

# 3

## MATHÉMATIQUE ET SOCIÉTÉ

### Peut-on développer la culture mathématique ailleurs qu'à l'école ?

De l'exposition inter-régionale  
"Horizons Mathématiques" au futur musée national  
des sciences, des industries et des techniques

*par M. DARCHE, Orléans et J.M. KANTOR, Paris*

#### L'exposition

Après avoir été une exposition artisanale conçue et réalisée en 1979-1980 par des enseignants et chercheurs en mathématiques de l'IREM et de la régionale A.P.M.E.P. d'Orléans-Tours, l'exposition "Horizons Mathématiques" a été reconstruite professionnellement à partir de 1981 avec l'aide de la Maison de la Culture de Bourges, son directeur Jean-Christophe Dechico et un graphiste stéphanois, Jean-Michel Joly. Depuis, elle continue à se développer avec le concours d'autres IREM et d'associations régionales de professeurs comme Caen, Dijon, Clermont-Ferrand, Marseille, Toulouse, Paris, Rouen, Strasbourg, Nice, ...

Elle comprend actuellement, sur une surface de 150 m<sup>2</sup>, 15 kiosques qui proposent aux visiteurs diverses manipulations avec des matériels variés comme les polyèdres à faire soi-même, les rubans de Möbius, le cube des couleurs, les chemins eulériens ou hamiltoniens dans un cube, les surfaces minimales, les fonctions et courbes "dans la nature", les sondages ... Depuis novembre 1983, elle est augmentée d'une dizaine d'éléments produits par la Mission du Musée National des Sciences, des Industries et des Techniques, préfiguration du thème "Mathématique".

Depuis janvier 1982, cette exposition circule en camionnette J7 ou Trafic dans les Centres Culturels en France et à l'étranger (Belgique, Québec, Suisse) en sollicitant sur place le concours des enseignants et autres intéressés par le sujet. Elle s'adresse aux différents publics et accueille en moyenne 1500 visiteurs par semaine dont environ 40% de non scolaires.



*Möbius : bord(s) et surface(s)*

## 1 - Ses objectifs

• *Ses objectifs, disons "publicitaires"* (puisqu'on les trouve sur la plaquette de présentation), sont :

Mathématique dans la ville, dans la vie : voir et aimer, manipuler et jouer, s'interroger et comprendre.

Il s'agit ici de donner une autre vision que la vision scolaire conservée par beaucoup et de répondre ainsi à la demande des jeunes qui ont, avec l'invasion des micro-ordinateurs et des jeux électroniques, une relation beaucoup plus dynamique et interactive avec les mathématiques. A nous d'orienter cette interactivité à bon escient.



*Polyèdres : formes de l'espace*

• *Ses objectifs "culturels"* (au sens de la culture scientifique) :

Comment créer des lieux, des moments de culture mathématique ?  
Comment mettre le public "en position interactive vis-à-vis de la science

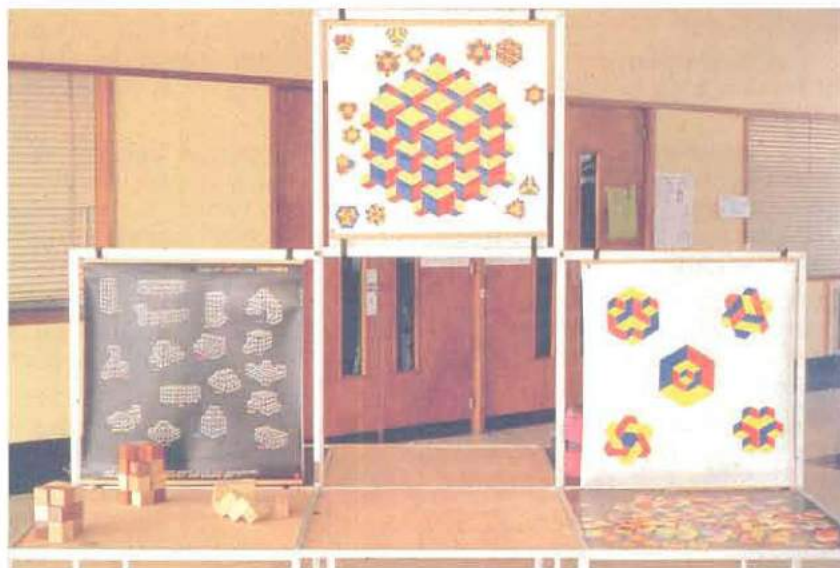
— et ici des mathématiques — ; comment lui permettre, à travers maints artifices, de cohabiter intellectuellement avec le caractère *inévitables* des technologies ? Comment contribuer à réconcilier science, technologie et culture ?” [1].

