

mathématiques à la volée dans un l.e.p. du bâtiment

*par Guy Le Berre (Mathématiques)
et Jean Bolzer (Métallerie),
Alain Moy (Dessin Industriel),
Jean-Pierre Rivenc (Français)
L.E.P. de Pleyben*

Les technologies avancées bénéficient des services mutuels des Sciences, des Arts et des Techniques. Mais les retombées sont pratiquement nulles pour l'enseignement des mathématiques dans un L.E.P.

Cependant, ces applications existent bien, à condition d'aller les chercher : c'est ce que, à partir d'exemples choisis, montre ce travail, fruit d'une réflexion interdisciplinaire.

Pleyben est un village rural du centre du Finistère, autour de l'enclos paroissial avec son calvaire. Depuis quelques années, au L.E.P. du Bâtiment, je suis à la recherche de mathématiques issues des vrais problèmes posés par les professeurs de dessin industriel et d'ateliers.

Il est difficile pour les professeurs de mathématiques en L.E.P. de sortir de l'impasse des problèmes artificiels inapplicables, peu motivants pour des élèves en échec scolaire depuis longtemps, et insuffisants pour les meilleurs, aptes à poursuivre des études de technicien par exemple. Sur cette base, les tentatives d'interdisciplinarité ne peuvent aboutir à un enseignement "plein" et cohérent. Malgré ce tableau plutôt sombre, les mathématiques gardent un certain prestige, la part mythique sans doute.

Sur des problèmes pourtant réels, on peut constater l'absence de réflexions officielles dans le domaine des mathématiques et tenter de l'expliquer par la :

- méfiance des professeurs de mathématiques pour les aspects technologiques, souvent surabondants, parasites, trop compliqués à analyser avec les élèves ;
- méfiance des professeurs de technologie vis-à-vis des mathématiques, chaque chantier étant un cas particulier où l'expérience suffit à la routine, l'empirisme et le jugé aux imprévus. C'est déjà remarquable, mais on peut regretter notre inexistence dans cette réflexion limitée.

Il s'agit plus d'incompréhension que de méfiance, en raison, et ce n'est pas nouveau, d'un manque de liaison entre manuels et intellectuels

sur le plan professionnel. Il en reste quelques complexes, en tout cas une forme d'esprit totalement différente à l'école. Et parler de revalorisation du travail manuel, c'est au moins essayer de nouer le dialogue.

Notre point de départ à Pleyben fut une analyse de la situation.

- 1) D'une œuvre pensée à sa réalisation, bien souvent tout est nombre et forme, imagination et créativité.
- 2) Il y a des problèmes de mathématiques :
 Que sont les données et tous les paramètres ?
 Que sont les questions ?

Et dans la même semaine, en 1979, je reçus deux problèmes intéressants, me donnant l'envie d'aller plus loin : l'angle dièdre et le "barreaudage". Il me faut les donner dans l'esprit qui a présidé à leur conception, et si des mathématiciens s'intéressent à ce travail, ils devront tenter de les percevoir dans le même esprit.

1) Le titre des "mathématiques à la volée" veut bien dire que chaque problème peut être pris au vol et du même coup vite démystifié, voire devenir dérisoire. Mais il existait, et une part important de ce travail revient aux professeurs d'ateliers, de technologie et de dessin industriel pour les avoir posés sous une forme inhabituelle qui m'a permis de les traduire et d'y croire.

2) Ces premiers exemples, jouant le rôle de catalyseur, ont entraîné une approche plus rapide et plus juste d'autres thèmes. La dynamique de chacun de ces problèmes fut longue, parfois laborieuse mais toujours en progrès, puisque sans cesse reprise en discussion, critiquée, généralisée ou adaptée aux besoins réels. Nous proposons sous forme d'étude partielle quatre problèmes :

1. mathématiques pures : l'angle dièdre
2. technologie et mathématiques : le barreaudage
3. sécurité et esthétisme : l'escalier balancé
4. économie : recouvrement des hangars par plaques ondulées.

Ils ont été choisis pour les critères suivants :

- ils sont réels
- ils font appel aux mathématiques au service de la technologie
- ils mènent tout droit à l'informatique ; la motivation des élèves permet alors d'esquisser une résolution informatique.

3) L'accueil de l'IREM de Brest, pour ce travail, fut remarquable tant dans les relations que dans les moyens (décharges, colloques, articles, prêt de calculatrices et d'ordinateur). Le groupe interdisciplinaire, mis en place cette année à Pleyben, a pour objectif de publier des documents sur ces thèmes, soit à l'IREM, soit dans des bulletins de liaison (bois, ouvrages métalliques, P.E.G. *Mathématiques - Sciences des L.E.P.*).

Il existe des solutions aux problèmes posés, sans doute meilleures que les nôtres. Aux lecteurs intéressés de les étudier et de nous envoyer au

L.E.P. de Pleyben ou à l'IREM de Brest leurs commentaires, leurs démonstrations, et les programmes pour calculatrices et ordinateurs en vue d'échanges.

*
* * *

1. Mathématiques pures : l'angle dièdre

Un professeur de dessin industriel voulait savoir si on pouvait programmer en calculatrice les formules qu'il possédait pour calculer l'angle dièdre X .

