3ème Partie : Projets de programmes et de commentaires pour les Premières et Terminales des sections A, B, F, H

Les textes qui suivent sont les projets de programmes concernant les sections A_1, B, A_2, A_3, F et H qui seront soumis au C.E.G.T. de mai 1981.

En ce qui concerne les autres sections, l'A.P.M.E.P. et les IREM estiment que les délais impartis à la commission étaient trop courts pour lui permettre de mener à bien son travail. Le Bureau de l'A.P.M.E.P. a réagi avec fermeté en ce sens auprès de la Direction des lycées par deux fois (cf. chronologie précédente). Ce point de vue a été soutenu par les syndicats, et la Direction des lycées a annoncé, lors de la réunion de concertation syndicale du 3 avril, que de nouvelles réunions du groupe de travail auraient lieu pour mettre au point les projets.

Bien entendu, nous tenons à la disposition des collègues qui les désirent les textes provisoires des projets de C, D, E et G ; il suffit, pour les obtenir, de les demander à Denise HAUGAZEAU.

Sections A et B

Position de l'A.P.M.E.P.

Les textes ci-dessous sont encore des projets, mais ceux-ci sont arrivés à un stade suffisamment avancé pour qu'ils puissent être publiés. Ils sont un compromis entre diverses propositions des membres du groupe de travail, remaniées à la suite des remarques issues d'une première concertation qui s'est faite par la voie des IREM et des régionales A.P.M.E.P. Ce sont ces textes, ou des textes très proches, qui seront (ou ont déjà été au moment où paraissent ces lignes) soumis à une concertation plus large (syndicats, parents d'élèves, etc.) avant d'être soumis, sous cette forme ou sous une forme remaniée, au C.E.G.T.

Dire que les représentants A.P.M.E.P. au groupe de travail soient entièrement satisfaits serait très exagéré. Retenons parmi les points qui nous semblent positifs :

— une conception de ces programmes tout à fait indépendante de ceux des classes scientifiques (l'antériorité historique en est la preuve !)

— une attention plus grande aux finalités de ces sections, tout en assurant une formation de base permettant aux élèves la poursuite d'études supérieures

— une rédaction qui a tenu compte, dans une certaine mesure, de l'importance des thèmes comme secteurs de l'activité mathématique

— une timide apparition de parties optionnelles en A_2 A_3

— une attention plus grande à l'évolution historique des mathématiques.

Mais, outre les critiques générales exprimées ailleurs (effectifs, travaux dirigés par petits groupes, évaluation, baccalauréat,...), il nous faut quand même regretter :

— l'absence de précisions suffisantes sur les finalités de chaque section et sur leur articulation avec les enseignements supérieurs

— le poids des contraintes liées au baccalauréat qui semble devoir garder, dans ses grandes lignes, la structure actuelle

— une rédaction trop confuse de ces programmes (nous proposions une rédaction par colonnes qui dégageait plus clairement connaissances théoriques, activités à maîtriser, thèmes d'investissement)

— une conception encore trop réticente à l'égard du rôle central des problèmes dans l'activité mathématique

— une grande timidité à l'égard de possibilités optionnelles plus grandes, d'ouverture vers des secteurs moins scolaires des mathématiques.

Section A_1 : Introduction

La section A_1 propose à des élèves, dont l'orientation fondamentale est littéraire, des études mathématiques relativement approfondies avec un horaire hebdomadaire de cinq heures durant deux ans. L'objectif de l'enseignement mathématique dans cette classe est double :

— développer des connaissances de base, indispensables à la poursuite d'études où les mathématiques apparaissent en tant qu'outil, et permettre en particulier aux élèves d'acquérir une certaine autonomie : les mathématiques dont ils auront éventuellement besoin ne leur seront pas toujours "enseignées" ;

— donner un éclairage culturel aux mathématiques en soulignant en particulier leurs modes d'intervention, les aspects historiques, leurs liens avec d'autres disciplines.

Comme dans les autres sections, des thèmes de travail sont destinés à motiver et à illustrer l'étude d'une question sans l'alourdir inutilement.

Le professeur est libre du choix de ces thèmes, mais il tiendra à faire chercher ses élèves à propos de quelques-uns d'entre eux. Ceux qui sont explicités plus loin peuvent être abordés dans un ordre qui n'est aucunement imposé, et plusieurs parmi eux peuvent l'être pour divers titres.

