

premier cycle

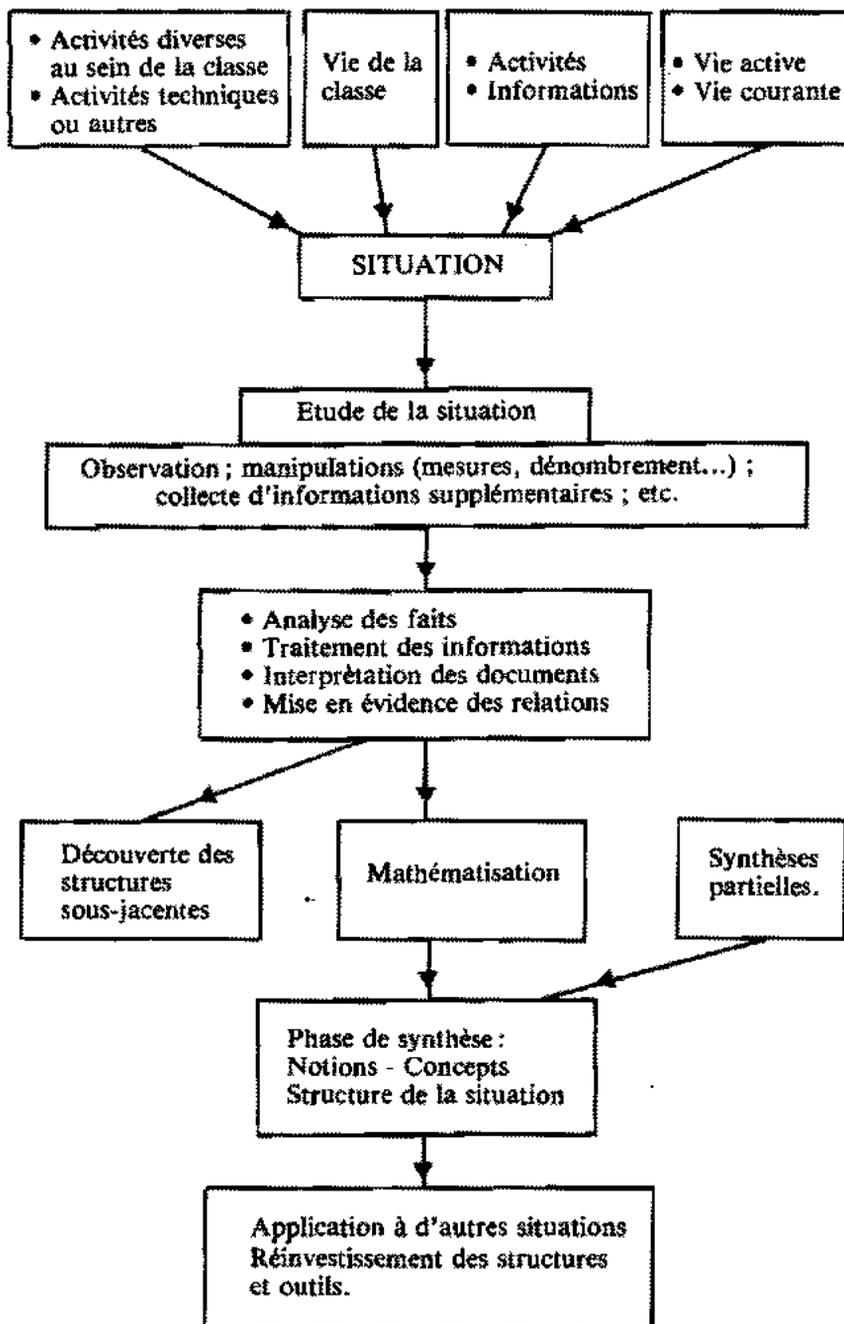
Sous-groupe de la Commission A.P.M.E.P Premier Cycle ()*

Le texte qui suit illustre le "Spécial Collège" publié dans le supplément n° 1 au Bulletin n° 345 de l'A.P.M.E.P. Il vise à présenter une suite d'activités dans le cadre de la problématique dénommée : "traitement et représentation de données statistiques".