α et β étant donnés :

$$X = x_1 + x_2 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x_1 = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} \\ \operatorname{tg} x_2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} \sqrt{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}} \end{cases}$$

(x_1 et x_2 non représentés sur la figure).

Le problème fut repris et cette recherche permettait d'obtenir plus simplement :

$$\cos X = -\cos \alpha \cdot \cos \beta$$

En tout cas, la formule et son utilisation directe en calculatrice firent leur effet. Cet angle dièdre est un élément du travail bien fait dans les ateliers de métallerie, charpente et menuiserie pour hottes, trémies, angle de corroyage des charpentes à l'arêtier (pyramides, troncs de pyramides). Le procédé utilisé en dessin industriel est une méthode graphique, longue et difficile à utiliser avec les élèves, par rotation et rabattement qu'il faut renouveler dans chaque cas... une affaire de spécialiste !

La formule fut d'abord vérifiée et utilisée en atelier pour construire des hottes métalliques pour cheminées, par pliage de tôle en réglant le supplément de l'angle dièdre sur la plieuse.

Les élèves d'une classe devaient construire, en tôle pliée, un escalier moderne à huit marches, de même largeur ℓ , de même hauteur h , de même plat e en base de marche, mais de longueurs différentes L (à remplir de ciment une fois construites). Chaque marche nécessitait deux pliages à angles dièdres différents, soit pour l'escalier 16 angles dièdres à déterminer. Après des essais de marches bancales, le professeur d'atelier fit appel à la formule. La première marche réussie fut, à notre échelle, un symbole des possibilités des mathématiques en L.E.P.

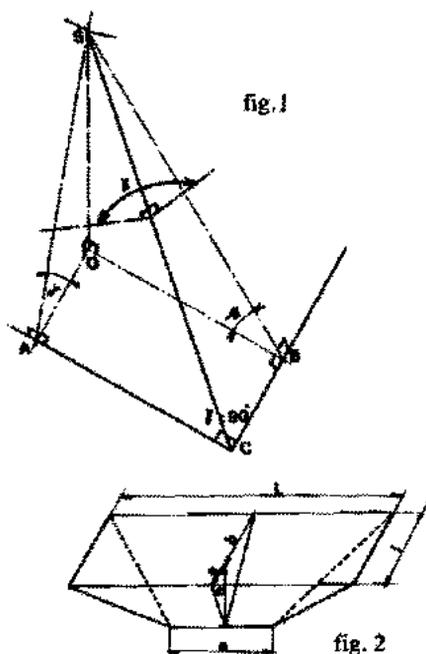


fig. 1

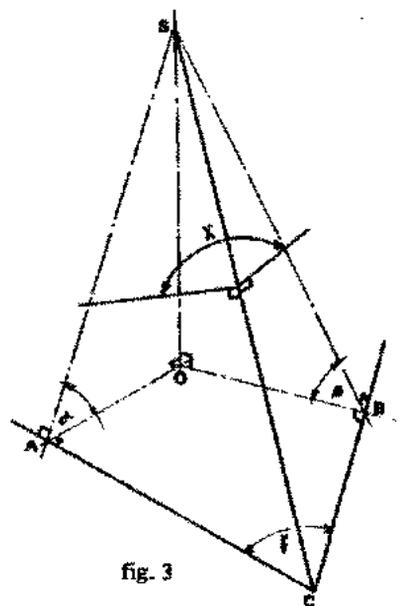


fig. 3

En 1980, le professeur de dessin industriel proposa le problème de l'angle dièdre pour γ quelconque (figure 3). Une démonstration aboutit à la formule :

$$\cos X = \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma - \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

Un travail de synthèse permet d'améliorer la démonstration par géométrie dans l'espace, trièdre normé et produit scalaire.

Application : problème de l'angle dièdre

Les angles droits sont notés sur la figure.

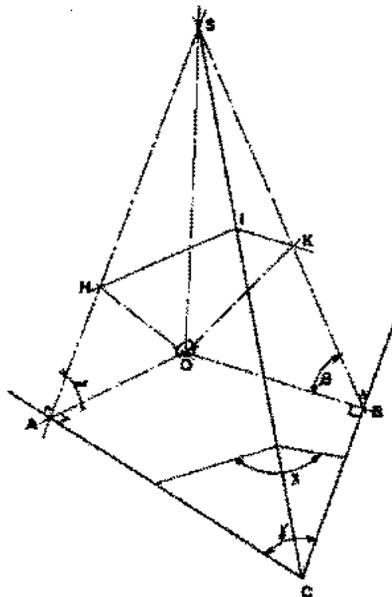
Géométrie euclidienne :

- 1) Montrer que BC est perpendiculaire au plan OSB .
- 2) Par O on mène le plan (OHK) perpendiculaire à SC . Ce plan coupe le plan (OSB) en OK, et (OSA) en OH .

Montrer que OK est perpendiculaire au plan (SBC)
 et que OH est perpendiculaire au plan (SAC) .

