels ne sont pas au programme. On confondra donc polynôme et fonction polynôme, fraction rationnelle et fonction rationnelle.

Les élèves doivent savoir que, si une fonction polynôme est nulle, tous ses coefficients sont nuls. Ce résultat est admis.

Pour l'ensemble des travaux pratiques de ce paragraphe, on évitera de multiplier les exemples posés a priori et on se gardera de tout excès de technicité. On choisira autant que possible des situations issues de la géométrie, de la physique et de la vie économique et

Résolution et interprétation graphique de systèmes d'équations ou inéquations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques.

Exemples de résolution de systèmes linéaires à coefficients numériques.

Exemples d'étude de problèmes conduisant à une équation ou à une inéquation du second degré.

sociale. Certaines de ces situations comportent de façon naturelle des paramètres : il convient alors d'étudier leur influence mais on se bornera à des cas très simples. Toute étude introduisant a priori des paramètres est exclue.

Pour les équations linéaires, il convient de se limiter à des systèmes de taille très modeste. La méthode du pivot de Gauss est à pratiquer sur des exemples, mais sa description générale n'est pas au programme.

b) *Majorations ; encadrements.*

Terminologie concernant les approximations d'un nombre réel a :

— un encadrement de a est un couple (b,c) tel que $b \leqslant a \leqslant c$;

— on dit que a' est une valeur approchée de a à la précision 10^{-p} lorsque $|a'-a| \leqslant 10^{-p}$;

— écriture de a en notation scientifique : $a = \alpha . 10^k$, où $1 \leqslant |\alpha| < 10$.

Positions relatives des nombres x, x^2, x^3, $\sqrt{x}$ selon que $x \geqslant 1$ ou $0 \leqslant x \leqslant 1$ (en relation avec la représentation des fonctions).

Ces notions ne sont pas des objets d'étude en soi : elles interviennent dans les problèmes d'approximation. On pourra évaluer, sur des exemples, la précision obtenue pour une somme ou un produit ; mais toute étude générale du calcul des approximations est exclue et aucun énoncé de résultats à ce propos n'est exigible des élèves.

Travaux pratiques

Exemples de majorations, d'encadrements et d'approximations portant sur des nombres, des suites, ou des fonctions sur un intervalle donné.

Il est souhaitable de choisir des situations simples mettant en valeur l'utilité des majorations et des encadrements obtenus.

II. SUITES ET FONCTIONS NUMÉRIQUES

1. Suites numériques

L'objectif principal est de familiariser les élèves avec la description de situations discrètes simples à l'aide de suites, de mettre ainsi en évidence quelques modes de génération de suites et quelques résultats sur le comportement global et asymptotique des suites.

a) *Exemples de modes de génération de suites :*

— Suite des valeurs $f(n)$ d'une fonction ;

— Suite définie par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$ et la valeur initiale u_0.

— Suites croissantes. Suites décroissantes.

— Suites arithmétiques et géométriques, définies respectivement par $u_{n+1} = u_n + a$ et $u_{n+1} = bu_n$.

Calcul de $1+2+\ldots+n$ et de $1+b+b^2+\ldots+b^n$.

Un élève doit savoir :

— dans une suite $u_n = f(n)$, exprimer des termes tels que u_{n+1}, u_{n-3}, u_{2n} en fonction de n ;

— dans une suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ et u_0, calculer les premiers termes.

L'étude des opérations sur les suites est en dehors du programme. Aucune connaissance n'est exigible sur les suites récurrentes.

En dehors du cas des suites arithmétiques et géométriques, tout exemple de suite définie par additions ou multiplications répétées, telles que

$$u_n = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}$$

ou $u_n = n!$, est exclu.

b) *Etude d'une suite pour les grandes valeurs de n, langage des limites.*

α) Après observation des suites de terme général n, n^2, n^3, $\sqrt{n}$, b^n, où b est un entier strictement supérieur à 1, on dit que ces suites tendent vers $+\infty$ lorsque n tend vers $+\infty$.

On dit encore qu'une suite (u_n) tend vers $+\infty$, ce qu'on note $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$, lorsqu'on a établi une minoration de la forme $u_n \geqslant \lambda a_n$ à partir d'un certain rang, où (a_n) désigne une des suites de référence ci-dessus et λ un réel strictement positif.

La définition des limites par (A,N) ou $(\mathcal{E},N)$ est en dehors du programme, ainsi que le théorème de convergence des suites croissantes majorées.