Comment éviter le circuit à sens unique qui va des producteurs de sciences mathématiques au public par l'intermédiaire des diffuseurs que sont les enseignants (et les journalistes) ?

Nous essayons ici diverses approches permettant de montrer des mathématiques qui évoluent tout en devenant plus accessibles, et mettant à contribution le plus souvent possible des chercheurs qui souhaitent présenter un aspect concret de leurs travaux.

• *Ses objectifs “institutionnels” :*

Il s'agit ici de provoquer une occasion et un désir de rencontre entre les scientifiques producteurs de mathématiques, les enseignants, jusqu'ici principaux diffuseurs de ces mathématiques et le “grand public” non spécialiste, enfants et adultes. Il s'agit de participer, pour les mathématiques, à la création de lieux d'échanges et de confrontation entre ces différentes personnes — dans un cadre autre que l'école — comme pourraient le devenir les Centres Culturels scientifiques et techniques.



*Cubes Soma et volumes impossibles*

• *Ses objectifs "pédagogiques"* enfin :

Nous voulons mettre à disposition des diffuseurs que sont les enseignants de mathématiques, du matériel varié permettant une autre forme d'accès aux mathématiques. Pour cela, nous nous efforçons de rassembler tous les concours aussi bien des chercheurs mathématiciens ou didacticiens, des praticiens que des architectes, sculpteurs, graphistes... français ou étrangers, comme le montrent les apports dans l'exposition de collègues québécois, italiens et suisses. Ces objectifs peuvent paraître ambitieux et ils sont sûrement loin d'être atteints dans l'exposition "Horizons Mathématiques", mais ils nous paraissent justifiés par la forte demande des Centres Culturels pour les expositions scientifiques, par le succès rencontré par l'exposition auprès des visiteurs jeunes et moins jeunes, par l'intérêt montré aussi bien par le grand public que par les décideurs institutionnels pour tout ce qui touche à la culture scientifique. Déjà beaucoup d'organismes de recherche l'ont compris en organisant "portes ouvertes" et autres "sciences dans la ville".

## 2 - Sa présentation

C'est une exposition en trois dimensions orientée, dès le départ, vers le matériel de manipulation permettant une *interactivité* réelle des visiteurs aussi bien motrice que cognitive. En leur présentant des problèmes accessibles (\*), ils confrontent immédiatement leurs connaissances (qu'elles soient élémentaires ou universitaires) à la situation qu'ils ont devant les yeux et les mains.

Sans être exhaustifs, les différents sujets mathématiques, regroupés en une dizaine de kiosques, s'efforcent de répondre aux trois missions des expositions :

- La "conservation des œuvres" : ici c'est Pythagore et Euclide, mais aussi et surtout, c'est l'histoire de la notion de preuve avec, par exemple, la formule d'Euler [2] ou le "théorème" de Fermat, ou encore la conservation d'œuvres d'élèves ou d'enseignants particulièrement intéressantes.
- L'explication de la réalité, la réalité de tous les jours (mathématiques dans la vie, dans la nature, dans l'économie...), mais aussi la réalité des mathématiques avec les sondages, les graphes, les jeux et leurs théories.
- La diffusion de la recherche mathématique avec des objets étranges comme les fractals, les attracteurs... étranges, l'analyse non-standard ou les dernières découvertes sur les nombres premiers et la cryptographie.

(\*) Au sens de Hilbert, c'est-à-dire dont on peut expliquer l'énoncé à la première personne rencontrée dans la rue. Quant à la solution...

