dans nos classes

un exemple d'activité en seconde

par Bernard Cazier, Denis Péchillon
et Jean-Louis Wattez
IREM de Lille

1. Présentation de l'article

Le programme de seconde s'appuie sur une conception de l'enseignement des mathématiques qu'on peut assez bien résumer par deux phrases prises dans son introduction :

"A la base de tout bon apprentissage, il y a le contact avec une pratique sensorielle et concrète, la stimulation de l'activité personnelle de l'élève, l'élaboration de moyens d'investigation aussitôt applicables au monde qui l'entoure."

"L'idéal [du professeur] ne saurait être de tenir aux élèves un discours si parfait soit-il ; sa tâche essentielle est d'entraîner ses élèves, devant des situations saisies dans leur complexité naturelle, à la réflexion et à l'initiative personnelle."

L'IREM de Lille est en plein accord avec de telles idées et agit, depuis des années, pour leur introduction dans les classes. C'est pourquoi furent créés, en particulier, les groupes "Formation des adultes" et "Matémactives".

Dans ces groupes, nous avons étudié comment travailler en seconde à développer l'autonomie des élèves, leur faire connaître le travail en équipes, améliorer leur connaissance du monde environnant et les associer à l'élaboration d'outils mathématiques efficaces.

Nous précisons comment nous cherchons à atteindre ces objectifs dans les brochures *Matémactives I, II* et *III* (publications de l'IREM de Lille) où nous présentons des exemples d'activités testées en classe et l'esprit dans lequel nous les avons menées.

2. Nos objectifs

La forme traditionnelle du cours n'est satisfaisante ni pour les élèves ni pour le professeur. Enseigner les mathématiques pour elles-mêmes, en employant les techniques nouvelles ou les vieilles recettes, n'a pas de sens. La plupart des élèves sont insensibles à la cohérence interne des mathématiques. Compter là-dessus pour intéresser sa classe, c'est certainement se casser le nez.

Pour faire face, à notre niveau de simples enseignants, aux difficultés rencontrées quotidiennement, nous avons choisi de chercher pourquoi, plutôt que comment, enseigner les mathématiques.

Il nous est apparu que les mathématiques avaient un rôle à jouer, non seulement dans l'acquisition des connaissances et la compréhension de la réalité (ce que nous ne négligeons pas), mais aussi dans des domaines que nous ne pouvons dissocier des précédents : la découverte de démarches de type scientifique, le développement de la personnalité et l'apprentissage de la vie sociale.

Nous désirions ainsi rendre plus attrayant le contact des élèves et des mathématiques reconnues efficaces, plus riches les échanges entre les élèves dans une construction collective des connaissances, plus franches les relations des élèves et du professeur libéré du rôle épuisant de dispensateur infaillible du savoir.

3. Notre démarche

Qu'il y ait des élèves à l'aise dans l'enseignement hypothético-déductif des mathématiques n'autorise pas à restreindre la formation mathématique à ce cadre étroit et pour beaucoup stérilisant.

En effet, l'activité mathématique est avant tout la mathématisation. Or l'aptitude à mathématiser (c'est-à-dire utiliser les mathématiques pour appréhender ce qui nous entoure et mettre en évidence des propriétés plus ou moins cachées) s'apprend, s'entretient et se développe.

C'est pourquoi une des tâches importantes de l'enseignant doit être de proposer régulièrement aux élèves des situations de recherche que ceux-ci ont à débroussailler et à clarifier, ce qui implique :

— avoir assez d'initiative et d'imagination pour émettre des hypothèses puis les vérifier,
— échanger des idées : c'est-à-dire être réceptif aux arguments des autres et savoir aussi défendre un point de vue, l'erreur étant acceptée comme un facteur de progrès.