En Terminale, le contenu exigible à l'examen ne doit souffrir d'aucune ambiguïté, et n'est donc accompagné d'aucun thème. Cela ne saurait remettre en cause l'utilité de thèmes.

Le programme de Première A_1 est, en ce qui concerne les contenus mathématiques, le même que celui de Première B, mais aux thèmes à composantes économiques on préfèrera des thèmes plus adaptés à la section A_1. En particulier, dès cette classe de Première on ne manquera pas, chaque fois que l'occasion se présentera, de replacer les questions dans leur contexte historique. L'étude de quelques textes mathématiques originaux, en rapport avec les questions étudiées, est vivement conseillée.

La classe de Terminale A_1 a, elle, un programme spécifique distinct en plusieurs aspects de celui de Terminale B. Là encore, plus qu'en première, on insistera sur l'évolution historique des problèmes et sur l'étude de quelques textes originaux.

L'enseignement des mathématiques ne saurait se réduire à un ensemble de résultats, encore moins de recettes. Il faut donc faire raisonner et démontrer, même si le programme ne le précise pas toujours. On évitera toutefois de lasser les élèves par des démonstrations qui paraîtraient trop artificielles ou trop subtiles.

Programme de Première A_1

I. — ORGANISATION DE DONNEES

Notions succintes sur :

Parties d'un ensemble ; inclusion, complémentaire, réunion, intersection ;

Produit cartésien ;

Relations binaires (ordre, total ou partiel) ;

Partition et relation d'équivalence ;

Applications d'un ensemble fini vers un ensemble fini ; bijection ; composition des applications.

THEMES

* Utilisation d'arbres, de représentations d'une relation binaire.
* Interprétation d'une variable qualitative comme définissant une partition d'une population. Lien avec la notion d'application.
* Mise en place d'algorithmes de classement sur des exemples (bibliothèques).
* Exemples de codages (archéologie, géographie, œuvres littéraires).

II. — STATISTIQUES

Séries statistiques à une variable.
Variables qualitatives et variables quantitatives.
Eléments caractéristiques d'une série statistique ;
— caractéristiques de position : mode, médiane, moyenne ;
— caractéristiques de dispersion : étendue, écart-moyen, écart-type.

THEMES

* Manipulation de documents statistiques qu'on prendra dans les disciplines les plus diverses.
* Etude des effets d'un regroupement en classes.
* Observation de phénomènes aléatoires.
* Evolution historique des statistiques.

III. — SUITES - FONCTIONS

1. - *Suites*

Définition de suites de réels par des procédés divers (formules explicites, programmes de calcul, évolution de systèmes économiques, formules de récurrence).

Comportement global d'une suite. Suites monotones, suites périodiques, suites bornées.

Suites arithmétiques et suites géométriques. Somme des n premiers termes (utilisation du symbole Σ).

La notion de limite sera dégagée à partir d'exemples.

2. - *Fonctions*

a) Remise en place rapide des premiers éléments de l'étude d'une fonction, vus en Seconde (définitions diverses, sens de variation, parité, périodicité, représentation graphique).

Utilisation de ces éléments pour l'étude de fonctions simples (celles qui ont été vues en Seconde, ou qui s'y ramènent par des transformations).

b) Description et exploration numérique des fonctions : "partie entière", polynomiales et rationnelles, trigonométriques, exponentielles et logarithmes. Exemples de construction de fonction par addition et multiplication, de fonctions réciproques (graphiques). Comparaison de deux fonctions (ordre partiel).

c) Comportement local des fonctions.

Recherche, sur des exemples, d'inégalités de type :

$$|f(a+h) - f(a)| \leqslant M|h| \quad , \quad |f(a+h) - f(a) - ch| \leqslant M.h^2$$

Notion de limite en un point, de limite à droite et à gauche.

Etude de quelques formes indéterminées simples (en liaison avec l'extension de la notion de limite).

Exemples de détermination d'asymptotes parallèles aux axes de coordonnées (en liaison avec les extensions à l'infini de la notion de limites).