En déduire :

- \widehat{BOK} en fonction de β
- \widehat{AOH} en fonction de α
- les mesures de \widehat{OHI} et \widehat{OKI}
- \widehat{HOK} en fonction de l'angle dièdre X .



- 3) Considérer le système d'axes $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OS}$ normé par les vecteurs unitaires $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Ecrire la décomposition de \vec{OH} dans le système d'axes en fonction de OH et de α .

Ecrire la décomposition de \vec{OK} dans le système d'axes en fonction de OK et de β .

- 4) En utilisant les produits scalaires des vecteurs, montrer que :

$$\cos X = \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma - \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

Ecrire la formule pour $\gamma = 90^\circ$.

Calcul numérique :

- 5) Calculer X pour $\alpha = 45^\circ$ $\beta = 60^\circ$ $\gamma = 72^\circ$

- 6) Pour $X = 90^\circ$

Calculer $\cos \gamma$ en fonction de α (dans le cas où $\alpha = \beta$).

Calculer γ pour $\alpha = 60^\circ$.

- 7) Pour $X = 90^\circ$ et $\alpha = \beta = \gamma$, calculer α .

2. Calculs technologiques : problème du barreaudage

Il fut posé sous forme numérique pour ateliers de métallerie et menuiserie (figure 4).

Pour une longueur $L = 2000\text{mm}$	des barreaux $e = 18\text{mm}$	un intervalle maximum $i = 110\text{mm}$ (norme de sécurité)
--	-----------------------------------	--

On cherche x : le nombre de barreaux
 y : la longueur de l'intervalle.

Les professeurs de technologie souhaitaient l'aide des mathématiques pour toute résolution du genre. Sous la demande concrète, on comprenait un besoin de généralisation.

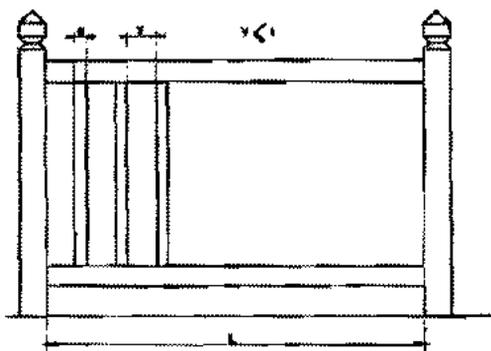


fig. 4

Après une résolution numérique par équation, inéquation, basée sur la méthode utilisée en technologie mais différente sur le raisonnement, nous sommes passés à la généralisation par l'étude paramétrique. Le succès du problème fut la programmation sur calculatrices et sur ordinateur, qui nous a permis d'allier plus loin avec les élèves dans l'utilisation des mathématiques comme outils de travail, et nous permit d'abstraire plus facilement.

Le même problème a été trouvé depuis dans les ateliers de charpenté et de carrelage.

En charpente :

sur la longueur L	les chevrons e	espace maximum $i = 50\text{cm}$
---------------------	------------------	-------------------------------------

En carrelage :

sur la longueur L	les carreaux e	joint maximum $i = 4\text{mm}$ (par exemple)
---------------------	------------------	---

Il s'agit donc de résoudre le problème général à 3 paramètres (L, e, i) et 2 inconnues (x le nombre d'éléments, y l'intervalle), à l'aide du système :

$$\begin{cases} y \leq i \\ L = xe + y(x+1) \end{cases}$$

3. Escalier droit (classe CAP - BEP)

La pose du problème de l'escalier droit, des points de vues théorique, créatif et pratique, nécessite pour l'escalier (celui qui le construit), le professeur de dessin industriel, le professeur de mathématiques ou l'élève :

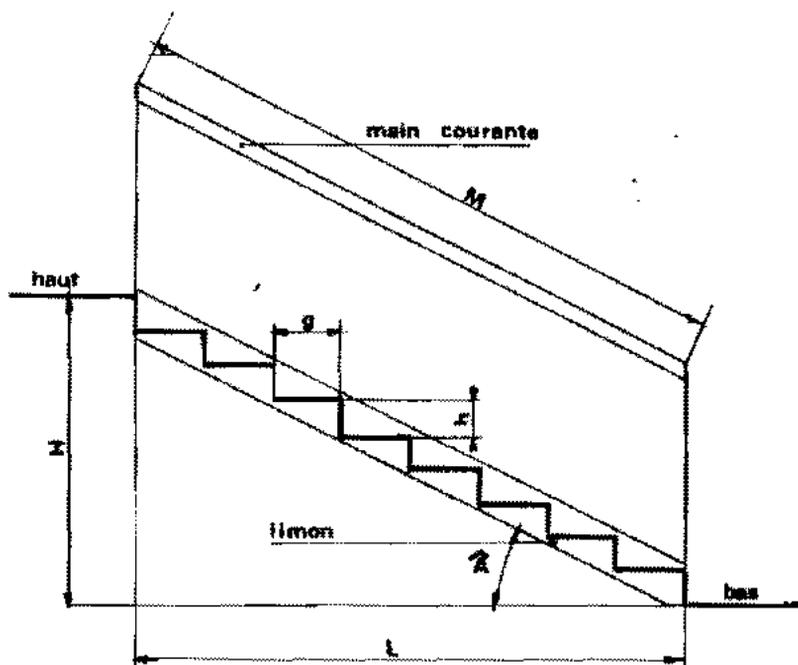
- la connaissance de la hauteur H de l'escalier (par exemple 2616 mm)
- un choix de hauteur de marche approximative h' entre 160 mm et 190 mm (exemple 170 mm)
- quelques données technologiques de vocabulaire, de nombres, de réflexion simple, qu'il faut préciser pour les non-initiés intéressés, et pour un travail pédagogique avec les élèves.

