

# 5

## TRIBUNE LIBRE

### Revuz 1 - Revuz 2

*par Alain BOUVIER et Jean-Marc BRAEMER,  
IREM de LYON*

André Revuz vient de publier aux PUF un ouvrage au titre éloquent : "Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ?" dont Gilbert Walu-sinski a longuement rendu compte dans le Bulletin numéro 327, pages 83 à 86.

Expliquons d'abord pourquoi la parution de ce texte mérite qu'on lui consacre d'autres analyses et notamment celle-ci :

Depuis environ vingt ans, notre Association contribue à la rénovation de l'enseignement des mathématiques par un mouvement, baptisé par les médias "Mathématiques modernes". En France, ce mouvement progressa pas à pas à la suite de la publication par l'A.P.M.E.P. du célèbre "cours" de A. et G. Revuz en trois volumes. A partir de là, on retrouve Revuz en première ligne, là où se mèneront tous les combats, notamment au sein du directoire des IREM où sa voix s'exprimait fortement.

Même s'il n'a pas écrit lui-même les programmes de 1970, son influence sur l'enseignement des mathématiques (ne serait-ce que par les manuels qu'il a patronnés) fut telle que l'on peut, sans vouloir exagérer son importance, dire que le système mis en place propose un enseignement conforme aux idées et conceptions préconisées pendant plusieurs décennies par Revuz.

L'analyse de son livre permet de mieux comprendre les contradictions de l'enseignement des mathématiques aujourd'hui en France.

La démarche de Revuz, à laquelle nous adhérons, consiste à faire précéder l'analyse didactique d'une analyse épistémologique : Que sont les mathématiques ? Pourquoi fait-on des mathématiques et comment s'y prend-on pour en faire ? Quelle est la nature de l'activité mathématique ?

Autant de questions qu'il nous semble pertinent de poser avant d'en poser d'autres : Quelles mathématiques enseigne-t-on ? Pourquoi ? et Comment ?

Car comme le dit fort justement François Lurcat :

*"Toute activité d'enseignement des mathématiques sous-entend chez l'enseignant comme chez l'enseigné, une conception des mathématiques elles-mêmes, de leur origine, de leur nature et de leur portée. Conception la plus souvent implicite, mais d'autant plus importante : elle oriente toute activité de celui qui enseigne ou étudie, qu'il en soit ou non conscient."*

Pour Revuz, la réponse à la première série de questions ne semble pas poser beaucoup de problèmes : Faire des mathématiques c'est : axiomatiser, structurer, déduire.

La mathématique est "un corpus de résultats qui a pu être organisé en théorie déductive" et "un enseignement des mathématiques qui omet ou qui refuse de mettre l'accent sur l'importance décisive du choix des axiomes est une entreprise de mystification"... "la seule règle absolue qui préside au choix des axiomes est que ce dernier ne conduise pas à une théorie contradictoire"... "une des tâches les plus fécondes de la mathématique est de prendre pour objet d'étude les différents modèles"... "Une formidable libération de l'esprit (...) résulte de la reconnaissance du rôle des axiomes dans les théories mathématiques", etc.

Revuz donne à penser que les mathématiques s'édifient linéairement avec une parfaite régularité, sans controverse durable, sans qu'un résultat établi puisse jamais être remis en cause. Comment, à travers son exposé, le lecteur non averti peut-il percevoir notre discipline comme une science vivante ? La lacune essentielle de ce texte nous semble être que Revuz ne considère que le produit fini et parfaitement mis en forme et qu'il ne dit rien du mode de production des mathématiques. Il occulte donc naturellement la phase qui nous paraît primordiale parce qu'initiale et créatrice : celle où l'on comprendrait les motivations réelles des mathématiciens (qui ne sont pas exclusivement, loin de là, axiomatiser, déduire, structurer !) et leur mode de travail. Celle où l'on verrait que faire des mathématiques c'est essentiellement se poser des problèmes et chercher à les résoudre. Et l'on cernerait mieux alors pourquoi la démarche du mathématicien est celle d'un scientifique : il cherche à comprendre, à savoir et à connaître mieux le champ de sa discipline. C'est dans cette phase seule que les mots : intuition, problème, conjecture, expérimentation, calculs, tâtonnements,... ont leur place. C'est cette phase qui fait des mathématiques une science vivante. Elle précède le temps de la mise en ordre, de la structuration des connaissances en théorie, des problèmes de fondement ou l'axiomatique a sa place, auquel Revuz semble vouloir limiter les mathématiques.

Voilà pourquoi Revuz peut affirmer qu'en mathématiques "il n'y a pas de controverse durable", que "le mathématicien ne rencontre quotidiennement que des propositions qui sont vraies ou fausses", qu'un théorème est vrai "pour l'éternité" et que "ce qui a été considéré comme démontré par les mathématiciens d'une époque n'a jamais été profondément contesté par leurs successeurs"... "seule de toutes les disciplines, la mathématique ne s'est jamais reniée", etc.

Si "ce qu'elles énoncent comme "vrai" fait l'objet d'un consensus universel", les mathématiques fonctionnent comme une religion ou une doctrine : pas question de les réinventer ou de les redécouvrir ; cela pourrait conduire à des schismes. On ne réinvente pas la Bible ou le Coran, on les apprend ! éventuellement on les médite, mais encore, dans la ligne fixée ! sinon gare à l'exclusion !

Traduit en termes d'enseignement, on voit bien les conséquences de cette conception : elle nous semble devoir inévitablement induire le schéma d'enseignement suivant :

- pour le maître, raconter les mathématiques, c'est-à-dire énoncer les axiomes et les théorèmes d'une théorie et les démontrer ;
- pour l'élève, tenter de comprendre et en tous cas apprendre le discours du maître.