Il est important que les élèves sachent classer entre elles les suites de références, mais aucune démonstration n'est exigible à ce sujet. Les élèves n'ont pas à connaître l'étude du comportement asymptotique des suites géométriques (b^n) lorsque b n'est pas entier.

β) Après observation des suites de terme général

$$\frac{1}{n},\ \frac{1}{n^2},\ \frac{1}{\sqrt{n}},\ \frac{1}{b^n},$$

on dit que ces suites tendent vers 0 lorsque n tend vers $+\infty$.

Si on a établi une majoration de la forme $|u_n - L| \leqslant \lambda\alpha_n$ à partir d'un certain rang, où (α_n) désigne l'une des suites de référence convergeant vers zéro, on dit que la suite (u_n) converge vers L, ce qu'on note $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = L$. (l'unicité de la limite est admise).

Dans les problèmes de limites, les seules capacités exigibles des élèves portent sur l'étude de suites $u_n = f(n)$ pour lesquelles les minorations ou majorations indiquées dans le programme permettent de conclure et sont faciles à établir.

Travaux pratiques

— Exemples d'étude de problèmes conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.

— Exemples d'étude du comportement de suites de la forme $u_n = f(n)$ (encadrements, monotonie, limite).

— Exemples d'emplois de suites pour l'approximation d'un nombre (racine carrée d'un entier, aire, volume,...)

Sur des exemples d'approximation étudiés, on pourra mettre en évidence différentes étapes : construction d'un algorithme d'approximation, étude de la suite ainsi obtenue, obtention de la précision visée.

2. Fonctions numériques

L'objectif principal est d'exploiter la dérivation pour l'étude locale et globale des fonctions. Les quelques notions sur les limites qui figurent au programme fournissent un langage commode pour introduire la notion de dérivée. Elles ne constituent pas un objectif en elles-mêmes ; il n'y a pas lieu de s'attarder à leur étude.

Les activités sur les fonctions ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés a priori : il convient aussi d'étudier des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale, en combinant les phases de mise en équation, de traitement mathématique et d'exploitation des résultats.

Il est important que les élèves sachent étudier les fonctions usuelles indiquées dans le programme, ainsi que quelques exemples simples de celles qui s'en déduisent par opérations algébriques et par composition.

Le programme se place dans le cadre des applications définies sur un intervalle ; les élèves doivent savoir étudier les situations qui s'y ramènent simplement.

Programme	Commentaire
a) *Comportement global d'une fonction* Les premiers éléments de l'étude d'une fonction (majorations, minorations, monotonie) ont été mis en place en Seconde. Les activités sur les fonctions conduisent à préciser le sens des notations suivantes : λf, $f+g$, fg, $g \circ f$, $f \geqslant 0$, $f \geqslant g$.	*Il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé théorique au sujet du statut de la notion de fonction, des opérations algébriques et de la relation d'ordre sur les fonctions.* *Les élèves doivent connaître le sens de variation d'une fonction composée de deux fonctions monotones.*
b) *Etude des fonctions au voisinage de 0 ; langage des limites.* Après observation des fonctions $h \mapsto h^n$ $(n = 1,2,3,\ldots)$, $h \mapsto \sqrt{h}$, au voisinage de 0, on dit que ces fonctions admettent en 0 la limite 0. Lorsqu'on a établi que, pour $\|h\|$ assez petit, $$\|g(h) - L\| \leqslant \lambda \|h\|^n,$$ où n est un entier strictement positif, on dit que g admet L pour limite au point 0, ce qu'on note $\lim\limits_{h \to 0} g(h) = L$. (L'unicité de la limite est admise).	*La définition des limites par (ε,α) est en dehors du programme. Les seules capacités exigibles des élèves portent sur l'étude de fonctions pour lesquelles les majorations figurant au programme permettent de conclure.* *L'objectif est une première prise de contact avec les fonctions de référence et leur mise en œuvre sur quelques exemples très simples, et non l'acquisition de méthodes systématiques pour la recherche de limites. Toute complication technique est donc à exclure pour les exemples étudiés.* *Les notions de continuité en un point et de continuité sur un intervalle ne sont pas au programme.*
c) *Dérivation en un point* Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions qui à h associent $(1+h)^2$, $(1+h)^3$, $\dfrac{1}{1+h}$, $\sqrt{1+h}$.	*Il convient de combiner l'expérimentation graphique et numérique et le raisonnement mathématique ; on mettra en valeur, sur des exemples, l'influence de la taille de l'intervalle sur la qualité de l'approximation.*

Lorsque, au voisinage de $h=0$, $f(a+h)$ peut s'écrire sous la forme
$f(a+h) = f(a)+Ah+h\varphi(h)$,
avec $\lim\limits_{h \to 0} \varphi(h) = 0$ on dit que la fonction f admet A pour nombre dérivé au point a (l'unicité est admise).