On reconnaît sur la figure :

h : la hauteur de marche réelle

g : le giron.

Pour un escalier ordinaire d'une maison d'habitation, la *formule de Blondel* doit être vérifiée : $600 \text{ mm} \leq 2h + g \leq 640 \text{ mm}$ (exemple : $2h + g = 630 \text{ mm}$). C'est une formule empirique mais satisfaisante, pour un pas ordinaire.



L : longueur de la ligne de foulée (encadrement)

La ligne de foulée est la ligne fictive en milieu d'escalier où l'on pose le pied. Sa longueur correspond donc à l'encombrement L , c'est-à-dire la place prise par l'escalier.

Il existe un giron de moins que de hauteurs.

Pour n hauteurs , $n-1$ giron
(sur la figure 9 hauteurs , 8 giron)

Le limon est la pièce (de bois par exemple) où viennent s'encastrent les marches.

La pente de l'escalier est celle du limon, de la main courante, ou de deux extrémités de marches successives.

1) En L.E.P., le premier problème posé apparaît sous forme numérique.

Exemple	$H = 2616 \text{ mm}$													
	$h' = 170 \text{ mm}$													
	Formule de Blondel choisie : $2h + g = 630 \text{ mm}$													
nombre de marches	<table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">2616</td><td style="padding-left: 5px;">170</td><td style="padding-left: 20px;">$2616 = 15 \times 170 + 66$</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">0916</td><td style="border-top: 1px solid black; padding-left: 5px;">15</td><td></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">066</td><td></td><td><i>réponse</i> : 15 marches</td></tr> </table>	2616	170	$2616 = 15 \times 170 + 66$	0916	15		066		<i>réponse</i> : 15 marches				
2616	170	$2616 = 15 \times 170 + 66$												
0916	15													
066		<i>réponse</i> : 15 marches												
hauteur de marche	<table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">2616</td><td style="padding-left: 5px;">15</td><td></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">111</td><td style="border-top: 1px solid black; padding-left: 5px;">174,4</td><td></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">066</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">060</td><td></td><td><i>réponse</i> : $h = 174,4 \text{ mm}$</td></tr> </table>	2616	15		111	174,4		066			060		<i>réponse</i> : $h = 174,4 \text{ mm}$	
2616	15													
111	174,4													
066														
060		<i>réponse</i> : $h = 174,4 \text{ mm}$												
giron	$g = 630 - 2 \times 174,4$	$g = 281,2 \text{ mm}$												

2) Chaque escalier ayant des caractéristiques différentes, il sera intéressant de généraliser.

Pour :

*Données
et
paramètres*

H donné en mm
 h' approximatif choisi en mm
et un nombre déterminé b compris entre 600 et 640 (formule de Blondel)

On cherche :

Questions

- | | | |
|---|--|-----|
| ① | le nombre de marches | n |
| ② | la hauteur réelle de marche 0,1 mm près | h |
| ③ | le giron correspondant | g |
| ④ | l'encombrement ou longueur de la ligne de foulée | L |
| ⑤ | la longueur du limon et de la main courante . | M |
| ⑥ | la pente de l'escalier en décimal et en degrés | |

3) L'abstraction (généralisation puis calculs numériques) au tableau et sur cahier seulement donne peu de résultats avec les élèves de L.E.P.

Par contre, cette même abstraction "entrée" en calculatrice programmable et ordinateur sera convaincante et impressionnante par ses possibilités. Il y a alors nécessité de compréhension des formes littérales par motivation.

Exemple: H , h' et b donnés, la division euclidienne donne $H:h'$

$$H = n \cdot h' + r \quad \text{résultat } n \text{ marches.}$$

Puis, $h = H:n$ division dans \mathbb{D} et calculs approchés

$$2 \cdot h + g = b \quad g = b - 2 \cdot h.$$

4) La transcription du langage mathématique en calculatrice programmable et ordinateur est ensuite une technique opératoire du genre RCL 0, INPUT A.

Voici les programmes proposés et utilisés avec les élèves. En dehors des possibilités de texte de l'ordinateur, on notera une distinction sur le nombre de marches obtenu :

- par valeur inférieure pour la calculatrice,
- au plus proche pour l'ordinateur,

en raison du nombre de pas limités (49) de la calculatrice, et des touches de vocabulaire, plus facile à interpréter pour les élèves.

L'utilisation du programme T.I. 57 se fait par le stockage des données, et touche R/S, l'approximation étant choisie par l'utilisateur.