4. Un exemple d'activité (rédigé par Denis Péchillon)

Le cône

Classe : seconde, option gestion, partagée en deux groupes de 15 élèves

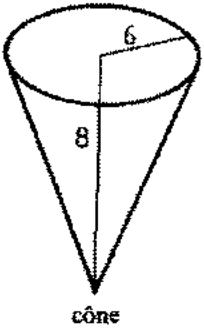
Durée : 1 h 30

Matériel :
- papier pour construire le cône
- matériel de dessin
- papier millimétré
- calculatrices

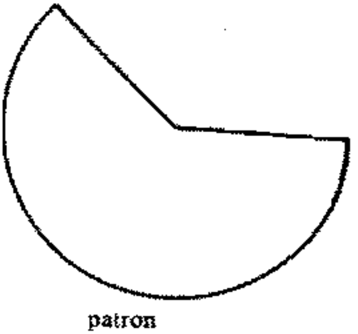
Je présente l'activité en annonçant qu'il s'agira de construire un cône de dimensions données, puis de le graduer.

1 - Construction du cône

Au tableau, je dessine un schéma du cône choisi (hauteur 8cm rayon de base 6cm) et du disque à découper pour le réaliser (voir figure 1).



cône



patron

Figure 1

J'ai déjà fait le patron d'un cône, d'autres dimensions, que je manipule devant les élèves pour essayer de les mettre sur la voie de la solution (je cherche à faire découvrir que le rayon du disque est la génératrice du cône et que le bord du morceau de disque conservé est le cercle de base du cône).

Aucune réaction des élèves !

Il faut que je colorie une génératrice et le cercle de base, puis que je roule et déroule plusieurs fois le cône que j'ai découpé, pour qu'un élève donne les propriétés que j'attends.

Comment calculer le rayon du disque ?

Sur la représentation du cône qui est au tableau, les élèves ne voient pas que la génératrice, la hauteur et le rayon de base sont les trois côtés d'un triangle rectangle. Il faut que je modifie mon dessin pour débloquer la situation (voir figure 2).

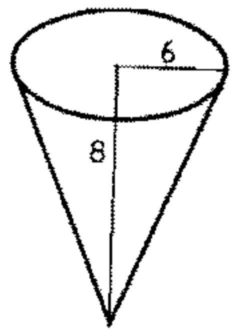


Figure 2

Le théorème de Pythagore donne la génératrice, donc le rayon du disque à découper : 10 cm.

Quelle partie du disque conserver ?

Une fois de plus la réponse est longue à venir. L'un veut garder les $\frac{3}{4}$ du disque, un autre un peu plus de la moitié. L'idée de comparer la circonférence du cercle de base (12π cm) et celle du disque (20π cm) est lente à émerger.

Un élève finit toutefois par proposer de prendre les $\frac{3}{5}$ du disque.

Comment faire ce partage ?

Les élèves sont très embarrassés par cette question. La première proposition est d'enrouler un fil long de 12π cm autour du disque !

Je dois être très allusif pour qu'un élève pense à recourir aux angles et imagine de tracer un angle au centre de 216° avec son rapporteur.

Je profite du manque de matériel pour présenter la construction géométrique d'un angle de 36°.

Chaque élève découpe alors le patron de son cône en laissant une patte pour le fermer en le pinçant entre les doigts (pas de collage).

Les élèves les plus turbulents, qui, jusqu'à présent, ont travaillé avec intérêt au problème, ne peuvent s'empêcher de tirer parti d'un objet si plaisant : ils s'en font un chapeau ou un faux nez. Cet intermède est très court. Le travail reprend vite.

2 - Calcul du volume correspondant à une hauteur h

Je dois donner la formule $V = \frac{1}{3} \times$ base $\times$ hauteur car aucun élève ne la connaît.

Se pose alors le problème de calculer le rayon de la base en fonction de la hauteur.