On notera que ces activités sont de type pluridisciplinaire et qu'elles peuvent être proposées parallèlement à l'étude de certaines notions (groupes sanguins de la première partie, par exemple) d'une autre discipline que les mathématiques, donc à un niveau scolaire donné. Enfin cette réserve ne représente pas de caractère de nécessité absolue.

L'organigramme suivant, élaboré par A. Jurion de l'IREM de Reims, rend assez fidèlement compte de la logique d'exposition du thème. Il est opératoire pour la majorité des situations que nous présenterons pour illustrer les problématiques développées dans le supplément cité plus haut et susceptibles de donner un sens aux contenus et objectifs de connaissances du 1^{er} cycle.

(*) Animé par Jeannine CARTRON, il comprend Claude ANSAS (Collège Marseille), Jean-Paul BARDOULAT (Collège Foix), Henri BAREIL (Collège Toulouse), Louis DUVERT (en retraite, ex. Collège et Lycée Lyon), Régis GRAS (Université Rennes), Jean-Pierre ORHAN (Enseignement Technique Rouen), Charles PEROL (IREM de Clermont, ex responsable de l'OPC).



I. Présentation du thème : "Recueillir, organiser et interpréter des données (Régis GRAS)"

1) Objectifs généraux du thème : Il vise essentiellement chez le **lecteur professeur** à montrer le co-fonctionnement d'outils mathématiques et non mathématiques dans des situations extra-mathématiques et chez l'**élève** à munir ces outils de signification non formelle.

2) L'accomplissement par l'élève des activités proposées doit permettre de faire naître chez lui différents types de comportements cognitifs :

a) **comportements de maîtrise :** classement de données selon des critères, report de celles-ci dans un tableau et sur un graphique.

b) **comportements de transfert :** identification d'un modèle (variables et relations entre elles), reconnaissance de situations isomorphes aux situations proposées, traduction des propriétés de ce modèle en des relations entre les facteurs de la situation.

c) **comportements de créativité :** conception d'autres situations analogues à la situation donnée.

3) La manifestation de ces comportements sera prise comme signe de la contribution des activités à *l'atteinte de certains objectifs*.

a) **développement de capacités** relevant plus spécifiquement (mais non exclusivement) de l'**enseignement mathématique :** représentation de données numériques en tableaux et graphiques, manipulation d'un langage symbolique,...

b) **développement d'un "esprit" scientifique :** conduite d'une enquête, recueil et organisation de données, représentation de phénomènes naturels en un schéma clair et normé, identification de variables, interprétation des données en des formes générales stables (lois), mise à l'épreuve et application de ces formes.

4) En outre, à travers ce thème, on vise à l'apprentissage de certains *savoirs mathématiques ou non*. Mais l'opérationnalisation de nos objectifs par ce thème, cherche à en produire une appropriation d'autant plus stable que l'apprentissage se fait en état d'activité du sujet et de co-fonctionnement de notions :

représentation en tableaux et en graphiques, proportionnalité, fréquences et quelques connaissances de sciences biologiques (groupes sanguins, notion de gène dominant et récessif, lois de Mendel,...) ou de géographie (climats définis par températures et précipitations, climogrammes,...)

5) Enfin, *la forme* donnée dans la classe au vécu de ce thème (enquête, travaux de groupe) ne pourra que favoriser l'atteinte d'*objectifs de type socio-affectif*.

Références bibliographiques du thème proposé :

- 1) "*Biologie*" collection la Pléiade
- 2) "*Les méthodes en génétique générale et en génétique humaine*" de R. HURON et J. RUFFIE, éditions Masson
- 3) "*Quelques problèmes pluridisciplinaires*" par R. GRAS (IREM de Rouen)
- 4) "*Objectifs de l'enseignement et pratique enseignante dans le 1^{er} cycle*" (équipe G.E.D.E.O.P. de l'IREM de Rennes)

Presse écrite et mathématiques

120 pages
format 21 × 29,7

Une brochure A.P.M.E.P. où vous trouverez de nombreux documents et fiches méthodologiques permettant des ouvertures interdisciplinaires et une meilleure connaissance du fonctionnement et du langage des journaux d'informations.

Bon de commande dans les pages vertes du Bulletin.