Interprétation géométrique : tangente.

Interprétation mécanique : vitesse.

Limite en zéro du taux d'accroissement

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

d) *Dérivation sur un intervalle. Fonction dérivée.*

Dérivées d'une somme, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient.

Dérivée de $x \mapsto f(ax+b)$.

Dérivée de $x \mapsto \sqrt{x}$.

Les élèves doivent connaître les règles de dérivation et savoir les appliquer à des exemples ne présentant aucune complication technique.

Les démonstrations de ces règles ne sont pas au programme, mais on mettra en valeur l'idée fondamentale qui conduit à ces résultats : on néglige au cours des calculs les termes d'ordre supérieur à 1, c'est-à-dire du type $h\varphi(h)$ où $\lim\limits_{h \to 0} \varphi(h) = 0$.

e) *Application à l'étude du comportement global des fonctions.*

On admet les propositions suivantes :

— Si f est dérivable sur l'intervalle I et si sa dérivée f' est nulle sur I, alors f est constante sur I.

— Si f est dérivable sur I, et si f' est positive sur I, alors f est croissante sur I.

— Si f est dérivable sur $[a,b]$, où $a<b$, et si f' est à valeurs strictement positives sur $]a,b[$, alors f établit une bijection strictement croissante de $[a,b]$ sur $[f(a), f(b)]$.

En dehors du cas de la racine carrée, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

f) *Fonctions circulaires*

Etude des fonctions $x \mapsto \sin x$ et $x \mapsto \cos x$: dérivée, sens de variation, représentation graphique, périodicité, éléments de symétrie.

Equations $\cos x = a$, $\sin x = a$.

Exemples numériques de fonctions $t \mapsto \cos(\omega t + \alpha)$.

On s'aidera de l'interprétation des résultats sur le cercle trigonométrique. On admet la valeur des dérivées des fonctions sinus et cosinus à l'origine.

Travaux pratiques

— Exemples d'étude, à partir d'une fonction f connue de fonctions telles que $f+\lambda$, λf, $f(x+\lambda)$, $f(\lambda x)$, $|f|$.

— Exemples d'étude de fonctions

$x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$, $x \mapsto \sqrt{ax+b}$

à coefficients numériques.

— Exemples d'étude du sens de variation d'une fonction.

— Exemples de recherche d'extrémums.

— Exemples de tracé de la courbe représentative d'une fonction.

— Exemples d'étude d'équations $f(x) = \lambda$ ou d'inéquations $f(x) \leqslant \lambda$.

Dans l'ensemble des travaux pratiques, il convient de combiner les différents outils du programme (majorations, encadrements, dérivation, emploi des calculatrices et des représentations graphiques). On choisira bon nombre de situations dans les problèmes issus de la géométrie et de la physique, on évitera de multiplier les exemples donnés a priori et on se gardera de toute technicité gratuite.

L'étude de fonctions construites à partir des fonctions circulaires n'est pas un objectif du programme. On pourra, à titre d'activité, étudier la fonction tangente, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur ce point.

Certaines situations nécessitent l'étude de branches infinies. On s'inspirera de la démarche utilisée au b) *mais sans mise en place systématique de fonctions de référence ; on se bornera à des exemples très simples, portant sur des fonctions homographiques ou telles que* $x \mapsto x + \dfrac{1}{x}$.

Aucune connaissance sur les limites infinies, les limites à l'infini et les branches infinies n'est exigible des élèves.

III. GÉOMÉTRIE

Le programme est organisé autour de quatre objectifs essentiels :

— l'approfondissement de la géométrie plane à travers l'étude des configurations et de l'action des transformations sur celles-ci ;

— la pratique de l'outil vectoriel ;

— la description et l'étude de configurations simples de l'espace ;

— la mise en œuvre de figures à tous les stades de la recherche et de la rédaction.

En bref il s'agit de développer une certaine maîtrise du plan et de l'espace physiques. Tout point de vue axiomatique est donc exclu pour l'ensemble de la géométrie.

1. Outil vectoriel et configurations

L'objectif est de fournir aux élèves trois outils pour l'étude de la géométrie du plan et de l'espace : étude directe des configurations, calcul vectoriel, emploi d'un repère adéquat. Il est essentiel de marquer les liens entre ces trois points de vue. Le calcul vectoriel n'est pas à considérer comme une fin en soi et le passage aux coordonnées doit tenir une place modeste ; il est essentiel de centrer les activités autour de l'étude des configurations.

a) *Points, vecteurs, repères du plan*

Bases et repères.