L'aspect didactique est le plus souvent possible exploité en proposant aux visiteurs, suivant les kiosques, des situations de conflit (problèmes conçus par les concepteurs de l'exposition comme dans le kiosque "Probabilités"), des situations d'exploration (problèmes posés par les visiteurs eux-mêmes autour d'un matériel) ou des situations "où l'on ne demande aux visiteurs que d'observer, de lire ou d'écouter pour comprendre, ou encore des "situations" où le phénomène, l'objet, illustrent instantanément un résultat, une propriété fondamentale, et donnent ou donneront envie aux visiteurs, plus tard, d'en savoir plus sur ce domaine.



*Sondages et pavage hyperbolique*

### **3 - Ses publics et leurs attentes**

Tout ne s'adresse pas à tout public, mais chaque public peut y trouver des activités qui devraient lui donner le goût d'accroître ses connaissances, sans le faire nécessairement sur place.

Une enquête a été réalisée en 1981 par la Mission du Musée de La Villette auprès du public de l'exposition.

Cette enquête relève principalement deux aspects nouveaux :

• Le premier, original ou plutôt inattendu : une certaine matérialité conférée par l'exposition à un domaine d'ordinaire particulièrement abstrait. Le visiteur est marqué par le contraste entre ce caractère abstrait, perçu ou supposé habituellement, et l'aspect concret des manipulations. Rares sont les visiteurs qui commencent par lire les panneaux (qui ne sont pas explicatifs) : les professeurs le font parfois pour y repérer les fautes d'orthographe.



*Nœuds*

Rares aussi sont les visiteurs qui ne touchent pas aux objets, les plus disposés étant les jeunes qui entrent dans le jeu beaucoup plus et beaucoup plus rapidement que les adultes ; les plus réticents étant, en général, les enseignants lorsqu'ils portent la casquette du savoir.

On notera aussi que ce sont les matériels qui "portent" le problème, qui interrogent directement, qui semblent appeler le plus l'activité des visiteurs et souvent collectivement.

• Le second aspect est le caractère sociologique des visiteurs non scolaires : essentiellement d'origine populaire pour les jeunes (enfants d'ouvriers ou d'artisans)(\*) et de classes moyennes pour les visiteurs adultes (techniciens, employés, cadres moyens). Ce public est socialement moins élevé que celui des expositions artistiques où les classes supérieures et de haut niveau dominent.

### **Les Maths, est-ce que c'est important ? Est-ce que ça peut être utile ?**

Dernier point de l'enquête : les perceptions des visiteurs sur les mathématiques sont très variées. On peut cependant voir apparaître un "profil" de réponses : mieux on connaît les mathématiques, plus on leur accorde d'importance.

(\*) Enquête réalisée à Bourges à la M.C.B. en centre ville.

Cette conclusion peut cependant être nuancée par un aspect socio-culturel important : c'est moins la "connaissance" proprement dite des mathématiques qui détermine cette importance que l'investissement, l'idéalisation qui en sont faits. Ainsi, pour les enseignants, ce sont ceux dont l'origine socio-culturelle est la plus basse (parents ouvriers ou artisans ou de faible niveau d'étude) qui donnent le plus d'importance aux mathématiques.



*Chemins dans un cube*

La mesure de l'importance des mathématiques semble ainsi, y compris chez les spécialistes, relever moins d'une dimension conceptuelle basée sur les acquisitions de connaissances que d'une dimension affective et sociale relative à la récupération possible dans des investissements à enjeux socio-professionnels.

En conclusion, l'exposition a, essentiellement, une fonction "didactique" qui domine largement, excluant toute fonction "mondaine" que l'on peut trouver dans les expositions artistiques. Elle attire, de ce fait, un public très fortement lié aux classes moyennes et entretenant avec la pratique des mathématiques un fort rapport de rentabilisation immédiate.

L'exposition, tout en montrant, comme l'indiquent les réactions des enseignants, un visage des mathématiques différent de celui que donne la classe, ne correspond pas non plus à l'idée de vulgarisation que peut se faire le visiteur à partir des essais de vulgarisation que l'on trouve dans les médias ou dans les expositions d'œuvres d'élèves.