II. Trois situations

A) Les groupes sanguins

1^{re} phase : recueil de données (1)

On demande à chaque élève d'établir une carte hématologique relative à lui, mais également, au maximum d'enfants qui lui sont accessibles (enquête dans les classes de l'établissement). Il utilise le modèle ci-dessous :

Nom et prénom de l'élève :	
Garçon <input type="checkbox"/>	Fille <input type="checkbox"/>
Age au 1 ^{er} Janvier 1985 :	
Groupe sanguin de l'élève :	
Groupe sanguin du G.P.P. :	
Groupe sanguin de la G.M.P. :	
Groupe sanguin du G.P.M. :	
Groupe sanguin de la G.M.M. :	
Groupe sanguin du père :	
Groupe sanguin de la mère :	
Groupe sanguin des frères et sœurs :	
.....	

"G.P.M." signifie "Grand-père maternel".

Des cartes incomplètes seront acceptables : elles interviendront dans les statistiques brutes. L'ensemble des cartes est recueilli à l'échéance fixée par le maître.

2^e phase : organisation des données

Elle se met en place en fonction du problème que nous cherchons à résoudre : **quels sont les facteurs, parmi ceux que nous fournissent les cartes, qui semblent déterminer le groupe sanguin de l'élève ? Est-ce le sexe ? L'âge ? Les groupes sanguins des parents ? Des grands-parents ? D'où les tableaux contenant les effectifs relevés :**

(1) Cette démarche est une reprise de celle déjà développée dans le thème "la parenté", extrait d'"*Objectifs de l'enseignement et pratique enseignante dans le 1^{er} cycle*" (cf. bibliographie). Elle a donc été expérimentée dans des classes de 5^e de l'Académie de Rennes en 1979-80 et 80-81. L'expérimentation a conduit les enseignants à émettre des consignes de prudence d'emploi et de jugement pseudo-scientifique, sans lesquelles l'exploitation en classe serait nocive sur le plan socio-affectif. Il en est tenu compte dans la rédaction présente.

Groupe élèves Age élèves	O		A		B		AB	
	+	-	+	-	+	-	+	-
11 ans								
12 ans								
13 ans								
14 ans								

	O		A		B		AB	
	+	-	+	-	+	-	+	-
Fille								
Garçon								

Dans les cases, on inscrira les effectifs que nous aura donnés le dépouillement des cartes. On procédera de même pour le 3^e tableau :

Groupe enfant		O		A		B		AB	
Groupe parents		+	-	+	-	+	-	+	-
Père	Mère								
O	+	O	+						
			-						
		A	+						
			-						
	B	+							
		-							
	AB	+							
		-							
-	O	+							
		-							
	A	+							
		-							
B	+								
	-								
AB	+								
	-								

Groupe enfant		O		A		B		AB	
Groupe parents		+	-	+	-	+	-	+	-
Père	Mère								
A	+	O	+						
			-						
		A	+						
			-						
	B	+							
		-							
	AB	+							
		-							
-	O	+							
		-							
		A	+						
		-							
	B	+							
		-							
	AB	+							
		-							
B	+	O	+						
			-						
		A	+						
			-						
	B	+							
		-							
	AB	+							
		-							
-	O	+							
		-							
		A	+						
		-							
	B	+							
		-							
	AB	+							
		-							

Groupe enfant		O		A		B		AB	
Groupe parents		+	-	+	-	+	-	+	-
Père	Mère								
AB	+	O	+						
			-						
		A	+						
			-						
	B	+							
		-							
	AB	+							
		-							
-	O	+							
		-							
	A	+							
		-							
	B	+							
		-							
	AB	+							
		-							

Note: Sur le plan théorique, les exceptions dues à des mutations étant excessivement rares, on ne peut rencontrer qu'une partie des situations envisagées plus haut. Souvenons-nous que :

au groupe (phénotype (1)) O correspond le génotype (2)

RR (2 gènes récessifs (3) R)

au groupe A correspondent les génotypes AA (2 gènes dominants (3) A) et AR (dominant + récessif)

au groupe B correspondent les génotypes BB (2 gènes dominants (3) B) et BR (dominant + récessif)

au groupe AB correspond le génotype AB (2 gènes dominants A et B)

au facteur Rh - correspondent les génotypes Rh + + et Rh + - (2 dominantes) (1 dominant + 1 récessif)

(1) *Phénotype*: "Ensemble des caractères individuels correspondant à une réalisation du génotype..." (Robert). Un phénotype est donc apparent (à la vue, à l'analyse, ...)

