

5

JOURNEES NATIONALES

A la recherche des libertés perdues ,

par Marcel DUMONT, Lycée technique B. Pascal, Rouen

Episode III* : L'enthousiasme de l'aventure

Rien n'est plus mystérieux que la météorologie de l'affectivité, c'est-à-dire la détermination des facteurs de modification ou de propagation d'un climat dans une foule, qu'il s'agisse d'enthousiasme ou de défaitisme, de croyance ou de doute, d'horreur ou de sublime, de meilleur ou de pire ! Nul ne peut communiquer volontairement son enthousiasme à un autre et pourtant... Les lignes qui suivent n'ont pas d'autre objet que d'essayer de décrire rapidement quelques-unes des raisons qui déclenchent et stimulent l'enthousiasme d'un individu quelconque pris parmi d'autres. Peu importe le climat du jour puisque le bleu est par-dessus le ciel.

A. — Quelques constatations concernant divers niveaux des hiérarchies culturelles

1) Quatre expériences d'enseignement : dans une population de caractère rural (Arras), dans une population citadine issue en majorité de milieux intellectuels (Montaigne, Paris), dans une population mi-étrangère, mi-nationale issue en majorité de cadres de l'industrie, de l'économie, de la diplomatie (Lycée International, St-Germain), enfin dans une population issue de milieux ouvriers ou proches de ce milieu (B. Pascal, Rouen), me confortent dans l'impression que les potentiels sont à peu près les mêmes chez tous les individus (sauf quelques très rares cas pathologiques). On gratte le vernis superficiel des uns, on déclenche une motivation chez les autres en enrichissant leur environnement, on creuse derrière la façade des uns, on facilite les moyens d'expression des autres, et finalement on découvre que la rapidité n'était qu'un automatisme, que la lenteur n'était qu'un manque d'intérêt ou de familiarisation à moins qu'elle ne fût la marque de réflexions trop profondes et proches de la rêverie.

* Cf. Bulletins 332 (p. 105), 333 (p. 325), 334 (p. 525).

2) Chez nous autres enseignants, les idées font lentement leur chemin, mais elles font quand même leur chemin (cf. les jeux, la problématique, la programmation, les pavages, l'enrichissement, la diversification, la concrétisation, ... et ce n'est qu'un début !). Pourquoi lentement ? simplement parce qu'étant absorbés par toutes sortes de préoccupations liées au métier et à ses contraintes, plus ou moins justifiées, nous ne pouvons nous concentrer de façon continue et prolongée sur un seul thème. Ceci nous procure aussi l'avantage de cet inconvénient : c'est-à-dire une ouverture permanente aux sollicitations multiples d'une transformation accélérée des connaissances et de l'environnement. (Une façon de se familiariser avec l'eau froide n'est pas d'y rester longtemps, mais d'y aller souvent et à intervalles rapprochés !)

3) Deux à trois années de stages expérimentaux, en toute liberté d'action, de prospection, d'invention, avaient déclenché chez les participants un enthousiasme extraordinaire. Puis, diverses formes de pouvoir ont imposé leurs exigences et du même coup ont étouffé peu à peu cet enthousiasme. Mais il reste latent ; il suffirait d'ouvrir le carcan des programmes, des instructions, des ordres, des théories à la mode, des contrôles, des jugements pour voir renaître des initiatives profondes.

4) Une année d'enseignement en première année d'Architecture m'a permis de constater que, parmi les étudiants de toutes origines, ce sont ceux issus des sections C et E qui ont, sauf exception, le plus de peine à faire refonctionner leur imagination. Mais l'enthousiasme, là encore, ne demande qu'à se réveiller. Quelques échos : "Personne ne m'avait jamais dit qu'on pouvait se représenter des espaces multidimensionnels !", "Ah ! si j'avais su qu'il y avait autre chose que la "cuisine formelle" !".