## **De l'exposition au Musée des sciences, des industries et des techniques**

Avec d'autres moyens, dans un autre espace (environ 1000 m<sup>2</sup>), le thème "Mathématique" du futur Musée de La Villette à Paris essaiera lui aussi de provoquer curiosité, étonnement et plaisir des visiteurs en suggérant, en esquissant des réponses (parfois impressionnistes, il ne s'agit pas ici de *tout* expliquer) à des questions comme :

- Que reste-t-il à trouver en mathématique ?
- Pourquoi n'y ai-je jamais rien compris ?
- A quoi ça sert ? ...

La mathématique sera montrée *comme une science*, avec ses progrès, ses crises, les ruptures brutales dans son histoire et dans les relations étroites avec tous les domaines de l'activité humaine.

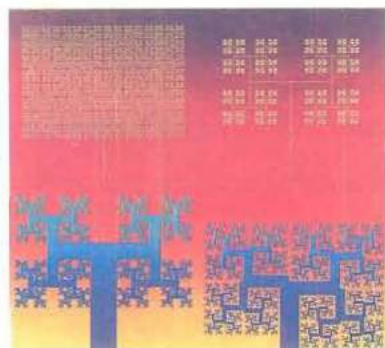
Au cœur des mathématiques seront présentés les problèmes, qui motivent la recherche, dont la solution approfondit les connaissances préexistantes en posant de nouvelles questions :

Ainsi l'axiome des parallèles d'Euclide : après deux mille ans de recherche, il a conduit à la révolution des géométries non-euclidiennes, qui ouvre la période moderne, les mathématiques prennent alors leur envol.

Ainsi aussi la crise des irrationnels dans la Grèce de Pythagore. Sa résolution au XIX<sup>e</sup> siècle a conduit à la théorie des ensembles.



*Perspectives*



*Fractals*

Autour de ce noyau, on jettera des regards renouvelés sur des objets mathématiques, sujets d'étude permanents, mais que l'on comprend de mieux en mieux comme : les nombres pour lesquels on n'oubliera pas l'utilisation dans le traitement numérique des images ; l'espace investi par l'enfant comme par l'architecte ; le hasard que l'on peut fabriquer ; l'infini...

Il y aura aussi des objets bizarres qu'invente le chercheur et dont l'efficacité surprend après coup : les fractals et les surfaces à une seule face, ou, plus importante encore, la géométrie hyperbolique qui a inspiré la révolution d'Einstein.

Autre aspect important des mathématiques : les *outils* avec lesquels sont traités les problèmes et façonnés les objets nouveaux. Et d'abord la *preuve*, la démonstration, centrale dans toute la méthode scientifique et dont l'histoire, en mathématique, s'écarte sensiblement de sa vision scolaire. Il faut mentionner aussi :



- le calcul, les approximations, leurs méthodes et la rigueur qui les avalise
- l'esthétique de la création, l'intuition de la recherche.

Sans oublier l'un des aspects les plus marquants de l'unité des mathématiques : *les mariages inattendus mais féconds*, quand deux domaines apparemment disjoints s'unissent pour faire avancer la connaissance.

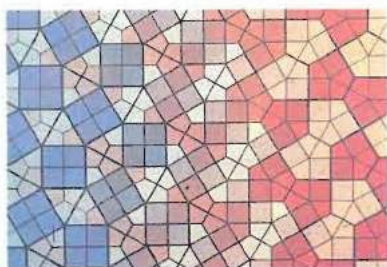
*Exemples :*

- Introduit par Descartes, le rôle joué par les nombres dans la compréhension de l'espace a conduit à l'union de la géométrie et de l'algèbre dans la géométrie cartésienne.
- De l'aiguille de Buffon à la tomographie et au scanner, une application technologique concrète des méthodes de géométrie intégrale et le mariage efficace du hasard et de la géométrie.