(2) *Génotype*: "Patrimoine génétique d'un individu dépendant des gènes hérités de ses parents" (Robert).

(3) *Récessif-dominant*: Un gène est récessif lorsque, associé à un dominant, il conduit à un type dominant qui seul se manifeste, l'autre n'apparaissant pas. Par exemple, le génotype AR conduit au phénotype A.

au facteur Rh - correspond le génotype Rh - - (2 récessifs).

Par suite, les lois théoriques sont les suivantes ; elles définissent le groupe possible de l'enfant en fonction des groupes des parents :

Groupe de la mère \ Groupe du père		O		A		B		AB	
		+	-	+	-	+	-	+	-
O	+	O±	O±	A± O±	A± O±	B± O±	B± O±	A± B±	A± B±
	-	O±	O-	A± O±	A- O-	B± O±	B- O-	A± B±	A- B-
A	+	A± O±	A± O±	A± O±	A± O±	AB± A±B± O±	AB± A±B± O±	AB± A±B±	AB± A± B±
	-	A± O±	A- O-	A± O±	A- O-	AB± A±B± O±	AB- A-B- O-	AB± A± B±	AB- A- B-
B	+	B± O±	B± O±	AB± A±B± O±	AB± A±B± O±	B± O±	B± O±	AB± A± B±	AB± A± B±
	-	B± O±	B- O-	AB± A±B± O±	AB- A-B- O-	B± O±	B- O-	AB± A± B±	AB- A- B-
AB	+	A± B±	A± B±	AB± A± B±	AB± A± B±	AB± A± B±	AB± A± B±	AB± A± B±	AB± A± B±
	-	A± B±	A- B-	AB± A± B±	AB- A- B-	AB± A± B±	AB- A- B-	AB± A± B±	AB- A- B-

Si les données paraissent trop abondantes, on pourra se contenter, dans un premier temps, de se fixer à l'examen des gènes R, A et B. Ultérieurement, l'ensemble avec Rh pourra être repris.

3^e phase : interprétation des données

Il s'agit de faire apparaître avec les élèves, en appui sur les données qu'ils ont fournies, les lois qui ont présidé à la construction du tableau précédent :

- aucun nouveau gène ne peut apparaître chez l'enfant outre ceux portés par ses parents,
- il existe des caractères affaiblis, provenant d'hybrides, qui ne réapparaissent pas chez l'enfant,
- les gènes détenus par les enfants proviennent d'au moins un parent,

- pour de mêmes parents, les groupes sanguins de leurs enfants peuvent être différents entre eux, mais la différence ne contredit pas les principes ci-dessus,

- les répartitions des groupes O, A, B, AB et des rhésus + et - sont stables. On pourra les comparer d'une génération à l'autre, des données des enfants aux données régionales .

Chaque enfant connaissant les groupes de ses parents et de ses grands parents pourra vérifier la validité de ces lois ; pour ceux qui ne connaîtraient pas le groupe d'un de leurs ascendants, ils pourront énoncer les noms des groupes possibles (ou impossibles) et attendre d'une analyse éventuelle la situation de leur hypothèse).

4^e phase : simulation (ou comment faire des enfants)

On dispose 2 urnes marquées F et H. Dans la première, puis dans la deuxième, on met :

- 45 % de doublets représentant le groupe A (proportion nationale et non pas régionale), chacun d'entre eux étant l'image d'une paire de gènes (5 doublets AR pour 1 doublet AA) (1),

- 7,5 % de doublets représentant le groupe B (20 doublets BR pour un doublet BB),

- 3,5 % de doublets représentant le groupe AB,

- et 44 % de doublets représentant le groupe O.