A partir, par exemple, de l'étude menée sur les inégalités de type ci-dessus, mise en place de la dérivée en un point ; tangente à la courbe représentative.

d) Comportement global d'une fonction.

Fonction dérivée, calcul de dérivées, linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit, d'un quotient.

Dérivées de $x \longmapsto f(x+a)$, de $x \longmapsto f(ax)$.

Dérivées des fonctions polynomiales et rationnelles, des fonctions $x \longmapsto \sqrt{x}$, $x \longmapsto \sin x$ (celle-ci sera admise).

Sens de variation des fonctions dérivables. On admettra que, si f' est positive, f est croissante. Interprétation géométrique et cinématique. Caractérisation des fonctions constantes.

Recherche de maxima et de minima.

Recherche d'inégalités à partir de fonctions dont la dérivée est bornée : si $|f'(x)| \leqslant M$ alors $|f(a+h)-f(a)| \leqslant M|h|$

THEMES

* La tarification S.N.C.F., le barème des impôts peuvent fournir des exemples de fonctions simples et suggérer des suites.
* Intérêts simples et composés.
* Développements décimaux périodiques.
* Suites dont les premiers termes masquent le comportement pour $n > n_0$, montrant donc la nécessité d'une étude précise $\left(\dfrac{10^n}{n!}\ ,\ \dfrac{(1{,}01)^n}{n^2}\right)$.
* Résolution numérique d'équations, séparation des racines, approximations (lien avec les suites), calcul de π, aspect historique de ces questions.
* Problèmes de datations.
* Interpolation linéaire.

IV. — ALGEBRE

Interprétation et résolution graphiques de systèmes d'équations ou d'inéquations du premier degré à deux inconnues.

Sur des exemples, équations du premier degré à 3, 4 inconnues.

Equations et inéquations du second degré à une inconnue.

Polynômes : égalité, factorisation lorsqu'on connaît un zéro.

THEME

* Etude d'algorithmes de résolution de systèmes linéaires en évoquant l'aspect historique. Utilisation de calculatrices.

Commentaires de Première A_1

I. — Il s'agit d'introduire le vocabulaire qui est précisé, et d'entraîner les élèves à utiliser des relations binaires pour organiser des données.

On traitera directement quelques problèmes de dénombrement sans utiliser systématiquement des formules.

Il ne s'agit aucunement de faire des exposés sur les notions ensemblistes, sur les relations binaires, ou sur les applications.

II. — Il s'agit d'entraîner les élèves à lire un document statistique, à présenter des données sous forme de tableaux ou de représentations graphiques, à résumer, discuter, et exploiter un tableau de données.

A l'occasion de l'étude de thèmes on évitera deux pratiques extrêmes :
- le lancement d'enquêtes dont l'ampleur serait démesurée et ne laisserait plus de temps pour le traitement des données.
- l'utilisation exclusive de documents statistiques déjà trop synthétiques.

III. — Le but de ce titre est d'apprendre aux élèves à choisir une suite numérique pour étudier l'évolution d'une situation, à organiser l'étude d'une fonction, à en dégager des propriétés et les interpréter. Pour certains concepts, on passera progressivement de l'étude d'exemples à une synthèse théorique.

On ne perdra pas de vue l'importance des problèmes numériques et l'intérêt d'utiliser des calculatrices scientifiques.

Il est souhaitable que l'étude des suites et des fonctions soit menée de front, et qu'en tout état de cause le lien entre ces deux concepts ne soit pas oublié.

L'étude des suites doit familiariser les élèves avec la notation indicielle et la pratique de la démonstration par récurrence.

Paragraphe a
On évitera toute révision lourde et ennuyeuse. On s'en tiendra à la lettre du programme.

Paragraphe b
Les propriétés "globales" des fonctions, appuyées sur les exemples proposés, seront reliées aux équations numériques. On apprendra également à considérer, par restriction, des fonctions bijectives et à déterminer le sens de variation de fonctions sans utiliser de dérivées.

Paragraphe c
On soulignera l'importance des inégalités proposées pour le calcul des valeurs approchées, d'erreurs, pour les représentations graphiques. On présentera des exemples de fonctions pour lesquelles de telles inégalités sont en défaut :

$$(\text{en } x=0,\ x \longrightarrow \sqrt{x},\ x \longrightarrow |x|).$$

On évitera toute théorie exhaustive de la notion de limite. Elle doit répondre à un besoin, et non pas être étudiée pour elle-même. On s'en servira pour présenter des discontinuités, mais il n'y a pas à étudier systématiquement la continuité en un point. On soulignera le caractère local de la notion de limite.