5) Chez les professionnels de l'accroissement des connaissances, c'est-à-dire de la recherche et de sa diffusion, un déclin s'opère. La vie en vase clos a des relents d'occultisme. Les tours d'ivoire commencent à s'ouvrir. Les moyens de communication avec l'extérieur s'adaptent aux uns et aux autres. (Comparer les articles sur le retournement de la sphère, du tore, sur les nœuds, les attracteurs, les fractals, etc. dans diverses revues, *Pour la Science*, *La Recherche*, ... avec des articles d'une encyclopédie comme l'*Encyclopédie Universelle* sur la topologie algébrique, différentielle, la géométrie algébrique, les variétés différentiables, ... dont le mérite est grand pourtant dans les intentions !)

6) Chez les politiciens de l'éducation, les verrous s'ouvrent, les œillères tombent les unes après les autres, même si de temps en temps un rapport de quelque haute autorité contient de-ci de-là quelques relents d'impérialisme, de corporatisme ou de paternalisme infirmisant. En tout cas, il est clair que le mépris culturel envers ses concitoyens est une denrée en voie de disparition (au moins en surface et dans les discours !)

Bref, il semble, qu'implicitement, chacun commence à admettre que si un autre n'a pas les mêmes connaissances, ou la même rapidité de...

etc., c'est dû beaucoup plus à un manque d'expérience et d'intérêt qu'à un manque de potentiel (banalité d'autrefois & combien oubliée !!).

Enfin, on commence à comparer le temps et l'énergie dépensés à juger, évaluer, contrôler, sélectionner, orienter... au temps réservé au véritable objet de l'enseignement. Il semble même qu'après avoir admis le fait qu'un jugement péremptoire porté après une heure d'inspection n'avait qu'une valeur très, très relative (et par rapport à quels critères, quel terme dans les finalités ?), on commence aussi à penser qu'un jugement péremptoire porté, au bout d'une année d'existence confinée, par un conseil formel, a tout autant de relativité ou de légèreté. (Ne faisons pas subir aux autres ce que nous n'aimons pas subir !)

B. — Quelques constatations concernant les objets de l'enseignement

1) Les réformes se succèdent à la cadence des ministres et des gouvernements. Elles touchent essentiellement à deux dimensions :

- une dimension affective, psychologique, relations sociales, humaines entre enseignants et enseignés,
- une dimension pédagogique, méthodes, moyens, matériels, structures pédagogiques, administratives, etc.

Mais elles touchent à peine à une troisième dimension qui est, celle-là, fondamentale, la raison d'être de l'école :

- une dimension culturelle !

Pourquoi les programmes changent-ils sans cesse (sans changer grand chose d'ailleurs !) ?

Pourquoi l'interdisciplinarité a-t-elle tant de peine à se répandre ?

Pourquoi des domaines nouveaux ont-ils tant de peine à s'intercaler entre les disciplines traditionnelles (ou à les recouper) ?

Pour une raison évidente : personne au monde n'est capable en 1982 de redéfinir clairement ce qu'on pourrait appeler une culture générale. Les multiples options du Baccalauréat (qui prétend sanctionner des études "générales") en sont une preuve. (Dans le seul domaine particulier des Mathématiques, domaine aux contours flous et subjectifs, qui peut dire ce que devrait être une culture mathématique de base ?...)

2) En s'y prenant autrement, on pourrait faire "passer" 100 fois plus d'idées en 100 fois moins de temps (le nombre de fois dépend du niveau d'enthousiasme, variable avec les "découvertes"...).

a) Quelques généralités :

- s'appuyer toujours sur des perceptions, modèles, maquettes, dessins, etc., et non sur leur souvenir (parfois inexistant ou disparu),
- attaquer les échelles à un niveau suffisant !,

— regonfler les espaces, aplatis par un rouleau compresseur ou étirés dans une filière — c'est-à-dire les "plonger" dans un espace à une dimension de plus, ou davantage... (comment analyser une structure si elle est "écrasée" ?),