Puis on fait un tirage (une "naissance") de la façon suivante :

- on prend au hasard un doublet dans chacune des 2 urnes,

- on dédouble chacun d'eux et on choisit au hasard l'un des 2 singletons obtenus avec chaque doublet,

- on reconstitue un doublet avec les 2 singletons choisis,

- on applique la loi de la dominance : A et B sont dominants, R est récessif, donc les doublets AR et AA donnent le groupe A, les doublets BR et BB donnent le groupe B,

- on place au hasard le doublet obtenu (l'enfant dans l'une des 2 urnes et on reconstitue les 2 doublets parents que l'on replace dans l'urne associée,

- on renouvelle l'expérience de nombreuses fois,

- on fait le calcul des pourcentages AB, A, B et O dans l'ensemble des 2 urnes et on compare aux pourcentages initiaux. Conclusion ? (stabilité des lois de Mendel).

(1) Un doublet peut être obtenu avec deux cartons carrés, porteurs chacun d'une lettre et réunis par un trombone.

B) Couleur des yeux et des cheveux

1^{re} phase : données. On demande aux élèves de procéder à une enquête au sujet de la relation éventuelle entre la couleur des yeux et celle des cheveux. On considérera les catégories suivantes :

cheveux : blonds
roux
bruns (les *châtains* étant bruns clairs)
noirs

yeux : bleus
verts ou bruns

L'enquête se présentera sous la forme d'une carte d'identité à 3 paramètres : l'identificateur de l'enquête, la couleur de ses cheveux puis celle de ses yeux.

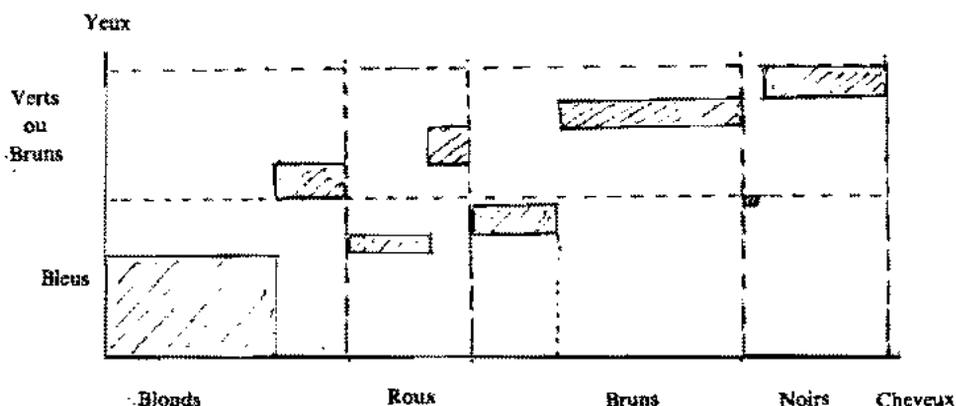
2^e phase : organisation des données

De nombreux cas discutables litigieux se présenteront aux élèves qui effectueront l'enquête. Il faudra qu'ils se donnent des critères (un consensus s'imposera) et ... le pouvoir de décision. La situation présente vise l'étude du croisement de 2 variables. Mais, elle pourra conduire à l'examen de la filiation génétique de ces variables "couleur". Les élèves doivent être conduits à un premier outil d'organisation du produit de leur enquête.

Couleur cheveux Couleur yeux	Blonds	Roux	Bruns	Noirs	Total
Bleus					
Verts ou Bruns					
Total					

Dans chaque case figurera l'effectif relatif au caractère double considéré. A chaque extrémité de ligne ou de colonnes figurera l'effectif relatif au caractère simple associé à la ligne ou à la colonne. On laissera les enfants créer leur propre représentation graphique du phénomène.

En voici une qui pourra leur être communiquée :



Les dimensions des rectangles sont proportionnelles aux effectifs du tableau de croisement.

3^e phase : interprétation des données

Il est manifeste que les cheveux blonds sont plus fréquemment accompagnés d'yeux bleus que d'une autre couleur. Il est même possible de donner la fréquence f du caractère "yeux bleus" dans le caractère "cheveux blonds".

C'est le rapport :

$$f \text{ (yeux bleus/cheveux blonds)} = \frac{\text{nombre d'individus } \begin{matrix} \swarrow \text{ yeux bleus} \\ \searrow \text{ et} \\ \text{cheveux blonds} \end{matrix}}{\text{nombre d'individus cheveux blonds}}$$

On comparera cette valeur à :

- f (yeux non bleus/cheveux blonds)
- f (yeux non bleus/cheveux bruns)
- f (yeux bleus/cheveux bruns)

Ces valeurs ont un rôle opératoire :

- dans la différenciation raciale
- dans les prévisions en cas de tirage au hasard d'un élément dans la population où ont été effectuées les mesures.