Classes 2 ^e et 3 ^e C.A.P. - 1 ^{re} et 2 ^e B.E.P. Programme T.I. 57 - Escaliers droits Calcul de n , h , g , L , M , pente, \bar{A}		
Programme	Pas	Commentaires
LRN	00	
RCL 0	01	— H
+	02	} H:h'
RCL 1	03	
=	04	
2nd Int	05	— partie entière
STO 3	06	— \bar{n}
R/S	07	— arrêt

Programme	Pas	Commentaires										
RCL 0 + RCL 3 = STO 4 R/S	08 09 10 11 12 13	<table border="0"> <tr> <td>— H</td> <td rowspan="2">H : n</td> </tr> <tr> <td>— n</td> </tr> <tr> <td>— (b)</td> <td></td> </tr> </table>	— H	H : n	— n	— (b)						
— H	H : n											
— n												
— (b)												
RCL 2 — 2 × RCL 4 = STO 5 R/S	14 15 16 17 18 19 20 21	<table border="0"> <tr> <td>— b</td> <td>formule de Blondel $600 \leq 2h + g = b \leq 640$ $g = b - 2.h$</td> </tr> <tr> <td>— (g)</td> <td></td> </tr> </table>	— b	formule de Blondel $600 \leq 2h + g = b \leq 640$ $g = b - 2.h$	— (g)							
— b	formule de Blondel $600 \leq 2h + g = b \leq 640$ $g = b - 2.h$											
— (g)												
RCL 3 — 1 = × RCL 5 = R/S	22 23 24 25 26 27 28 29	<table border="0"> <tr> <td>— n</td> <td>contre marches</td> </tr> <tr> <td>— n - 1</td> <td>girons</td> </tr> <tr> <td>— L</td> <td>Longueur de la ligne de foulée : $L = (n - 1) . g$</td> </tr> <tr> <td>— g</td> <td></td> </tr> <tr> <td>— (l)</td> <td></td> </tr> </table>	— n	contre marches	— n - 1	girons	— L	Longueur de la ligne de foulée : $L = (n - 1) . g$	— g		— (l)	
— n	contre marches											
— n - 1	girons											
— L	Longueur de la ligne de foulée : $L = (n - 1) . g$											
— g												
— (l)												
x ² + (RCL 0 — RCL 4) x ² = √ R/S	30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40	<table border="0"> <tr> <td>— L²</td> <td></td> </tr> <tr> <td>— H</td> <td rowspan="2">une hauteur de marche en moins pour le limon et la main courante</td> </tr> <tr> <td>— h</td> </tr> <tr> <td>— (M)</td> <td>Théorème de Pythagore : $M = \sqrt{L^2 + (H - h)^2}$</td> </tr> </table>	— L ²		— H	une hauteur de marche en moins pour le limon et la main courante	— h	— (M)	Théorème de Pythagore : $M = \sqrt{L^2 + (H - h)^2}$			
— L ²												
— H	une hauteur de marche en moins pour le limon et la main courante											
— h												
— (M)	Théorème de Pythagore : $M = \sqrt{L^2 + (H - h)^2}$											
RCL 4 + RCL 5 = R/S	41 42 43 44 45	<table border="0"> <tr> <td>— h</td> <td rowspan="2"> $\text{pente} = \frac{h}{g} = \text{tg } \hat{A}$ </td> </tr> <tr> <td>— g</td> </tr> <tr> <td>— (pente)</td> <td></td> </tr> </table>	— h	$\text{pente} = \frac{h}{g} = \text{tg } \hat{A}$	— g	— (pente)						
— h	$\text{pente} = \frac{h}{g} = \text{tg } \hat{A}$											
— g												
— (pente)												
Inv 2nd tan R/S RST	46 47 48	<table border="0"> <tr> <td>— (A)</td> <td>inverse fonction tangente</td> </tr> <tr> <td>—</td> <td>fin de programme</td> </tr> </table>	— (A)	inverse fonction tangente	—	fin de programme						
— (A)	inverse fonction tangente											
—	fin de programme											
LRN	0	— mode de calculs										

**Classes 2^e et 3^e année C.A.P. - 1^{er} et 2^e B.E.P.
Programme ordinateur APPLE II - Escaliers droits
Calcul de n , b , g , L , M , pente, A**

```

100 TEXT : HOME
110 PRINT "Escaliers droits"
120 PRINT : PRINT "Pour habitations courantes"
130 PRINT : PRINT "Donnez les cotes en mm"
140 PRINT : PRINT "Les résultats sont obtenus à 0,1 mm ic
    plus proche"
150 PRINT : INPUT "Hauteur de l'escalier A = " ; A
160 PRINT : INPUT "Hauteur de marche approximative désirée
    160 ≤ O ≤ 190 O = " ; O
170 PRINT : INPUT "Formule de Blondel 600 ≤ 2•H + G ≤ 640
    Proposez un nombre entre 600 et 640 B = " ; B
180 HOME : PRINT "Hauteur de l'escalier A = " ; A
190 N = INT (A/O + 0.5)
200 PRINT : PRINT "Nombre de marches N = " ; N
210 E = A/N
220 H = INT (E*10 + 0.5) / 10
230 PRINT : PRINT "Hauteur de marche H = " ; H
240 I = B - 2•E
250 G = INT (I*10 + 0.5) / 10
260 PRINT : PRINT "Giron G = " ; G
270 D = I*(N - 1)
280 L = INT (D*10 + 0.5) / 10
290 PRINT : PRINT "Longueur de ligne de foulée ou
    encombrement de l'escalier L = " ; L
300 K = SQR (L ^ 2 + (A - H) ^ 2)
310 M = INT (K*10 + 0.5) / 10
320 PRINT : PRINT "Longueur de la main courante ou du
    limon ou de la ligne de jour M = " ; M
330 Q = E/I
340 PRINT : PRINT "Pente décimale à 0,001 près" ;
    INT (Q*1000 + 0.5) / 1000
350 PRINT : PRINT "Pente en degrés à 0,1 près" ;
    INT (ATN (Q)*1800 / 3.14159 + 0.5) / 10
360 PRINT : INPUT "Voulez-vous un autre exemple" ; B$
370 IF B$ = "OUI" THEN 100
380 HOME : PRINT "Kenavo ar wech all" : END.