— contempler pour décrire mais faire fonctionner pour prévoir,

— itérer le fonctionnement de n'importe quoi, simplement par aventure... !,

— élargir le champ avant et surtout après l'avoir rétréci,

— rapprocher pour mieux voir les différences, écarter pour mieux voir les ressemblances,

— varier, faire changer quelque chose (mais pas tout en même temps, pour mieux déterminer les causes), transformer, ...,

— simplifier les écritures pour mieux les traiter, compliquer (allonger) les écritures pour mieux les interpréter... (exemple en trigo : $C^2 + S^2 = 1$) ; l'argument des deux fonctions est le même, on opère sur des fonctions, mais l'idée de fonction n'est toujours pas digérée, 300 ans après son apparition. Du même coup, on pourrait itérer facilement $C(a+b+c+d)$ au lieu d'annoncer $\text{Cos}(a+b)$... bref !,

— diversifier les codages pour mieux percevoir les avantages et les inconvénients sans oublier les deux plans, formel et sémantique,

— faire sauter les verrous des idées fixes comme celle-ci : "notre espace réel a 3 dimensions" (par exemple une pelote de laine !!),

— etc.

b) Quelques suggestions... en l'air : d'abord "meubler l'espace" !

— construction de maquettes proposées aux étudiants en architecture mais réalisables en sixième et sans doute à l'élémentaire :

- surfaces variées avec bords (cf. Griffiths), sans bords, plongements et immersions (cf. *Progrès des mathématiques*, éd. Belin),
- réseaux multidimensionnels,
- noeuds,
- polyèdres convexes et non-convexes, homotopes et non-homotopes à la sphère,
- "objets fractals" (cf. *Penser les mathématiques*, éd. du Seuil, (éd. Flammarion),
- "structures pliées" (cf. Association Française des Pliés de Papier... et c'est sérieux !),
- pavages de l'espace réel et d'"espaces variés",
- systèmes articulés : polyèdres "flexibles", graphes spatiaux, "articulations croisées", "anneaux polyédriques",
- etc. ;

— puis, se familiariser avec les fonctions à plusieurs variables, avec les foncteurs et morphismes fonctoriels, et d'une façon générale, avec les

opérateurs en tous genres (exemple : 3 propriétés sur l'opérateur de dérivation économisent une liste de 20 formules ; mais bien entendu, l'inversibilité, la composition et les morphismes sont au centre des préoccupations. D'une façon générale, il vaut mieux mémoriser 2 ou 3 procédés constructifs que de mémoriser 30, 40 ou une infinité de constructions... ; mais pour cela, il faut trier l'essentiel de l'accessoire). (Autre exemple : des fonctions polynômes de degré suffisant, 4 ou 5, avec dessins et traitements appropriés, permettent de réduire tous les discours sur le second degré). A cet effet, un bon système graphique associé à un micro-ordinateur permet à des élèves de mettre au point, pour d'autres élèves, des programmes de simulation laissant toute liberté à l'utilisateur, et l'incitant même à les modifier, à les adapter à ses besoins. (En Basic, sur Logabax et Secapa, 6 programmes sont disponibles et permettent de visualiser :

- le graphe de n'importe quelle fonction à une variable,
- les graphes de n'importe quelle fonction à deux variables et plus,
- les courbes en coordonnées polaires paramétrées (un paramètre ou plus),
- les courbes en coordonnées polaires paramétrées,
- les graphes simultanés de deux fonctions à une variable, d'où équations, asymptotes, suites de fonctions, convergence uniforme,...
- opérations sur deux fonctions et les 3 graphes correspondants.

