3
DANS NOS CLASSES

Réseau hexagonal plan

par Thérèse FEHRENBACH, Lycée Esclangon, Manosque

Je viens de faire un stage en entreprise au Centre d'Etudes Nucléaires de Cadarache. Beaucoup de services travaillent pour les réacteurs nucléaires à neutrons rapides. Tous les cœurs de ces réacteurs, Rapsodie, Phénix, Superphénix sont constitués par des assemblages hexagonaux d'aiguilles de matériaux combustibles, fertiles, protecteurs. La figure 1 présente une coupe du cœur de Phénix.

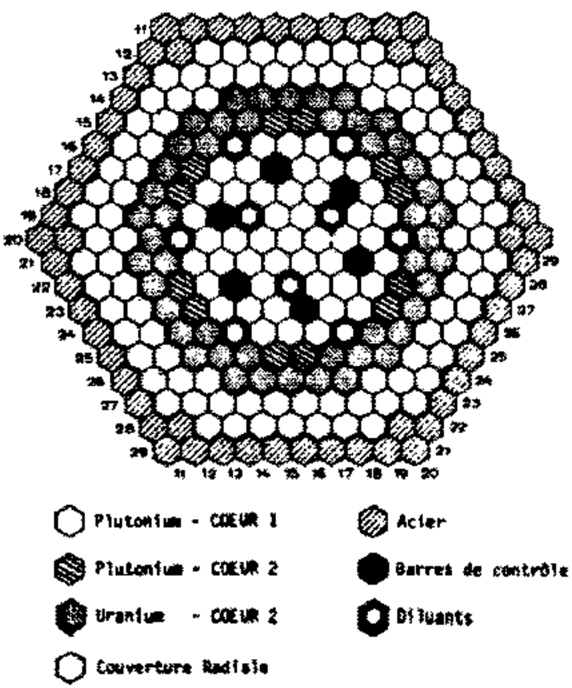


Figure 1

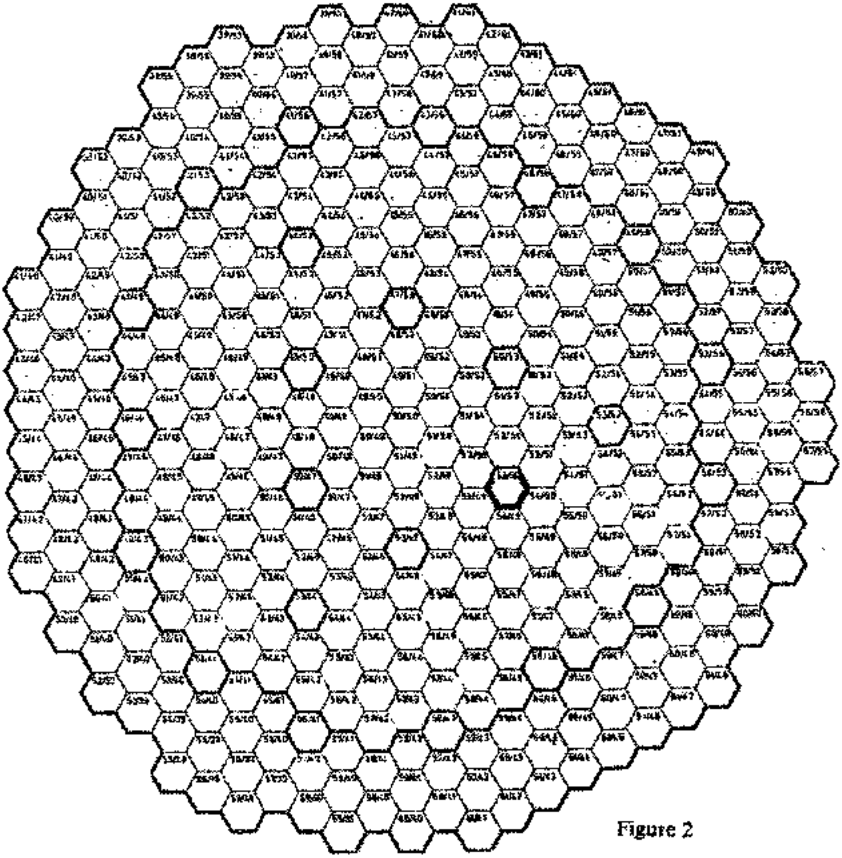


Figure 2

La figure 2 présente les codes utilisés par les ingénieurs pour repérer les cases de Superphénix. Par exemple la case 53/50 est renforcée. Plusieurs questions peuvent être posées à des élèves :

- caractériser les six secteurs du grand hexagone
- déterminer les coordonnées cartésiennes du centre d'une case
- dessiner les couronnes 1, 2, 3, 4 à partir du centre
- déterminer les codes des cases appartenant à la couronne n
- déterminer à quelle couronne appartient la case a/b
- déterminer les codes des cases adjacentes à la case a/b
- caractériser la case image de la case a/b par une rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{\pi}{3}$.

J'essaye ici de répondre à ces questions.

