dans nos classes

un peu d'histoire

par Olivier Keller
Lycée Brossolette, Villeurbanne

L'histoire des mathématiques fait une timide apparition dans l'enseignement secondaire, en première et terminale A1. Le texte officiel suggère de donner "un éclairage culturel aux mathématiques en soulignant, en particulier, leurs modes d'intervention, les aspects historiques, leurs liens avec d'autres disciplines" et conseille vivement "l'étude de quelques textes mathématiques originaux en rapport avec les questions étudiées".

Voilà de bonnes intentions, mais combien fragiles ! Malgré toutes les difficultés, je crois qu'il vaut la peine de saisir cette petite chance de donner un peu de vie à notre enseignement si lourd, si atrocement indigeste.

Les difficultés

Il y a d'abord notre ignorance à peu près totale du sujet, ignorance qui n'est qu'une partie de notre manque flagrant de réelle culture mathématique. Nous avons tout à apprendre par nous-mêmes, avec les avantages et les inconvénients que cela comporte. Me voici donc, professeur moyen, embarqué dans l'étude de l'histoire d'un problème, par exemple la résolution des équations polynômes, ce qui nécessite déjà pas mal de lectures et de recherches de documents ; puis, pour être sérieux, je devrais me plonger ou me replonger dans la théorie de Galois pour me mettre ou me remettre au courant de l'état actuel de la question. Il faudra bien être capable de répondre aux questions des élèves, et il s'en trouve toujours un ou deux, surtout en section littéraire, pour poser des questions pertinentes.

C'est un travail passionnant, instructif au plus haut point... et quelque peu accaparant ; mais ce n'est pas propre à l'étude de l'histoire des mathématiques ! Les passionnés d'informatique, de statistiques, les fervents de travail interdisciplinaire, les amoureux des "thèmes" bien peaufinés, ou tous ceux qui veulent simplement faire des mathématiques (pour que leur bac + x ne devienne pas bac + 0 avec l'usure du temps), le savent bien : nous manquons de temps, nous avons trop d'heures de cours. Tout enseignant cherche plus ou moins à se tenir au courant de l'évolution de sa discipline et des liens de celle-ci avec "la vie", comme on dit, sous peine de dégénérer en perroquet ; qu'on lui donne donc du temps !

Il y a ensuite les contraintes du bachotage ; si les choses restent en l'état, l'histoire sera abandonnée en terminale. On pourrait peut-être, pour y remédier, exiger des candidats un petit mémoire sur un sujet de leur choix, quitte, en échange, à diminuer l'importance de l'épreuve d'écrit.

Mais surtout, est-on bien convaincu dans nos milieux de *l'utilité* d'apprendre l'histoire des mathématiques ? Je ne le crois pas. On le conçoit plutôt comme un à-côté culturel, voire purement récréatif, admissible à la rigueur dans une section littéraire ; mais on ne pense guère à son intérêt scientifique.

Or, si l'on admet que l'on ne peut comprendre une chose qu'à condition de la saisir *dans son développement*, on admettra qu'il faut faire de l'histoire des mathématiques pour en apprécier toute la portée et l'intérêt actuels. Et je prétends que la plupart de nos élèves, qui ne feront plus jamais de mathématiques au sortir du lycée, n'ont aucune idée de ce qu'est cette science, même et peut-être surtout ceux qui ont eu une bonne note parce qu'ils ont su répondre à des inepties du genre "étudier la continuité et la dérivabilité en $x = 3$ de

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{3-x} & \text{si } x \in]-\infty,3] \\ f(x) = e^{-x+3} + x - 4 & \text{si } x \in]3,+\infty[\end{cases}$$

Ils partiront persuadés, conformément au préjugé largement répandu, que les mathématiques sont une sorte de collection de règles établies une fois pour toutes dans le royaume des idées pures, et que, par on ne sait quel miracle, on s'en sert... Je me souviens de la stupéfaction d'un médecin à qui j'affirmais qu'on faisait "encore" de la recherche en mathématiques ! Je ne sais pas s'il m'a vraiment cru.

L'étude, même très sommaire, de l'histoire du développement d'un ou deux concepts mathématiques importants serait un moyen de lutter contre ces préjugés. Un autre serait de faire dans nos classes des mathématiques appliquées, en montant de véritables ateliers d'astronomie, de topographie, etc... ; mais là nous sortons du sujet de cet article. L'histoire montre en effet un développement tortueux, jalonné de crises et de controverses, elle montre des mathématiciens maladroits, hésitants, reculant devant leurs propres découvertes et invoquant pour les justifier le bon Dieu et tous ses saints. Elle montre aussi que les idées les plus géniales ne sont pas les plus compliquées, c'est-à-dire que les outils les plus puissants deviennent en fin de compte accessibles à un cerveau ordinaire. Quelle différence avec l'impression que l'on retire de nos cours !