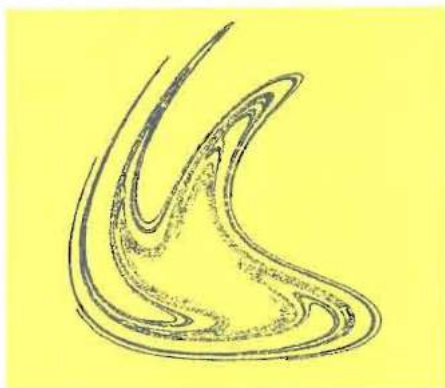
Autour de ce corpus extrêmement complexe les exemples de croissance due à des stimulations externes ne manquent pas, qui conduisent à des résultats pratiques : par exemple, les nécessités de la navigation, les soucis d'ordre économique ou militaire ont poussé à la naissance de la géométrie sphérique, mais aussi au développement de la théorie des jeux ("l'équilibre de la terreur" s'interprète comme l'existence heureuse d'un équilibre). Il faut aussi mentionner une activité de service des mathématiques qui permettent, aujourd'hui, la gestion financière, celle des grands systèmes, le contrôle des processus industriels complexes.

Autres phénomènes "de frontières" que l'on ne manquera pas d'évoquer :

- Les liens particuliers que la physique a établi dès sa naissance avec les mathématiques et qui se perpétuent aujourd'hui (attracteurs étranges, physique de la turbulence).
- Les outils de calcul informatique : algorithmes, théorie des systèmes, complexité, jusqu'à l'intelligence artificielle de demain.



*Pavage - Pavage dual*



*Attracteur étrange*

Finalement, on évoquera le rôle social des mathématiques dans l'éducation, en parallèle à l'histoire des idées de Platon à Auguste Comte, la place des "mathématiques modernes" et le pouvoir des mathématiques aujourd'hui.

### Faire des mathématiques avec plaisir

Il paraît important et nécessaire de montrer des mathématiques d'aujourd'hui. Il est positif de voir des chercheurs mathématiciens faire l'effort de montrer au public les objets et résultats mathématiques fondamentaux découverts au long des siècles ou jugés primordiaux par leur aspect spectaculaire ou leur utilité scientifique ou technique.

Mais il nous paraît très important — et c'est là peut-être que l'on trouvera la fonction didactique de l'exposition — de faire percevoir les processus, les activités intellectuelles qui conduisent à la reconnaissance d'objets ou à l'acquisition de résultats accessibles à l'un ou l'autre des publics. Pour cela, grâce aux recherches en mathématiques, en didactique, en histoire des mathématiques, il s'agit de faire aussi de ce type d'exposition des lieux où l'on puisse :

- mettre à jour les blocages accumulés pendant les apprentissages antérieurs ;
- offrir des accès variés aux différents publics ;
- redonner du sens à l'erreur dans l'action, dans la manipulation, en débusquant les raisonnements spontanés des visiteurs ;
- permettre aux visiteurs d'élaborer des hypothèses, des plans d'actions, de les tester et de les valider.



*Nombres et couleurs*

En un mot, des lieux qui permettent d'aimer FAIRE des mathématiques, c'est-à-dire trouver un certain plaisir à se poser des problèmes, éprouver une certaine jouissance à les résoudre et accroître ainsi ses connaissances.

Enfin, si l'exposition est orientée vers des manipulations et des problèmes pour les visiteurs, elle est aussi un lieu d'expérimentations, de problèmes, d'idées pour les organisateurs d'expositions et les animateurs. Dans sa forme, dans sa présentation, ses objectifs, cette exposition doit être un objet de débats.

Comme toute forme de communication, elle n'est pas neutre. Prenons aussi plaisir à résoudre ce type de problème : l'accès à une culture mathématique en dehors de l'école.

## Références

[1] Discours de François GROS à la remise du Prix Glaxo (Novembre 1982).

[2] Imre LAKATOS : Proofs and refutations. Cambridge University Press, 1976.

## Descriptif succinct des kiosques de l'exposition "Horizons Mathématiques" en novembre 1983 (réalisation IREM-A.P.M.E.P.)