Plutôt que d'utiliser explicitement la géométrie (théorème de Thalès, par exemple), je fais appel à l'intuition (si la hauteur double, le rayon et la génératrice doublent aussi) pour construire le tableau et faire apparaître les opérateurs suivants :

$$h \xrightarrow{\times \frac{3}{4}} r \xrightarrow{\times \frac{5}{3}} g \qquad h \xrightarrow{\times \frac{5}{4}} g$$

h	r	g
8	6	10
4	3	5
2	1,5	2,5

unité : le cm

On obtient alors $r = \frac{3}{4}h$ puis $V = \frac{3}{16}\pi h^3$*.

3 - Graduation du cône

Une représentation graphique de V en fonction de h donne une solution simple au problème posé.

Pour obtenir les points nécessaires, je fais construire un tableau en répartissant les valeurs de h entre les élèves.

* *Je préfère amener les élèves à écrire V en fonction de h et non en fonction de g car le choix de h comme variable paraît plus "naturel" et donne une formule plus simple que* $V = \frac{12}{125}\pi g^3$.

h	V(h)
0	0
0,5	0,1
1	0,6
1,5	2
2	4,7
2,5	9,2
3	15,9
3,5	25,3
4	37,7
4,5	53,7
5	73,6
5,5	98
6	127,2
6,5	161,8
7	202
7,5	248,5
8	301,6

unités : cm et cm^3

Une fois la courbe obtenue (voir figure 3), et sans attendre, par manque de temps, les propositions des élèves, je montre comment dessiner la génératrice sur la même feuille pour la graduer de quart en quart après avoir assimilé le volume total à 300 cm^3.

4 - Epilogue

L'aspect de la graduation déconcerte les élèves. Ils sont d'accord bien sûr, mais... Certains parlent de vérifier l'exactitude du résultat en versant de la farine dans leur cône !

J'ai l'idée, pour terminer, de demander combien de litres contient le cône. Non ! Refus quasi unanime de prendre en considération une question aussi absurde. La classe corrige : combien y a-t-il de cônes dans un litre ? Un litre vaut 100 cm^3, annonce un élève sans être contredit, donc il y a 3 litres dans le cône !

En quelques secondes, deux refus d'une division où le diviseur dépasse le dividende !

Suivent alors d'étonnants marchandages entre les élèves d'où il ressort finalement que le cône vaut 0,3 *l*.