Je ne crois pas trop m'avancer en affirmant que la quasi-totalité de nos élèves tomberaient des nues s'ils apprenaient simplement qu'il y a des controverses entre mathématiciens, ou que toute une école refuse la validité du raisonnement par l'absurde. Là comme ailleurs il faut penser, me semble-t-il, à la grande masse, c'est-à-dire aux 95 % de nos élèves qui ne feront plus jamais de maths de leur vie. Avec un peu d'histoire, ils sauraient qu'il s'agit d'une science vivante qui progresse (comme tout le reste) au moyen de bouleversements, et qu'en conséquence, même de grandioses constructions, comme le Bourbaki, seront tôt ou tard flanquées par terre. Il s'en suit qu'une partie d'entre eux continuerait à s'intéresser à la question, ne serait-ce qu'en feuilletant de temps à autre une revue scientifique. Rien que cela, ce serait déjà un progrès considérable et utile.

Pour en arriver là, il faudrait faire une petite place à l'histoire dans *toutes* les classes ; non pas en alourdissant encore des programmes déjà deux fois trop lourds (dans les sections scientifiques), mais en diminuant le programme classique.

Ce que l'on peut faire maintenant

Que pouvons-nous faire dans l'immédiat, dans la section A1 ? Evitons à tout prix l'énumération fastidieuse de découvertes sans lien entre elles, comme le font trop d'ouvrages. A mon avis, on a raison d'insister dans l'introduction aux programmes de A1 sur l'étude *des textes originaux* de mathématiciens sur un thème donné ; c'est ce que nous pouvons faire de mieux pour l'instant et c'est très instructif, puisque l'on *voit* se former et s'affirmer tel ou tel concept, dans le langage de l'époque.

Apprendre, par exemple, qu'Al-Khwarismi, mathématicien arabe du IX^e siècle, ne connaissait que les racines positives de l'équation du second degré, comme on apprend Marignan 1515, n'aurait aucun intérêt ; ce qui peut en revanche piquer la curiosité, c'est de voir dans le texte :

— que l'écriture $x^2 + 10x = 39$ n'avait aucun sens à l'époque, mais qu'on disait "un carré et dix racines valent 39 unités", et que la technique de résolution est développée entièrement en phrases ; il n'a pas fallu moins de huit siècles pour que, de ces phrases, on distille les notations actuelles ;

— que la démonstration de la technique de résolution est purement géométrique (compléter un carré, d'aire x^2, auquel on ajoute quatre rectangles d'aire totale $10x$, de façon à obtenir un carré d'aire 64), ce qui explique l'absence de racines négatives.

Etudions donc les textes... à condition de les trouver ! Car il faut dénoncer l'état lamentable de l'édition française des textes de mathématiciens, même français. C'est dans un livre américain qu'on trouve un long extrait du texte ci-dessus mentionné d'Al-Khwarismi (il en existe un intéressant commentaire dans *Les mathématiciens arabes* de A.P. Youschkevitch chez Vrin). Le texte complet de la *Géométrie* de Descartes n'existe à ma connaissance que dans une édition également américaine ; et combien de bibliothèques le possèdent ?

Les deux livres de Viète, considéré comme le fondateur de l'algèbre symbolique, sont rarissimes. J'ai pu les contempler récemment chez un bouquiniste parisien spécialisé dans les livres scientifiques, mais les contempler seulement, puisque cela m'aurait coûté trois mille deux cents francs pour quelque deux cents pages. De même pour l'*Histoire des méthodes en Géométrie* de Chasles : 3 800 F pour un gros volume.

L'éditeur Blanchard, qui a fait de gros efforts dans le domaine qui nous intéresse, est trop isolé et on dirait qu'il commence à s'essouffler à cause du marché insuffisant.

Il serait pourtant possible de remédier à cela, à condition de soutenir et de développer l'étude des textes dans tous les ordres d'enseignement. Puis il faudrait recenser et rassembler les textes existants, les éditer à des prix abordables, persuader chaque bibliothèque universitaire de se procurer une collection relativement complète, et enfin, éditer de bons manuels de textes, utilisables dans l'enseignement secondaire ; en bref, poursuivre, mais à grande échelle, ce qu'a commencé à faire l'IREM de Dijon. Une Commission de l'A.P.M.E.P. pourrait être créée à cet effet (*).

(*) N.D.L.R. : La Commission Inter-IREM d'épistémologie a un travail en cours qui devrait bientôt être publié.

Voici maintenant ce qui a été fait dans une première A1, en 82-83, et qui nous a occupés en gros une heure par semaine :

— *Introduction* : étude d'un article de la revue "Actuel" sur Alain Connes, dernière médaille Fields ; jugé, à juste titre par les élèves, relâché et démagogique, cet article a le mérite de parler de l'activité d'un mathématicien et de ses méthodes, et de controverses entre mathématiciens.