### 1. Hasards et sondages

- 1, 2, 3 fois plus de chances ?
- Gauss et le triangle de Pascal
- Est-on sûr des sondages ?
- Fille ou garçon : la loi des séries
- Plus fort que moi, tu perds !
- Faites vos jeux

### 3. Aires et puzzles

- Base fixe, hauteur constante
- Tangrams et aires constantes
- Figures de même aire
- Pythagore et ses démonstrations
- Un petit coup de Pythagore
- Pythagore, Diophante, Fermat et les autres

### 2. Formes dans l'espace

- Le théorème des 4 couleurs
- La formule d'Euler est-elle vraie ?
- Formes à trous
- Un tiers de la base par la hauteur
- L'univers des polyèdres
- Faites votre polyèdre

### 4. La réalité en perspective

- Miroirs et symétries
- Miroir courbe
- Perspective légitime
- Le portillon de Dürer
- Vues d'un cube
- Kaléidoscopes

### 5. Cubes et couleurs

- Le cube des 64 couleurs
- Cube de Rubik
- Takinoscope de Raba
- Volumes impossibles
- Trihexagones
- Cubes Soma et Mikusinski

### 7. Courbes et surfaces minimales

- Problèmes de robinets et de jauges
- Le circuit de course
- La chute de 3 billes
- Surfaces savonneuses
- Le plus court chemin
- Equilibres à  $120^\circ$

### 9. Nombres et fractals

- Faites votre fractal
- A chacun sa dimension
- L'anti-cube de Sierpinski
- Pascal : son triangle modulo 4
- Groupes d'ordre 4
- Pascal modulo 5
- La courbe du dragon

### 11. Peintres et géomètres

- 70 panneaux  $40\text{cm} \times 60\text{cm}$  de l'exposition murale de Jean SAUVY

### 13. Les nœuds

- Les 35 nœuds les plus simples
- Quel est ce nœud ?
- L'invariant gourmand
- Métamorphose d'un nœud

### 15. Empilements de sphères

- Densités et réseaux
- Enveloppes et réseaux

### 17. Surfaces réglées évolutives

#### *Itinéraire de l'exposition*

*Depuis 1982 l'exposition a été présentée dans une quinzaine de centres culturels (Issoudun, Bruxelles, Auxerre, Dijon, Poitiers, Montréal, Blois, Lausanne, Genève, Toulouse, Foix, Cahors, Montauban, Joué-les-Tours) à raison de 15 jours, 3 semaines en moyenne.*

### 6. Graphes et chemins

- Les ponts de Königsberg et les chemins eulériens
- La tournée du veilleur de nuit
- Le labyrinthe circulaire
- Les élasticubes
- Cubes hamiltoniens

### 8. Mathématiques

- Paradoxe logique
- $\pi$  c'est pas  $3,14$  ! et  $\sqrt{2}$  ?
- Logique jusqu'au bout
- Carré latin, carré magique
- Tic-Tac-Toe
- Qui fera 15 ?

### 10. Surfaces et nœuds

- Combien de bords, combien de surfaces ?
- Surface de Boy
- L'envers et l'endroit
- Le ruban de Möbius coupé en 2
- Möbius coupé en 3
- Faites la chaîne boroméenne

### 12. Perspectives

- Anamorphoses cylindriques
- Les ambassadeurs d'Holbein
- Perspectographe de Lambert
- Axographe-3D de Sauvageau

### 14. Visualisations mathématiques

### 16. Pavages

- Pavage hyperbolique en 3D
- Pavage euclidien en 3D
- Pavages non-périodiques

*Après Arras, Calais, Lille en novembre et décembre 1983, elle sera à La Roche-sur-Yon en janvier puis à Grenoble (C.C.S.T.) en février-mars 1984.*

*Signalons enfin que certaines affiches de l'exposition (agrandissements photographiques 60 cm x 60 cm) sont encore disponibles. S'adresser à :*

— **Michel DARCHE - Exposition "Horizons Mathématiques"**  
Mission du Musée de La Villette - LE/CE 211, av. Jean-Jaurès  
75019 Paris - Tél. 240.27.28 (poste 1377)

*ou*

— **IREM d'Orléans - Université, 45046 Orléans Cedex**  
Tél. (38) 63.22.16 (poste 638)

L'affiche et les panneaux de l'exposition sont de Jean-Michel JOLY, les pavages hyperboliques de Christian LÉGLER et l'attracteur étrange de K. UEDA.