De plus, l'utilisation d'un réticule permet de résoudre manuellement les équations, avec l'approximation souhaitée, avant toute théorie ; exemple : $3^x = x^3$,

— réintégrer les opérations binaires à leur place, parmi les fonctions à deux variables, ce qui permettrait, en passant à plus de deux variables, de mieux "comprendre" des propriétés écrasées de symétrie (commutativité), des généralisations de lois de composition (associativité), d'où l'idée de travailler sur des listes en tous genres, et d'éviter d'écrire les arguments. Du même coup, l'idée de "bloquer" une ou plusieurs variables en n'en laissant varier qu'une conduit aux fonctions "translatées" qui ont tant de peine à s'introduire pour l'addition et la multiplication. Paradoxalement, seules les translatées et leurs inverses sont étudiées pour l'opération qui n'a pas de nom : appelons-la "potention", $3 \Delta 4$ ou $\Delta(3,4)$ pour 3^4 ; 3 propriétés sur cette opération permettent d'économiser 4 chapitres s'étalant sur 4 années, puissances, racines, logarithmes, exponentielles ! Naturellement, les schémas de calcul avec arbres, treillis... permettraient de faire ressortir avantages et inconvénients des divers codages et ... de supprimer ces règles de priorité ENTRE OPERATIONS ! encore plus stupides que les règles de suppression de parenthèses. Stupides parce qu'elles sont incohérentes et n'évitent pas les parenthèses, pernicieuses parce qu'elles laissent croire qu'il existe une hiérarchie ENTRE LES OPERATIONS alors qu'il s'agit uniquement de règles de lecture et écriture dans des cas simples et bien particuliers. La structure d'un calcul est évidemment libre et il n'est pas difficile d'en inventer une qui mette en défaut une règle de priorité à chaque fois, d'où la nécessité soit d'ajouter

des parenthèses, soit d'apporter des restrictions ou de nouvelles règles de priorité (exemple : $3^4 + 5/2 + 6^7$, etc.),

— en Combinatoire (mot dépourvu de définition !), où le bric-à-brac est incroyable, l'introduction des coefficients polynomiaux à l'aide de réseaux multidimensionnels et de diverses interprétations feraient gagner 7 ans d'ennuis avec $(a+b)^2$, $(a+b)^3$... (En passant, je signale l'intérêt parfois de changer des écritures, par exemple $P(3,4)$ pour $\binom{7}{3}$ car les récurrences sont immédiates en pensant à l'image du réseau et on découvre ainsi d'autres récurrences, parfois même d'inventer des écritures pour mettre en évidence des banalités oubliées, par exemple

$P(a,b,c,d) = P(a,b+c,d) \cdot P(b,c)$ où $P(x,y,z) = (x+y+z)! / (x! \cdot y! \cdot z!)$; remarquer en passant la notation suffixe de la fonction factorielle à laquelle personne ne trouve à redire !...). Où sont les liens entre ces coefficients : Young, Catalan, Stirling, Betti, puissances, premiers, etc. ?

— d'une façon générale, ne pas hésiter à introduire de nouveaux codes mettant en évidence les limites des codes usuels (exemple : un code où tous les rationnels sont des mots de longueur finie, un code où les naturels sont caractérisés uniquement par des exposants dont la position indique la base première, exemple : $120 \rightarrow 3,1,1$ car $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, d'où la marche en crabe sur des arbres et les codes associés, etc.),

— réhabilitation du discret par l'introduction des suites en tous genres sous forme de fonctions avec leurs graphes et les opérations et fonctions associées, opérateurs de cumul, translation, différenciation, et à plusieurs variables d'où les "balayages" sur les réseaux multidimensionnels. La nature et le calcul digital ignorent le continu et pourtant...

— les catastrophes effraient le public, mais l'idée "petites causes, grands effets" a un pouvoir d'attraction immense (cf. "Les attracteurs") et... les économies d'énergie sont à la mode en devenant une nécessité !

