second cycle

les suites en première S

par M. Magnenet,
IREM de Besançon

Le groupe Second cycle de l'IREM de Besançon propose une liste de savoirs et savoir-faire en fin de première scientifique. Il a tenu compte le plus largement possible du document sur les suites en 1ère SE publié par le groupe Inter-IREM d'Analyse et des possibilités qui nous sont offertes dans nos classes.

Cette liste de savoirs et savoir-faire a été analysée, puis modifiée par la commission Second cycle de l'A.P.M.E.P. du 28 janvier 1984.

Les objectifs ont été classés dans différentes rubriques :

— acquisition de la notion de suite	: 1.2.3.4.
— outils techniques de base	: 5.6.7.8.
— conjectures	: 9
— propriétés des suites	: 10.11.12.13.17.
— domaine de l'approfondissement	: 14.15.16.18.19.20.21.

En face de chaque rubrique sont indiqués les numéros des objectifs de la liste. Liste, qui, bien sûr, n'est pas figée ; toute proposition constructive est à adresser au secrétariat de l'IREM de Besançon.

Liste de savoirs et savoir-faire sur les suites en première scientifique

1. Savoir calculer les dix premiers termes de la suite : $u_n = f(n)$; $u_{n+1} = f(u_n)$
2. Savoir écrire la formule à l'ordre k, n', $n+1$, $n-2$... sachant qu'elle est donnée à l'ordre n.
3. Savoir décrire un phénomène discret par une suite numérique : (capitaux ; intérêt; points....)
4. Savoir représenter sur un axe quelques termes d'une suite, par divers procédés.
5. Etre capable d'utiliser judicieusement l'hypothèse : n entier naturel.
6. Savoir calculer le terme général a_n d'une suite en fonction du premier terme a_0 et de n dans des cas simples : suite arithmétique,
   suite géométrique.
7. Savoir calculer le terme général dans le cas d'une suite se ramenant aux cas précédents, la méthode étant donnée.
8. Savoir calculer la somme de rang n pour une suite arithmétique, pour une suite géométrique.
9. Etre capable de conjecturer :
   — à partir de graphiques
   — à partir de valeurs numériques exactes ou approchées
     - une croissance, une décroissance de suite,
     - une majoration, une minoration, un encadrement,
     - une convergence.
10. Savoir déterminer le sens de variation d'une suite dans des cas simples.
11. Savoir qu'il existe des suites ni croissantes, ni décroissantes.
12. Savoir majorer le terme général d'une suite.
13. Savoir minorer le terme général d'une suite.
14. Savoir utiliser ou faire référence à une suite simple pour donner un contre-exemple ou un exemple de suite satisfaisant à une condition donnée.
15. Savoir vérifier qu'une suite est périodique.
16. Savoir majorer la valeur absolue du terme général d'une suite.
17. Savoir reconnaître les suites de référence qui convergent vers zéro.

$$u_n = \frac{1}{10^n} \; ; \; \underset{n\in\mathbb{N}}{u_n = a^n} \; |a| < 1 \; ; \; \underset{n\in\mathbb{N}^*}{u_n =} \; \frac{1}{\sqrt{n}}$$

18. Savoir utiliser la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{1}{n^\alpha}$ $(\alpha \in \mathbb{N}^*)$ pour évaluer la rapidité de convergence.

19. Savoir dire qu'une suite converge vers zéro en utilisant :
 — la majoration de la valeur absolue du terme général de cette suite par le terme général d'une suite qui converge vers 0.
 — les théorèmes sur les limites : somme, produit par un réel, produit.
20. Savoir construire l'algorithme de calcul des termes successifs d'une suite lorsque la suite est définie par récurrence ou par une fonction.
21. L'élève doit avoir rencontré des raisonnements par récurrence dans des cas simples.

Quelques exercices illustrant la liste de savoirs et savoir faire

1. Les relations suivantes vous permettent-elles de calculer les dix premiers termes de la suite ?

$\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 2 \\ u_0 = 1, n \in \mathbf{N} \end{cases}$ $\begin{cases} u_{n+1} = -u_n \\ n \in \mathbf{N} \end{cases}$ $\begin{cases} u_0 = 1 ; u_1 = 2 \\ u_n = u_{n-1} + 1 ; n \in \mathbf{N} \end{cases}$

$\begin{cases} u_n = \dfrac{2n}{n-4} \\ n \in \mathbf{N} \end{cases}$ $\begin{cases} a_0 = 1 ; a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases}$

sinon, indiquer les modifications possibles.

2. Soit $(b_n)_{n \in \mathbf{N}}$ la suite définie par : $b_n = \dfrac{n+2}{n+4}$.
écrire b_k ; b_{n+1} ; b_{n-1} ; b_{2n} ; b_{n^2}.
3. Soit $(x_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ la suite définie par : $x_{n+1} = 3x_n + 4$; $x_1 = 0$.
Ecrire la relation entre x_{n+2} et x_{n+3} ; entre x_{p-1} et x_p, entre x_k et x_{k+2}.
4. La suite de terme général $u_n = \dfrac{3n}{n+2}$ est-elle positive ?
5. Donner une suite numérique négative, dont chaque terme est supérieur à (-10).
6. Représenter sur un axe les dix premiers termes des suites définies par :
 a) $y_n = \dfrac{1}{2} y_{n-1}$; $y_0 = 10$
 b) $z_n = \dfrac{1}{3} z_{n-1}$ et $z_0 = 12$
 c) $t_p = 2 + \dfrac{1}{p}$ $p \in \mathbf{N}^*$
7. En utilisant une calculatrice, construire un programme qui permette de calculer des termes de la suite $(w_n)_{n \in \mathbf{N}}$ définie par $w_n = \sqrt{12 + w_{n-1}}$ et $w_0 = 4$. Même question avec $w_0 = 0$ et $w_0 = 13$.
Conjecturer (signe, variation, convergence, majoration, minoration,....).

8. Comparer les deux suites dont les termes généraux sont $u_n = 2^n$ et $v_n = n^2$ $n \in \mathbb{N}^*$.

9. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite de terme général $u_n = \dfrac{n}{2n^2+4}$; majorer u_n par le terme général d'une suite qui converge vers zéro.

10. Les suites suivantes sont-elles périodiques ?

$a_n = (-1)^n$; $b_n = 2^n$; $u_{n+1} = -u_n + 3$ et $u_0 = 1$;

$u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n}$ et $u_0 = 2$; $s_n = \cos\left(n\dfrac{\pi}{3}\right)$; $t_{n+1} = \dfrac{1+t_n}{1-t_n}$ et $t_0 = 3$.

11. Peut-on déterminer le sens de variation des 5 suites ci-dessous ? Justifier.

$x_n = \dfrac{2n+1}{n-4}$, $n \in \mathbb{N}, n \geqslant 4$; $y_n = \sqrt{2n-1}$, $n \in \mathbb{N}^*$;

$z_n = \dfrac{2^n}{n^2}$, $n \in \mathbb{N}^*$; $\begin{cases} t_n = t_{n-1}^{\,*} \\ t_0 = 1, n \in \mathbb{N} \end{cases}$; $\begin{cases} s_{n+1} = \sqrt{s_n} \\ s_0 = 1 \end{cases}$