```

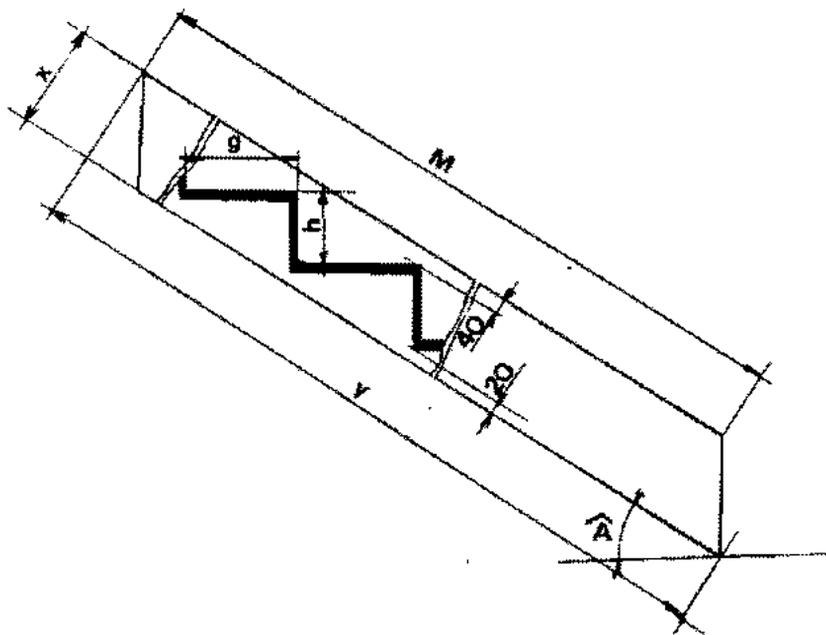
Remarques :

Quelques grandes lignes des programmes de L.E.P. sont étudiées dans ce thème : équations, pente, théorème de Pythagore, trigonométrie. On y trouve en plus quelques outils de raisonnement :

- calcul approché
- sens d'observation $L = (n-1) \cdot g$ pour l'encombrement
 $H-h$ pour le limon
- $\frac{h}{g}$ ou $\frac{H-h}{L}$ pour la pente
- utilisation des parenthèses et priorités opératoires
- degrés et radians pour l'ordinateur.

Nous proposons, par ailleurs, l'exercice ci-dessous pour lequel les résultats pourraient être programmés sur le micro-ordinateur.

Il s'agit de calculer la largeur x du limon et sa longueur "capable" y : éléments indispensables de sa construction.



4. Problème de sécurité et d'esthétisme : l'escalier balance

Il permet de monter et de tourner en même temps. Il est réalisé quand on ne peut pas faire autrement, à cause de l'encombrement (sinon on ferait un escalier droit ou avec paliers). Le danger au tournant peut être atténué par le balancement des marches laissant suffisamment d'espace pour mettre le pied sur chaque marche de la ligne des collets (figure 5), tandis que sur la ligne de foulée (milieu de l'escalier et quart de cercle au tournant) les girones sont réguliers (29 cm par exemple).

Sa réalisation peut représenter un "chef d'œuvre" de formes. Une des méthodes pédagogiques employées est celle dite de "la herse", aussi empirique que les autres, mais semblant donner le plus de satisfaction aux spécialistes "escaliateurs".

Elle nécessite une construction sur chacune des volées à partir de la première marche à balancer (la troisième sur la figure proposée) jusqu'à la diagonale BC.