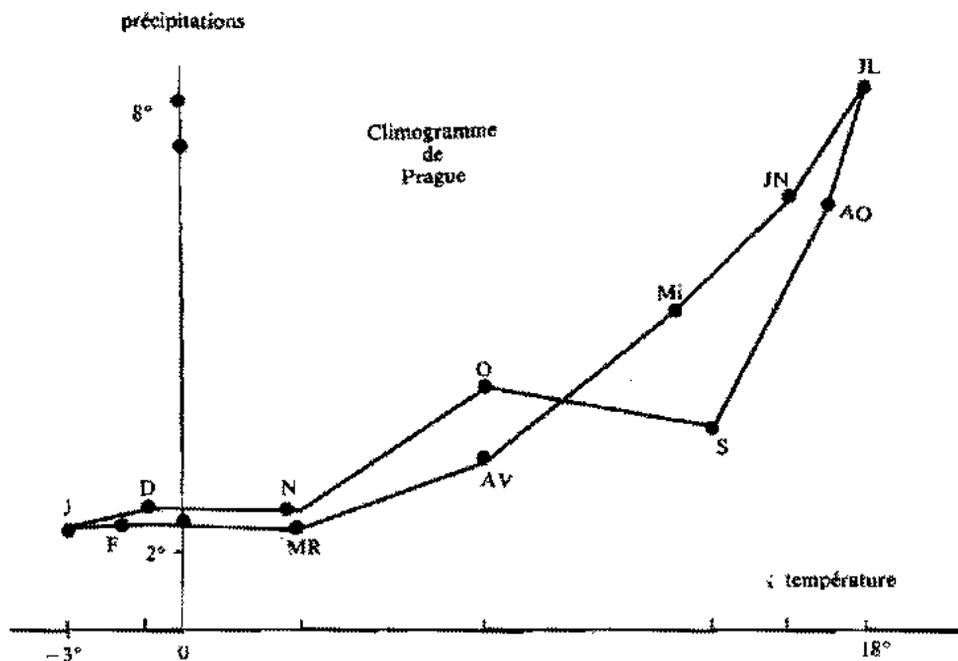
C) Températures et précipitations

1^{re} phase : recueil de données

On demandera aux élèves, en collaboration avec le professeur de géographie, d'effectuer des relevés de températures et précipitations régionales, pendant au moins une année afin d'établir, mois par mois, respectivement une moyenne de température (à une heure fixée) et les précipitations totales. Les élèves pourront, pour accélérer leur prise d'information enquêter auprès du journal local sur les valeurs indiquées au cours de l'année (ou des années) précédentes ou dans les chambres d'Agriculture.

2^e phase : organisation des données

Les données seront tout d'abord présentées en tableau et adjointes à certaines de celles du tableau joint en documentation. Les élèves seront conduits au calcul de la moyenne des températures des jours de chaque mois afin de donner une image représentative des nombres relevés. Ils choisiront ensuite une représentation de la covariation des 2 paramètres température et précipitation. Le climogramme suivant pourra leur être présenté ou suggéré :



3^e phase : interprétation des données

On attendra des élèves des interprétations en termes climatologiques mais la spécificité de l'intervention du professeur de mathématiques pourrait se ramener aux expressions suivantes :

- il existe de grandes familles de climogrammes définissant des familles de climats : atlantique, continental, polaire, ... : elles seront mises en évidence par les similarités de covariation des 2 paramètres.

- la dépendance des 2 variables est mise en évidence par la forme oblique et allongée du climogramme ; par contre, dans certaines régions, le climogramme circulaire ou ovoïde montre que la donnée d'une valeur d'une variable ne permet pas de fixer une fourchette "raisonnable" pour les valeurs de l'autre variable.

- cette dépendance peut être positive (les variables croissent ou décroissent en même temps) ou négative (une variable croit pendant que l'autre décroît).