Vecteurs colinéaires; vecteurs directeurs d'une droite. Alignement de trois points ; parallélisme de deux droites.

Il s'agit ici de consolider les acquis de Seconde au fur et à mesure des activités.

Les élèves doivent savoir déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur d'une droite définie par une équation cartésienne, et exprimer le parallélisme de deux droites.

On observera que le choix d'une origine permet d'établir une bijection entre le plan et l'ensemble de ses vecteurs et de représenter graphiquement les vecteurs du plan.

b) *Points, vecteurs, repères de l'espace*

Extension du calcul vectoriel à l'espace (admise).

Bases et repères.

Aucune construction théorique du calcul vectoriel dans l'espace n'est au programme ; toute reconstruction des propriétés d'incidence à partir du calcul vectoriel est exclue.

Vecteurs colinéaires; vecteurs directeurs d'une droite. Alignement de trois points, parallélisme de deux droites.

Vecteurs directeurs d'un plan ; vecteurs coplanaires. Parallélisme de deux plans, d'une droite et d'un plan.

A travers l'ensemble des activités de géométrie dans l'espace, on complètera les énoncés vus en Seconde sur les propriétés d'incidence et de parallélisme et on marquera leur lien avec le calcul vectoriel. Les liens qui, en géométrie plane, associent l'addition des vecteurs à la translation, et la multiplication d'un vecteur par un nombre réel à l'homothétie s'étendent à l'espace. Cependant, l'étude de la translation et de l'homothétie dans l'espace n'est pas au programme.

c) *Orthogonalité, produit scalaire*

Extension à l'espace du produit scalaire et de ses propriétés (admise).

Orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan; vecteur normal à un plan.

Plans perpendiculaires.

Projection orthogonale sur un plan; projection orthogonale d'un angle droit.

Bases orthonormales, repères orthonormaux (plan et espace); expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale, de la distance dans un repère orthonormal.

Les élèves doivent connaître les propriétés élémentaires de la projection orthogonale sur un plan (conservation de l'équipollence, du parallélisme, de l'alignement, du barycentre,...) mais les démonstrations ne sont pas exigibles.

d) *Angles orientés dans le plan, rotations*

α) Orientation du plan; mesures de l'angle orienté d'un couple de vecteurs dans le plan orienté.

Bases orthonormales directes, indirectes. Etant

Le plan est orienté à partir du choix d'un sens de parcours sur un cercle. Aucune théorie de l'orientation ne figure au programme ; il convient de s'appuyer sur les propriétés vues en Seconde des angles orientés de demi-droites, sans chercher à donner un statut théorique aux angles et à leur mesure. On n'hésitera pas à faire les donné un vecteur unitaire $\vec{u}$, il existe un vecteur unitaire $\vec{v}$ et un seul tel que $(\vec{u},\vec{v})$ soit une base orthonormale directe.

Cosinus et sinus de l'angle orienté d'un couple de vecteurs.

abus de langage et de notations nécessaires : confusion d'écriture entre un angle et une de ses mesures, telles que

$$(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}\text{ , ou } (Ox,Ox') = \pi,$$

ou encore, pour un angle non orienté, $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{2}$. Les élèves doivent savoir que, si $(x,y) = \alpha$, alors $(\vec{y},\vec{x}) = -\alpha$, $(\vec{x}, -\vec{y}) = \alpha + \pi$, $(-\vec{x}, -\vec{y}) = \alpha, \ldots$

β) Rotations du plan orienté : la rotation de centre O et d'angle θ fixe O et associe à tout point M distinct de O le point M' tel que $OM = OM'$ et $(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}) = \theta$.

Pour tout couple de points distincts A et B, ayant pour images respectives A' et B', $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'B'}) = \theta$

Pour tout point M, d'image M' :

$$\overrightarrow{OM'} = \cos\theta\ \overrightarrow{OM} + \sin\theta\ \overrightarrow{ON},$$

où N est l'image de M par le quart de tour direct de centre O.

γ) Formules d'addition des fonctions cosinus et sinus ; formules de duplication.

Les formules de conversion de sommes en produits et de produits en sommes ne sont pas au programme ; il en est de même de la linéarisation des puissances autres que $\cos^2 x$ et $\sin^2 x$.