AB et mn sont connus dans l'implantation de l'escalier. On a d'ailleurs, si D est la largeur de l'escalier :

$$mn = AB + \frac{\pi \cdot D}{8}$$

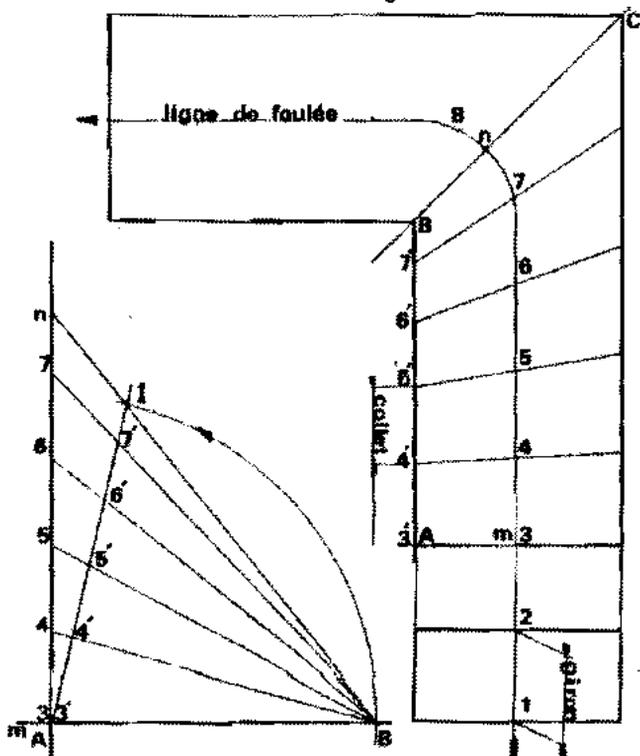


fig. 5

Il s'agit donc de tracer "en dégradé" sur la ligne des collets AB, ce que l'on fait régulièrement sur la ligne de foulée mn. A noter qu'il n'y a aucune raison pour que la dernière marche balancée d'une volée tombe juste sur la diagonale (n différent du début de la huitième marche sur la figure).

On reconnaît sur la construction

- [AB]
- (mn) \perp (AB) avec les giron successifs du balancement jusqu'au dernier giron partiel (3 - 4 - 5 - 6 - 7)
- de A comme centre l'arc BI
- de B le faisceau de droites.

Les collets se mesurent directement sur AI en 3' - 4' - 5' - 6' - 7'. Le dernier collet partiel 7' sera complété par la herse appliquée de la même façon à la deuxième volée. Ces mesures sont reportées sur la ligne des collets.

On peut donc proposer l'étude générale mathématique de ce problème pour une volée et sa programmation :

<i>paramètres</i>	ligne des collets AB largeur de l'escalier D giron g	Lecture de ces paramètres en mm
<i>inconnues</i>	nombre de collets (entiers et partiels) grandeur de chaque collet (y compris partiel) à 0,1 mm près	Calculs Affichage des résultats numériques et possibilité de graphique haute résolution à une échelle précisée

Il nous a paru difficile de placer les deux volées à cause des dimensions de l'écran d'ordinateur. Nous n'avons pas de table traçante et d'imprimante, sans doute intéressante pour ce genre de problème.

Nous allons tenter de mettre en parallèle cette étude de famille de droites paramétriques, d'intersections, de distances, avec la pratique de beaucoup d'escaliateurs, travaillant le balancement au jugé, sans constructions ni calculs. Après tout, il existe peut-être une fonction naturelle de ce jugé !

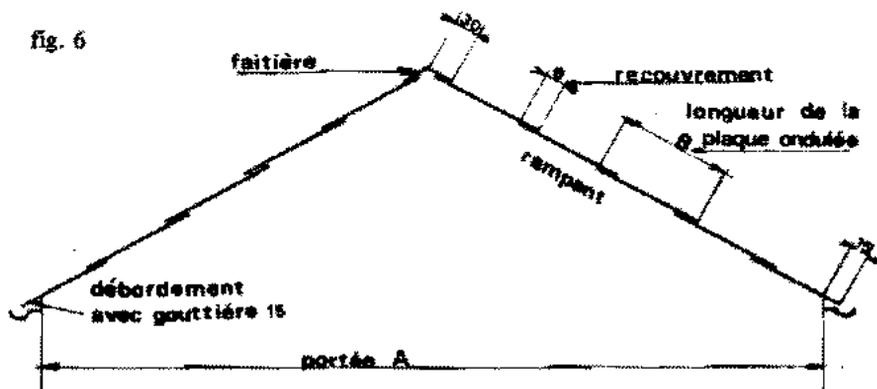
5. Problème économique : recouvrement de hangars par plaques ondulées

Les documents spécialisés abondent de normes, nombres et données technologiques où il est difficile de trouver le problème important. Voici l'exemple perçu après discussions avec le professeur de dessin industriel.

On veut construire un hangar (figure 6) sur une portée A, avec des plaques ondulées de longueur B (le tout exprimé en cm).
Il existe les longueurs suivantes de plaques courantes :

1,25 m - 1,52 m - 2,50 m - 3,05 m .

fig. 6



Deux constantes caractérisent ce genre de hangar :

30 cm pour chaque côté de la faîtière
15 cm de débordement pour la gouttière.

Les faîtières existent en pentes pré-établies de :

0,2 - 0,3 - 0,4 - 0,5 - 0,6 - 0,7 - 0,8 - 1 .

Il est donc souhaitable d'obtenir en solution l'une de ces pentes $\geq 0,2$. Enfin, le paramètre du recouvrement "e" des plaques doit être normalisé pour l'assemblage suivant la marge de tolérance $14 \text{ cm} \leq e \leq 25 \text{ cm}$, en étant le même pour chaque assemblage.