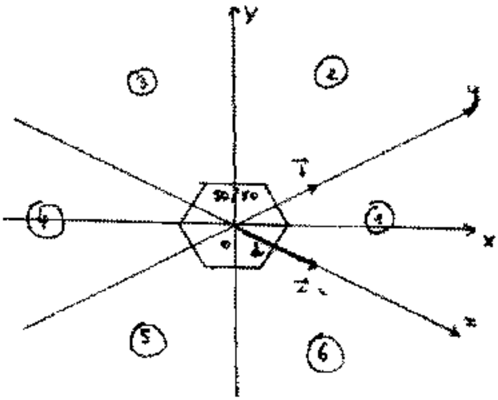
1. Repères

Soit a/b le code initial des ingénieurs. Je le note sous forme de couple : 53/50 devient (53 ; 50) ; et je vais utiliser un code plus simple :

$$(x,y) = (a,b) - (50\ ;\ 50).$$

(53 ; 50) devient donc (3 ; 0).

On peut tracer des axes obliques $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ et un repère cartésien $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$.



2. Coordonnées cartésiennes

$$(x,y) = x(1,0) + y(0,1)$$

Dans le repère $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$,

les coordonnées de $\vec{i}$ sont $\begin{bmatrix} d\cos\frac{\pi}{3} \\ -d\sin\frac{\pi}{3} \end{bmatrix}$; celles de $\vec{j}$: $\begin{bmatrix} d\cos\frac{\pi}{3} \\ d\sin\frac{\pi}{3} \end{bmatrix}$,

d étant la distance des centres de deux cases adjacentes.

Les coordonnées du centre de la case (x,y) sont donc

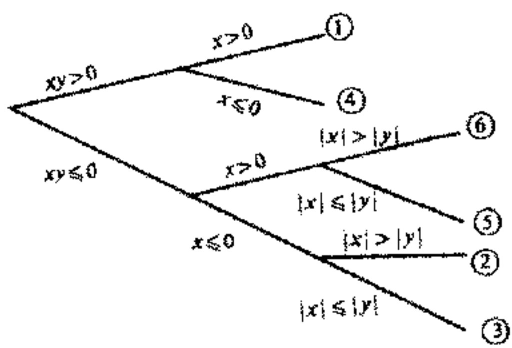
$$\begin{bmatrix} (x+y)\, d\, \frac{\sqrt{3}}{2} \\ (-x+y)\, \frac{d}{2} \end{bmatrix} \quad \text{dans le repère } (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}).$$

3. Secteurs

On peut caractériser les secteurs par l'algorithme suivant directement utilisable en programmation:

```
Si      x.y>0
|       |        Si      x>0   alors secteur = 1
|       |        Sinon   secteur = 4
|       |        Fin
Sinon   Si x>0
|       |        alors   Si      |x|>|y|   alors secteur = 6
|       |                Sinon   secteur = 5
|       |                Fin
|       Sinon
|       |        Si      |x|>|y|   alors secteur = 2
|       |        Sinon   secteur = 3
|       |        Fin
|       Fin
Fin
```

ou par un arbre de choix:



4. Rotations

On peut faire découvrir les formules de rotation aux élèves.

Rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$: $(x,y) \longmapsto (-y, x+y)$

Rotation d'angle $\frac{2\pi}{3}$: $(x,y) \longmapsto (-x-y, x)$

5. Couronnes

La couronne 3 est représentée par la figure 2.

La couronne 1 contient les hexagones suivants :

$$C_1 = \{(0\ ;\ 1),\ (-1\ ;\ 1),\ (-1\ ;\ 0),\ (0\ ;\ -1),\ (1\ ;\ -1),\ (1\ ;\ 0)\}$$

On remarque que $\sup(|x|\ ;\ |y|) = 1$.

La couronne 2 :

$$C_2 = \{(0\ ;\ 2),\ (-1\ ;\ 2),\ (-2\ ;\ 2),\ (-2\ ;\ 1),\ (-2\ ;\ 0),\ \underline{(-1\ ;\ -1)},$$
$$(0\ ;-2),\ (1\ ;\ -2),\ (2\ ;\ -2),\ (2\ ;\ -1),\ (2\ ;\ 0),\ \underline{(1\ ;\ 1)}\}$$

On remarque que $\sup(|x|,|y|) = 2$ sauf pour les couples soulignés.

Le numéro de la couronne à laquelle appartient l'hexagone (x,y) est

$$n = \left|\begin{array}{ll} \sup(|x|,|y|) & \text{si } x.y \leqslant 0 \\ |x| + |y| & \text{si } x.y > 0 \end{array}\right.$$

Ce numéro correspond à une norme $\|(x,y)\|$ si on démontre les axiomes de définition d'une norme.

Une couronne serait un cercle pour cette norme.

On peut faire la liste des hexagones de la couronne n :

$$\begin{array}{lll}
C_n = \{(0,n),\ (-1,n)\ \ldots\ (-n,n) & \text{secteur } ② & \\
\quad (-n,n-1)\ \ldots\ (-n,1),\ (-n,0) & ③ & \\
\quad (-n+1,-1)\ \ldots\ (-1,-n+1),\ (0,-n) & ④ & (x+y=-n) \\
\quad (1,-n),\ (2,-n)\ \ldots\ (n,-n) & ⑤ & \\
\quad (n,n-1),\ (n,n-2)\ \ldots\ (n,0) & ⑥ & \\
\quad (n-1,1),\ (n-2,2)\ \ldots\ (1,n-1)\} & ① & (x+y=n)
\end{array}$$

On peut faire aussi la liste des hexagones adjacents à l'hexagone (x',y'), en ajoutant à (x',y') les couples de C_1.