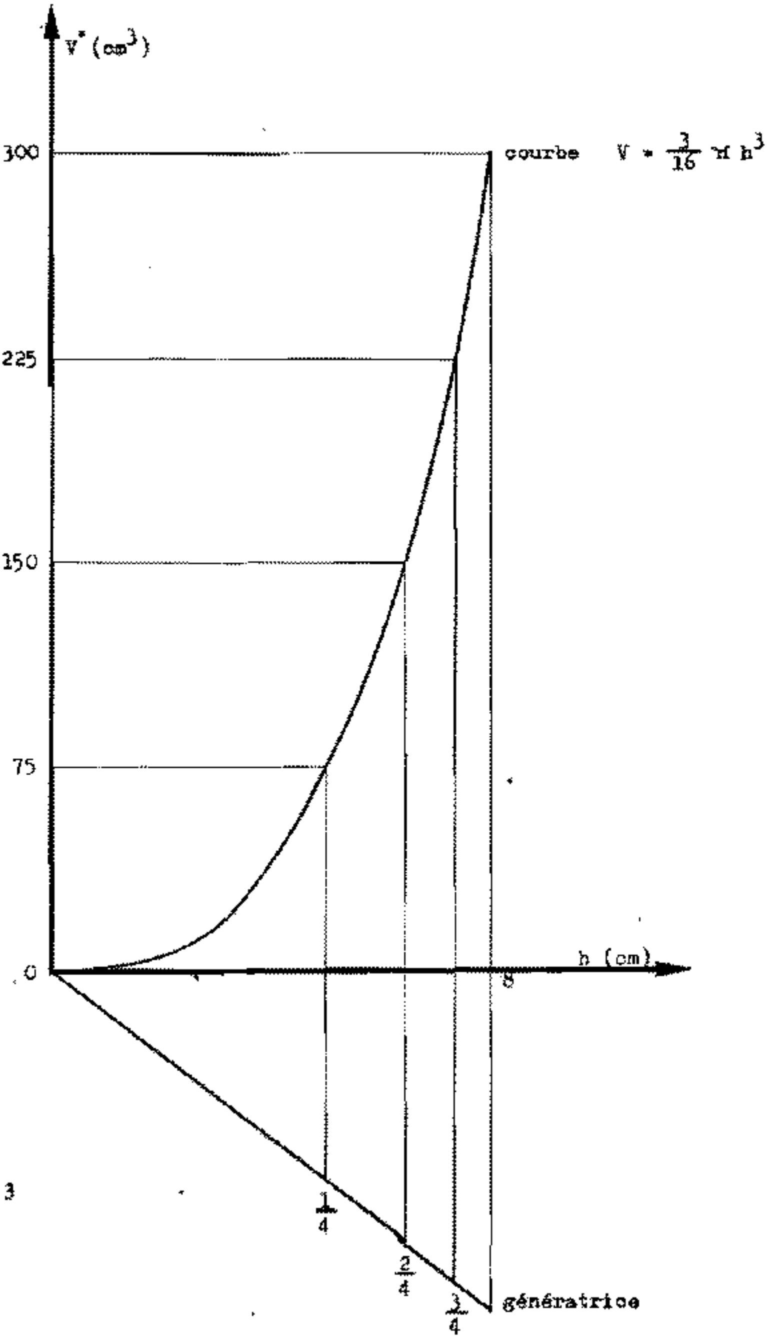

V* (cm³)
300
225
150
75
0
courbe V = 3/16 π h³
h (cm)
8
1/4
2/4
3/4
génératrice

Figure 3

patron du cône

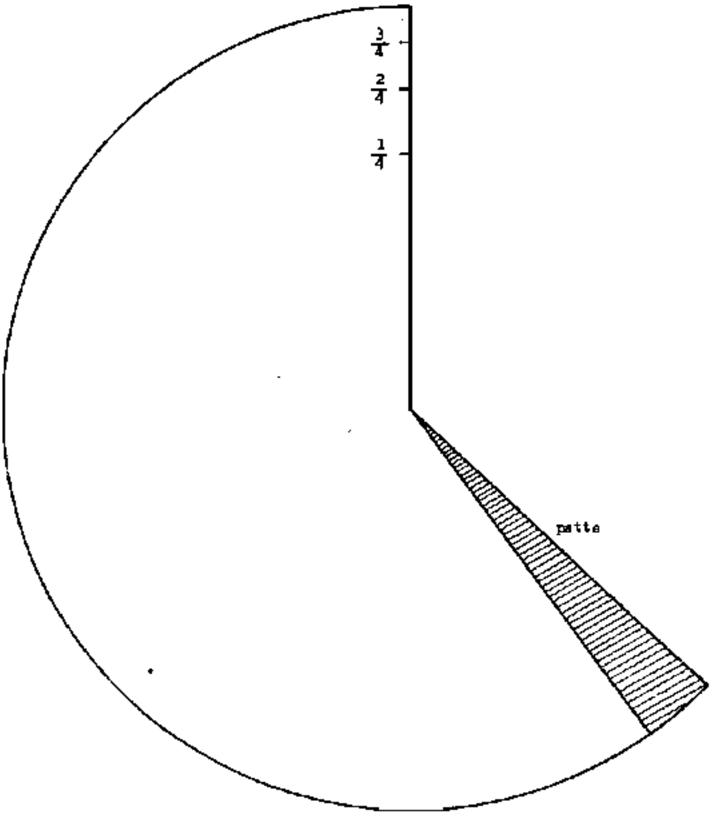


Figure 4