C'est pourquoi la seconde partie du livre de Revuz nous semble curieuse. L'auteur y dénonce en effet une situation qui, de fait, ne pouvait que résulter de la conception des mathématiques exposée dans la première.

Que dit-il dans cette seconde partie ?

La mathématique se présente comme une "science à faire" ; dès le départ, le mot "problème à résoudre" est prononcé et surtout "qui dit question dit aussi conjecture. Il s'agit de deviner le résultat". Il regrette que la classe de mathématique ne soit qu'une éducation à la rigueur et il ajoute : "On peut tristement constater que le développement de l'intuition n'est, pour ne pas être trop sévère, que très faiblement pris en compte par notre enseignement. Mais dans ces conditions que signifient les exigences de rigueur qu'il manifeste si fortement ?" "La rigueur qui n'est pas motivée par le désir de savoir si ce que l'on conjecture est vrai ou non devient bien vite une contrainte extérieure non justifiée et c'est ce qui fait paraître à de trop nombreux élèves les mathématiques comme l'antithèse de la liberté"... "Cultiver la rigueur pour elle-même peut développer la cuistrie, pas la science"... Il y a une pratique "que l'on ne peut que louer et qu'il faudrait développer, c'est celle de la recherche et de la rédaction de problèmes"... "On peut dire que faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes, en ajoutant que le travail principal est peut-être plus encore de poser le problème que de le résoudre".

Il y a donc deux Revuz dans ce livre ; un Revuz 1, dont nous ne pouvons partager la conception des mathématiques et qui se refuse à toute analyse critique de la réforme des programmes et de ses fondements pour la bonne raison qu'elle repose sur ses idées. Un Revuz 2 qui se lamente sur les conséquences inéluctables des idées de Revuz 1.

Est-il besoin de dire que le second nous est plus sympathique que le premier ?

Les prochaines\* Journées Nationales de l'A.P.M.E.P. ont pris pour thème : Mathématiques — Sciences expérimentales ? Si ce problème de fond de la nature de l'activité mathématique, du statut de cette discipline et de ce qui en résulte pour les activités que nous proposons aux élèves n'est pas suffisamment abordé préalablement et parallèlement à toute discussion didactique, échappons-nous à la contradiction interne du livre dont nous parlons ici ?

#### **Note du Bureau :**

*Le ton volontairement polémique de l'article ne doit pas nous faire oublier l'énergie considérable qu'André Revuz a consacrée — et pas seulement durant la période où il a été Président de l'Association — à la prise en compte par le Ministère des problèmes de l'enseignement des mathématiques.*

#### **Réponse d'André Revuz :**

*Ce n'est pas une surprise très agréable de se voir soudain attribuer un dédoublement de la personnalité. Toujours convaincu que je ne suis pas atteint de ce genre de trouble, j'ai relu le livre qui avait permis à Bouvier et Braemer de procéder à cette "déduction".*

*Après tout, je m'étais peut-être mal exprimé ! Mais, ce dont cette relecture m'a persuadé, c'est du caractère étrange de la lecture qu'en ont effectuée nos collègues. Tout se passe comme s'ils avaient supprimé la totalité du chapitre intitulé "L'imagination créatrice, moteur de la déduction" et une bonne partie de celui intitulé "Mathématiques et réalité", et extrapolé, en des conclusions que je ne saurais accepter, des affirmations que je maintiens si on les prend strictement pour ce qu'elles disent. Je ne pense toujours pas qu'il soit inexact d'affirmer, entre autres, que "ce qui a été considéré comme démontré par les mathématiciens d'une époque n'a jamais été profondément contesté par leurs successeurs", mais je ne vois pas en quoi cela transforme les mathématiques en religion, ni en quoi cela "semble devoir induire inévitablement un schéma d'enseignement" caricaturalement dogmatique, ni interdire la réinvention de ce qui a été trouvé antérieurement. (La possibilité perpétuelle de cette réinvention distingue, au contraire, radicalement les mathématiques des dogmes religieux).*

*Pour conclure rapidement, disons qu'il y a ici deux problèmes : l'un, mineur, qui concerne la réalité de ce que j'ai dit dans mon livre, et qui doit être aisément résolu par une lecture intégrale et non biaisée ; l'autre, plus important, qui concerne les conceptions que l'on peut avoir des mathématiques et de leur enseignement. Je suis heureux de l'accord que je reçois de Bouvier et Braemer pour la 2<sup>e</sup> partie de mon livre, et m'explique d'autant plus mal leur interprétation de la 1<sup>re</sup> partie. L'activité mathématique a de multiples aspects : l'enseignement doit les prendre tous en*

\* N.D.R.L. Ce texte a été écrit le 9 juillet 1981.

*compte. Je croyais avoir assez insisté sur le fait que ce que Bouvier et Braemer appellent "Axiomatiser, structurer, déduire" n'était qu'une partie de l'activité mathématique. S'y limiter, c'est mutiler gravement cette activité; mais l'exclure, c'est la limiter tout aussi gravement d'une autre manière.*

*Qu'il s'agisse de la conception des mathématiques, de l'organisation de l'enseignement, de la formation des maîtres, on commet à coup sûr de très graves erreurs si l'on se limite à certains aspects au détriment des autres. La réussite dépend toujours de très nombreuses conditions nécessaires, dont aucune n'est suffisante. J'avais l'illusion de l'avoir dit clairement. Je profite de l'occasion pour le réaffirmer et adjurer tous ceux qui ont une responsabilité, grande ou petite, dans l'enseignement des mathématiques, de ne pas l'oublier.*