mea culpa...

(à propos de "Résolution numérique des équations différentielles)

L'énormité de la bêtise que j'avais écrite dans l'annexe de l'article cité dans le titre (bulletin N° 349 page 337 et suivantes) n'a probablement échappé qu'à ceux qui n'ont pas eu le courage d'aller jusqu'au bout. Nos collègues G. CHOQUET et J. BOUTELOUP m'ont gentiment rappelé à l'ordre des bonnes mathématiques.

S'il est vrai que

$$M(t,y)dt + N(t,y)dy$$

n'est une différentielle exacte que si

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial t}$$

on peut quand même espérer intégrer explicitement l'équation différentielle

$$M(t,y)dt + N(t,y)dy = 0$$

en trouvant un *facteur intégrant* c'est-à-dire une fonction $A(t,y)$ telle que

$$A(t,y)\, M(t,y)dt + A(\mathrm{t,y})N(\mathrm{t,y})$$

soit une différentielle exacte.

Cela étend fort heureusement le champ des équations explicitement intégrables, mais n'enlève rien à l'intérêt de l'intégration numérique. En effet, il n'est pas toujours facile de trouver explicitement un facteur intégrant : on peut le "voir à l'œil nu", on peut aussi le chercher comme solution de l'équation aux dérivées partielles :

$$M\ \frac{\partial A}{\partial y} + A\ \frac{\partial M}{\partial y} = N\ \frac{\partial A}{\partial t} + A\ \frac{\partial N}{\partial t}$$

que le facteur intégrant doit nécessairement vérifier. Mais la résolution de cette équation n'est chose aisée que dans des cas bien particuliers.

Puisque j'ai l'occasion de revenir sur cet article, précisons aussi que l'intégration explicite d'une équation différentielle fournit, comme intégrale générale, une fonction

$$\varphi(t,y) = C$$

qu'on ne peut en général "résoudre en y" c'est-à-dire mettre sous la forme

$$y = y(t,C)$$

Je n'avais pas abordé ce problème, d'ordre algébrique. Signalons que là aussi il y a un champ d'utilisation de méthodes numériques et de moyens informatiques.

Daniel REISZ