— *Etude de textes sur le développement de l'algèbre, des origines à Descartes* : textes d'Euclide, d'Al-Khwarismi, Regiomontanus, Chuquet et Descartes. Le "duel" mathématique entre Cardan et Tartaglia, d'après l'*Histoire des mathématiques* de Montucla.

— *Méthode* : déchiffrage, transcription en langage moderne puis inversement énoncé ou démonstration de résultats connus en utilisant la méthode et le langage anciens.

— *Exposés faits par les élèves sur des sujets très variés*
  - Le calcul avec les doigts (d'après *L'histoire universelle des chiffres*)
  - Commentaire d'un poème de V. Hugo maudissant les maths et les profs de maths (entre autres profs)
  - Farces et attrapes en arithmétique (*Fantaisies et paradoxes mathématiques* de Northrop)
  - Les mystères du nombre (Recherches pythagoriciennes sur les entiers, d'après *Le nombre, langage de la science* de Dantzig, éd. Blanchard)
  - L'infini mathématique (d'après *Les nombres et leurs mystères* de Warusfel)
  - Vie de Descartes)
  - Vie de Galois) d'après *Les grands mathématiciens* de Bell
  - Vie de Cantor)

Un premier bilan

A entendre les élèves, le bilan est nettement positif : ils pensent que tout le monde devrait faire de l'histoire. Ils ont apprécié de pouvoir être actifs et de pouvoir même contester l'avis du professeur dans une matière scientifique ; "Les élèves ont su faire table rase d'une multitude de préjugés : les maths n'impliquaient plus l'idée d'un problème insoluble ou d'un dessin géométrique inextricable. Le monde des chiffres est apparu comme moins fermé et moins redoutable" (je les cite).

Mon jugement est plus réservé ; on aura remarqué une relative indigence de textes sur le thème choisi. Cette partie est donc à étoffer considérablement. Il faudrait aussi mettre au programme des textes sur le développement du concept de fonction et du calcul différentiel, malgré l'obstacle que représentent les faibles connaissances en analyse de l'élève de première.

Mais surtout : la partie centrale est l'étude des textes, *faute de mieux*. Car il faudrait, pour être complet et pour faire une véritable histoire, mettre en relief l'origine des concepts mathématiques dans les besoins du développement général (économique, technique et scientifique) de la société. Et dans ce domaine, nous nous heurtons à la quasi-absence d'études sur le sujet (qui requièrent à coup sûr deux qualités difficiles à réunir : une vaste et solide culture générale et une bonne compétence mathématique), elle-même due en partie à la mauvaise philosophie qui domine dans les milieux mathématiciens et partant, dans l'enseignement. Victimes des illusions provoquées par la division du travail social, les mathématiciens s'imaginent en effet (quand ils daignent réfléchir à la question) que c'est pur miracle, ou pur hasard, si leur science "s'applique" à la réalité ; encore de nos jours, certains d'entre eux soutiennent la théorie platonicienne des "idées" préexistantes et véritables sources du travail mathématique. Mais couramment, on trouve plutôt un vague éclectisme : "Ne cherchez pas plus loin ; les neuf-dixièmes des mathématiques, en dehors de celles qui ont été suscitées par des besoins pratiques, sont des résolutions de devinettes" (J. Dieudonné dans *Penser les mathématiques*, éd. du Seuil).

Le débat est ouvert, en tout cas pour ceux qui souhaitent précisément chercher plus loin parce qu'ils ne se satisfont pas de gentilles histoires de devinettes. Pour ma part, je terminerai en citant le point de vue d'Henri Lebesgue, combien plus intéressant et plus fécond :

"Faut-il renoncer à cette certitude absolue des mathématiques tant vantée depuis avant Platon jusqu'après Auguste Comte ? Pour que leur science mérite ces éloges, les mathématiciens l'ont rétrécie peu à peu ; la signification des notions, leur adaptation au réel, la valeur des axiomes, tout cela prête à discussion : ce sera l'affaire des philosophes. Les applications des mathématiques se heurtent à quantité de contingences : le mathématicien ne va pas se commettre là dedans ; ce sera l'affaire du physicien et de l'ingénieur. Le mathématicien ne s'occupera que du stade déductif ; encore ne regardera-t-il que le raisonnement tout fait, car la construction d'un raisonnement logique ne se fait pas logiquement. Ainsi enfermé dans sa tour d'ivoire, le mathématicien croit faire figure de triomphateur ; en réalité, il n'est plus qu'un rouage dans une usine logistique... Il faut beaucoup de résignation pour accepter de payer la certitude absolue en rompant tous les liens qui unissaient le certain et le vrai, en renonçant à donner aux mathématiques une valeur humaine." (Texte de 1938 cité dans *Message d'un mathématicien : Henri Lebesgue* de L. Félix, éd. Blanchard).