En tenant compte de tous ces impératifs, on recherche une solution économique et esthétique, c'est-à-dire le nombre minimum de plaques nécessaires d'une certaine dimension (sans coupe ou utilisation de plaques différentes) pour recouvrir un rampant. La couverture totale du hangar sur toute sa longueur n'est pas abordée.

Le programme pour ordinateur que nous avons essayé d'établir est parti de la pente 0,2 pour un recouvrement minimal de 14 cm. Une fois obtenu le plus petit nombre de plaques nécessaires, nous avons cherché :

- la plus grande pente (pré-établie des faîtières) et le recouvrement correspondant ($14 \leq e \leq 25$),
- puis, en redescendant : les autres pentes ($\geq 0,2$) et recouvrements.

Pour les données A et B, les résultats attendus sont le nombre de plaques et les différentes pentes possibles avec le recouvrement correspondant.

Conclusion

Les aspects pédagogiques et utilitaires des problèmes pour les élèves ont toujours été présents, sans être une fin absolue. Chaque sujet, en effet, a vite évolué vers une relation interdisciplinaire entre professeurs, bien au-delà du niveau des élèves de L.E.P. Et c'est très bien ainsi, parce qu'entre la pose du problème et sa résolution, tous ceux qui ont participé au travail, en dépassant les études superficielles, ont appris à mieux le dominer et donc nécessairement à mieux transmettre ce qui est transmissible et simple. Les applications de ce travail interdisciplinaire sont larges. Par exemple :

- Des exercices du CM2 existent en amont de quelques problèmes ; l'escalier droit par exemple (division euclidienne, division dans \mathbb{D} , partie entière, calculs approchés et programmation).
- Les problèmes numériques du barreaudage ont été vus avec les élèves de C.A.P. (sortant de cinquième), les programmations du barreaudage et de l'angle dièdre ont été étudiées et manipulées avec les élèves de B.E.P. (sortant de troisième).
- Un travail pour les classes de B.E.P. et troisième année C.A.P. a été mis en place autour du problème-noyau de l'escalier avec une étude de thèmes recouvrant leur programme de classe.
- Le problème de l'angle dièdre de niveau Terminale C.

Tous les programmes enregistrés sur disquettes sont utilisables. C'est déjà une familiarisation avec l'ordinateur. Le temps et des moyens permettraient une part plus active des élèves face à l'écran.

La démarche peut paraître ambitieuse face à la réalité des L.E.P. Mais les exercices proposés restent toujours dans les limites de réflexion de nos élèves (tout au moins pour que qu'on en connaît) avec de la motivation en plus.

Je ne construirai jamais d'escalier balancé, et les hangars se couvriront bien sans moi. J'ai simplement voulu dire qu'il s'y trouvait des problèmes qui ne pouvaient s'inventer mais qu'on pouvait résoudre, et pourquoi pas utiliser.

*
* * *

L'article s'adressant à différents secteurs manuels et intellectuels n'a pas pour objectif de vouloir changer les méthodes de travail des uns et des autres. Il veut avant tout :

- signifier l'existence du groupe de travail de Pleyben,
- faire connaître quelques résultats sur un nouveau style d'enseignement des mathématiques en L.E.P.,
- appeler à la recherche sur les prolongements pour toutes les professions intéressées et à tous les niveaux de l'enseignement,
- annoncer des publications à l'IREM de Brest en 84 sur différents thèmes abordés à Pleyben, à partir des connaissances technologiques et mathématiques des professeurs et de leur utilisation avec les élèves.

L'évolution du groupe de travail est lente, mais intéressante sans mode passagère. Il n'y a peut-être pas toujours dans notre démarche le seul souci de mathématiques pures, de technologie pure, d'informatique pure. Pourtant, il faut bien constater qu'il s'agit là d'un moyen unique et interdisciplinaire de faire des mathématiques, de la technologie et de l'informatique, en résorbant certains complexes et en enrichissant chaque enseignant. Nous y avons trouvé pour les élèves une possibilité d'initiation à l'informatique et surtout plus de motivation, plus de réflexion. Voilà donc des mathématiques à la carte et tant mieux si certains sujets peuvent être utilisés ou complétés de l'école primaire à la Faculté !

Enfin, nous devons préciser qu'aux quatre formes analysées par les mathématiques, dans l'étude ci-dessus, il a été impossible d'ajouter un aspect intéressant : celui du jugé et de l'expérience que l'on reconnaît, par exemple, aux spécialistes de l'escalier, le tout sans mathématiques apparentes. Et cependant, elles doivent bien exister partout entre le travail à faire, le cerveau, les mains et le travail fini. C'est sans doute cet aspect là que j'ai voulu approfondir, sans prétendre pour autant en connaître un jour les rouages. Et c'est vrai que de toujours le message a bien passé du "compagnon" à l'apprenti. Les vieux problèmes des cours du soir complétaient la formation du jeune, basée sur les indispensables volonté et courage. Des spécialistes d'exception se succédaient ainsi de génération en génération ! Les élèves de L.E.P. ne sont pas tous de ce gabarit, mais le rendement des possibilités de réflexion en mathématique par rapport au travail manuel réalisé devrait être amélioré.