4^e phase : quelques prédictions et variations sur le thème

On pourra utiliser les climogrammes de façon opératoire en annonçant, pour une ville donnée, la valeur d'une des variables : un ordre de grandeur de l'autre variable (1) sera fournie à l'aide du climogramme.

Enfin, on fera preuve d'imagination dans des limites vraisemblables (base : le document) en traduisant par un climogramme les expressions suivantes :

- "il n'y a plus de saison !" (un paysan de Reykjavick)
- "c'est un été pourri !" (un restaurateur de Bourg-St-Maurice)
- "je n'ai jamais vu un hiver aussi sec !" (un météorologue de Vienne).

(1) Les services météo locaux acceptent d'indiquer les précipitations relevées.

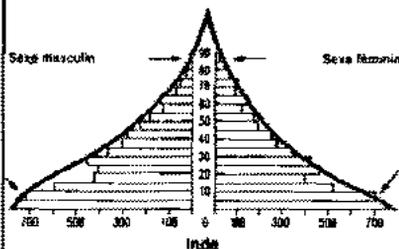
Document 1

Températures et précipitations moyennes dans quelques villes d'Europe (T en degrés Celsius, P en millimètres)														
STATION		J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Année*
Bergen (Norvège) 60° N	T	1,5	1,5	3	6	10	12,5	15	14,5	12	8,5	5,5	3,5	+ 8
	P	179	138	109	140	83	128	141	167	228	236	207	203	1 858
Berlin (Allemagne) 52° N	T	- 0,5	0	+ 4	9	14	18	19,5	19	15	9,5	5	1	9,5
	P	41	37	30	30	44	60	67	65	45	45	44	39	556
Bourg-St-Maurice (France) 965 m 45° N	T	- 1,5	+ 0,5	5	8,5	12,5	- 18	18	17	14,5	9,5	4	- 0,5	9
	P	162	92	56	50	80	82	73	91	86	69	83	86	924
La Corogne (Espagne) 43° N	T	10	10	11,5	12,5	14	16,5	18	19	18	15,5	12,5	10	+ 14
	P	121	80	95	70	60	48	29	47	71	92	125	198	975
Lisbonne (Portugal) 38° N	T	11	11,5	13,5	15,5	17	20	22	22,5	21	18	14,5	11,5	18,5
	P	111	76	109	54	44	16	3	4	33	62	93	103	706
Oslo (Norvège) 60° N	T	- 6	- 4	- 0,5	+ 5	11	15	17,5	16	11,5	6	1	- 2	+ 6
	P	49	35	26	44	44	71	84	96	83	76	69	63	740
Prague (Tchécoslovaquie) 50° N	T	- 3	- 1,5	+ 3	+ 8	13	16	18	17,5	14	8	3	- 1	+ 8
	P	23	24	23	32	61	67	82	66	36	42	26	26	508
Riykavik (Islande) 64° N	T	- 0,5	0	+ 1,5	3	7	9,5	11,5	11	9	5	2,5	1	+ 5
	P	90	65	65	53	42	41	48	56	72	97	85	81	805
Sântis (Suisse) 2 500 m 47° N	T	- 9	- 9	- 6,5	- 4	+ 0,5	3,5	5,5	5,5	3,5	- 0,5	- 4,5	- 7,5	- 2
	P	202	180	154	166	197	249	302	278	208	163	190	169	2 488
Saragosse (Espagne) 42° N	T	8	7,5	11,5	14	17	21	23,5	24	22	17,5	13,5	10	16,5
	P	16	16	30	33	43	37	19	19	31	34	28	32	343
Sofia (Bulgarie) 43° N	T	- 2	+ 0,5	4,5	10,5	15,5	19	21,5	21	18,5	11	5,5	+ 0,5	10,5
	P	42	31	37	56	71	90	59	43	42	55	52	44	622
Sonnblück (Autriche) 3 106 m 47° N	T	- 13	- 13	- 11	- 8	- 4	- 0,5	+ 1,5	+ 1,5	- 0,5	- 4	- 8	- 11,5	- 6
	P	115	108	112	153	136	142	154	134	104	118	108	111	1 495
Stockholm (Suède) 59° N	T	- 3	- 3	- 1	+ 5	10	13	18	16,5	12	7	3	0	+ 5
	P	43	30	26	31	34	45	61	76	80	48	53	48	555
Trondheim (Norvège) 64° N	T	- 3,5	- 3	- 1	+ 3	+ 8	+ 11	+ 14,5	+ 13	9,5	6	+ 1,5	- 1	+ 5
	P	68	67	67	60	48	66	70	78	92	98	67	76	857
Vienne (Autriche) 48° N	T	- 1,5	+ 0,5	5	10	15	18	20	19,5	16	10	5	1	+ 8,5
	P	40	43	45	45	70	67	83	72	41	58	53	45	660
Zagreb (Yougoslavie) 46° N	T	- 3	- 0,5	+ 5	+ 12	17	21	23,5	23	18,5	12	5,5	+ 0,5	11
	P	43	35	35	47	69	87	55	49	30	44	43	41	579