Travaux pratiques

Exemples de problèmes d'alignement et de concours dans les tétraèdres et les parallélépipèdes.

Exemples simples de recherche de sections planes (sections de prismes et de pyramides par des plans parallèles au plan de base ; méridiennes et parallèles de surfaces de révolution).

Sphère ; sections planes, plan tangent.

Pour l'ensemble des activités sur les configurations de l'espace, les élèves doivent être entraînés à l'emploi systématique de représentations graphiques : croquis avec ponctuation, projection orthogonale sur un plan bien choisi, dessin en vraie grandeur d'une section plane,... Mais aucune connaissance n'est exigible sur la géométrie descriptive et la perspective cavalière.

Exemples de calculs de distances et d'angles dans les configurations usuelles (triangles, polygones réguliers, tétraèdre régulier, cube,...) et de calcul d'aires de polygones.

Pour les polygones réguliers, on se limitera à des cas simples tels que : triangle et hexagone, carré et octogone, éventuellement pentagone et décagone. Toute technicité particulière doit être évitée dans l'étude des triangles ; les seules connaissances exigibles des élèves sont les suivantes :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$$

$$\frac{A}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = \pi.$$

On observera que ces relations permettent de caractériser simplement les triangles isométriques et les triangles semblables.

Exemple de recherche de lieux géométriques dans le plan, conditions de distances et d'angles, points liés à une configuration mobile.

Le recours systématique aux méthodes analytiques est exclu.

Lignes ou surfaces de niveau de $M \mapsto \vec{K}.\vec{OM}$.

Transformation des expressions $\vec{MA}^2 + \vec{MB}^2$, $\vec{MA}^2 - \vec{MB}^2$, $\vec{MA}.\vec{MB}$; lignes de niveau des applications associées.

L'étude de ces expressions met en valeur le rôle du milieu du segment AB ; elle est à relier aux propriétés du parallélogramme. Pour deux vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, elle fournit une interprétation géométrique des expressions $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2$, $\|\vec{u}-\vec{v}\|^2$, de leur somme et de leur différence. Les élèves doivent savoir relier la condition $\vec{MA}.\vec{MB} = 0$ aux propriétés du rectangle et l'utiliser pour la génération et la mise en équation du cercle de diamètre AB.

2. Transformations et configurations dans le plan

L'objectif est de mettre en œuvre les transformations mentionnées dans le programme sur les configurations usuelles. L'étude des transformations doit être placée dans cette perspective, et non faire l'objet d'un développement en soi.

a) *Actions sur les configurations élémentaires.*

Effet d'une translation, d'une homothétie, d'une réflexion, d'une rotation sur le parallélisme, l'équipollence, les barycentres, les distances, les angles et les aires.

Les élèves doivent connaître les résultats et être capables de les mettre en œuvre sur les configurations usuelles ; les démonstrations ne sont pas exigibles et il serait fastidieux de les faire de manière exhaustive.

b) *Isométries fixant un point O.*

Etant donné deux points A et B *distincts de* O tels que $OA = OB$, il existe une réflexion et une seule fixant O et échangeant A et B, une rotation et une seule de centre O transformant A et B.

Composée de deux rotations de centre O ; rotation réciproque. Composée de deux réflexions fixant O ; décomposition d'une rotation de centre O en produit de deux réflexions.

Toute isométrie fixant O est soit une réflexion, soit une rotation.

Aucune connaissance sur d'autres compositions de transformations n'est exigible des élèves.

Sont en dehors du programme :
— l'étude générale des isométries du plan ;
— le langage des groupes ;
— les notions d'application affine et d'application linéaire associée ;
— l'écriture générale des transformations dans un repère orthonormal.

Travaux pratiques

Exemple de recherche de translations, d'homothéties, de réflexions et de rotations transformant une configuration en une autre (segments, cercles,..) ; exemples d'applications à l'étude de problèmes d'alignement, d'orthogonalité,...

Les élèves doivent savoir que les transformations considérées transforment les droites en droites, les cercles en cercles, et conservent le contact entre une droite et un cercle ou entre deux cercles.

Théorème de l'angle inscrit ; lignes de niveau de $(\overline{MA}, \overline{MB})$.

Exemples de recherche des réflexions et des rotations laissant stable une configuration (telle que parallélogramme, rectangle, losange, carré, triangle équilatéral,...).

Réflexions échangeant deux droites ; bissectrices.

L'objectif est ici de mettre en valeur une idée : étudier un problème en introduisant des transformations adéquates ; on s'attachera à choisir des situations à la fois très simples et riches en résultats.