— réhabilitation du fini, en particulier les groupes finis définis par générateurs et relations avec graphes en tous genres et représentations, traitements formels de listes finies autres que le vectoriel, calcul matriciel introduit par des dénombrements de chemins sur "dentelles", etc.,

— une introduction généreuse de programmes, algorithmes, procédures avec itérations, récursivité pour bien opposer le statique d'une contemplation et le dynamique d'une construction,

— rechercher les flous pour mieux cerner une idée, éviter le flou pour coder une idée (exemple : l'expression "ligne de niveau" n'a fait que remplacer une autre expression "ensemble des points qui..." qui elle-même n'avait fait que remplacer un lieu commun, "lieu géométrique des points qui..."). Mais où est l'idée essentielle ? : partition de l'ensemble départ d'une fonction en classes d'équivalence. Les solutions d'une équation,

noyau et classes latérales, variétés... sont aussi des lignes de niveau !... En
s t a t i s -
tique, qu'est-ce qu'un caractère sinon une fonction à préciser ?

— etc.

Bref, tout est à repenser !

C. — Conclusion

Il n'y a plus de culture générale.

Dans cette situation, deux attitudes sont possibles et opposées :

— l'une fataliste et de moindre effort ; on admet les causes en déclarant que la notion de culture générale est dépassée et n'a plus de sens ; on soigne alors les conséquences en spécialisant, en orientant, en fractionnant, etc., attitude conduisant à la ségrégation, voire au sectarisme... et foncièrement anti-démocratique ;

— l'autre radicale et hardie : on s'attaque aux causes ; on repense tout de fond en comble pour redéfinir l'essentiel d'un savoir qui rende service à tous. On survole tout et on prend du recul ! Mais il faut oublier ses habitudes, ses usages, les tabous, les niveaux, les cloisons, etc., et reprendre sa liberté de pensée !

Il a fallu une ou deux générations d'encyclopédistes et de gens comme Auguste Comte pour mettre sur pied notre culture traditionnelle qui fut générale il y a 150 ans. Il faudra sans doute aussi une ou deux générations pour refaire le même travail.

Devant ce dilemme, quelle meilleure action pratique entreprendre pour l'enseignement, sinon d'ouvrir totalement les horizons, d'accorder la liberté la plus complète d'initiatives dans le domaine de cette recherche de l'essentiel des connaissances et des moyens et méthodes de diffusion ?

Le champ est ouvert, il est immense. A chacun de s'y aventurer ! Il n'y a aucun risque pour soi. Il n'y a aucun risque pour les enfants si ceux-ci continuent à exercer la curiosité qui leur est naturelle dès leur plus jeune âge. Le risque le plus grand n'est pas dans cette aventure, il est dans l'inaction, dans l'absence d'aventure, il est dans l'emprisonnement mental dû à un univers clos, rigide, froid et sans âme qui paralyse les plus précieuses de nos facultés.

Ainsi le travail à faire dans les années qui viennent est celui de la démocratisation des connaissances-connaissances en tant qu'idées. ("Penser les mathématiques", pourquoi avoir attendu cinquante ans pour le dire ? et quel gâchis on aurait évité depuis douze ans !). Tout travail de vulgarisation est un service rendu à l'humanité, une vulgarisation honnête qui ne méprise pas ses interlocuteurs, lecteurs ou spectateurs. Nul ne peut se prétendre démocrate s'il ne permet pas à chacun d'accéder aux

idées indépendamment du moyen d'expression (cette indépendance ne peut se développer que par la multiplicité des moyens d'expression et non par leur unicité !).

Dans le domaine qui nous concerne, celui de l'enseignement des mathématiques, tout est à rebâtir. Ce ne peut être l'œuvre d'un seul ou d'une poignée de privilégiés. Cette œuvre collective nécessite un climat d'ouverture, de confiance mutuelle, de respect mutuel, de solidarité, de serviabilité et essentiellement de liberté de pensée. Et cette liberté de pensée qui sommeille au plus profond de chaque individu ne demande qu'à s'épanouir. C'est le chemin qui mène à l'enthousiasme.

Juin 1982

P.S. Si quelques-uns sont pessimistes à cause des tests sur le Q.I. des populations mondiales, qu'ils se rassurent en pensant au test sur le Q.Q. (quotient qualité, quantité ; cf. *Ecole libératrice* 76-77) !...