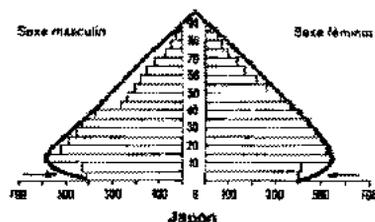
* Pour chaque station, le premier nombre est une moyenne et le second un total.

Document 2

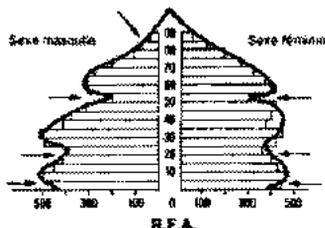
Les effectifs sont en milliers de personnes pour chaque classe d'âge.



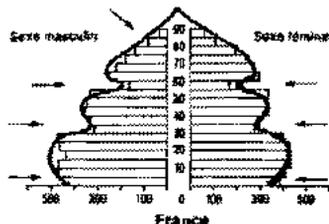
FORME EN « PARASOL » : Large base → beaucoup de jeunes.
Sommet très effilé → peu de vieux. Donc une forte mortalité.



FORME EN « TOIT DE PAGODE » : base rétrécie → peu de jeunes.
Milieu très large → beaucoup d'adultes. Diminution régulière vers le sommet → mortalité normale. L'originalité : les enfants de 0 à 5 ans sont beaucoup moins nombreux que ceux de 10 à 15 ans.



FORME EN « FEUILLE DE CHÊNE » : Base très rétrécie → peu de jeunes ; de moins en moins de jeunes.
Deux creux très profonds vers 30-35 ans et vers 60-65 ans → naissances peu nombreuses pendant les 2 guerres mondiales.



Au sommet, rétrécissement bien plus rapide chez les hommes que chez les femmes → mortalité plus grande chez les hommes qui auraient aujourd'hui 80 à 90 ans, donc nés vers 1886-1896 et qui avaient 20 à 30 ans pendant la 1^{ère} Guerre mondiale.

B. Structure professionnelle

On a divisé la population active (toutes les personnes qui travaillent et les chômeurs) en 3 secteurs d'activité :

SECTEUR PRIMAIRE : produits bruts → agriculture, pêche, mines.

SECTEUR SECONDAIRE : transformation des produits → industrie

SECTEUR TERTIAIRE : toutes les activités qui ne produisent pas, mais qui rendent des services (commerce, enseignement, santé, etc.)

On calcule la part de chaque secteur et on l'exprime en « pour cent » qu'on écrit %. En Europe, plus la part des secteurs secondaire et tertiaire est grande, plus le pays est développé.

Pays	Secteur Primaire	Secteur Secondaire	Secteur Tertiaire
R.F.A.	5 %	45 %	50 %
Autriche	11 %	40 %	49 %
Belgique	4 %	40 %	56 %
Espagne	21 %	39 %	40 %
France	11 %	39 %	50 %
Grèce	40 %	25 %	32 %
Hongrie	21 %	44 %	35 %
Italie	15 %	44 %	41 %

Pays	Secteur Primaire	Secteur Secondaire	Secteur Tertiaire
Norvège	9 %	34 %	57 %
Pays-Bas	6 %	35 %	59 %
Pologne	34 %	39 %	27 %
Inde	86 %	12 %	22 %
Portugal	28 %	33 %	39 %
Roumanie	50 %	25 %	25 %
Royaume-Uni	2 %	40 %	58 %