Paragraphe d

La notion de dérivée sera illustrée par des exemples tirés de la mesure des grandeurs, en sciences économiques, physiques, biologiques, où l'on s'intéresse à l'accroissement $f(a+h)-f(a)$ quand on donne un petit accroissement h à la variable. On pourra parler de taux de variation, de limite de la fonction $x \longmapsto \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ en a. On en donnera des interprétations (cinématique, coût marginal).

Quand $|f'(x)| < M$ il s'agit de montrer sur des exemples comment l'utilisation de la propriété [(f' positive) implique (f croissante)] permet d'obtenir des inégalités, utiles pour des majorations d'erreurs, là où on les obtient difficilement par voie directe. Pour $m < f'(x) < M$ on pourra aussi faire établir (avec $a < b$)

$$m(b-a) < f(b) - f(a) < M(b-a)$$

IV. — Il est important que les élèves sachent mettre en équations un problème linéaire de la vie courante, en organiser la résolution et la discussion, conjuguer des études numériques et graphiques.

On pourra étudier des systèmes de deux équations à deux inconnues contenant un paramètre, et leur interprétation graphique. Dans les autres cas, on se limitera à des équations à coefficients numériques.

Programme de Terminale A_1

I. — NOMBRES

Rappel des propriétés de **N** : addition, multiplication, ordre.

Principe de la démonstration par récurrence.

Ensembles **Z** et **Q**.

Corps **R** : on se bornera à signaler que :

— **Q** et **R** ont même structure algébrique (corps commutatif totalement ordonné),

— **R** a des propriétés que ne possède pas **Q** (exemples de nombres irrationnels, abscisses des points d'un axe...).

Approximations rationnelles (ou décimales) de nombres irrationnels.

Corps **C** des nombres complexes (aucune méthode n'est imposée pour cette introduction).

Bijection $(a,b) \longmapsto a+bi$ de $\mathbf{R}^2$ sur $\mathbf{C}$.

Représentation géométrique d'un nombre complexe ; affixe d'un point, d'un vecteur.

Nombres complexes conjugués.

Module ; inégalité triangulaire ; module d'un produit.

Racines carrées d'un nombre complexe (méthode algébrique).

Résolution des équations du premier et du second degré à coefficients et inconnue complexes.

II. — DENOMBREMENTS

Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments.

Nombre de suites à p éléments d'un ensemble à n éléments.

Nombre de suites à p éléments distincts d'un ensemble à n éléments.

Formule du binôme.

Calculs de probabilités simples issues de dénombrements (par exemples : lancers de deux ou trois dés, jeux de cartes...).

III. — ANALYSE

Composition des fonctions. Dérivée de la composée.

Fonction réciproque : on admettra qu'une fonction f dérivable sur un intervalle $[a,b]$ et dont la dérivée est strictement positive, détermine une bijection croissante de $[a,b]$ sur $[f(a), f(b)]$. Dérivée de la fonction réciproque.

Notion de primitive comme résultat de l'opération inverse de l'opération de dérivation. Liste des primitives élémentaires en liaison avec celle des dérivées.

Primitive d'une combinaison linéaire de fonctions dont on connaît une primitive. Définition de $\int_a^b f(t)\,dt$ lorsque f admet une primitive : c'est la valeur $F(b)-F(a)$, où F est une primitive quelconque de f sur $[a,b]$. Interprétation par la notion d'aire (qu'on admettra). Relation de Chasles.

Inégalités concernant $\int_a^b f(t)\,dt$.

Application des primitives au calcul des aires.

Intégration par parties

On admettra l'existence et l'unicité d'une fonction f, définie et dérivable sur $\mathbf{R}^*_+$, qui vérifie $f(xy)=f(x)+f(y)$, avec $f'=K$ donné dans $\mathbf{R}^*$. On montrera alors que $f'(x)=\dfrac{K}{x}$.

Pour $x>0$, on définira la fonction logarithme népérien par

$$\ln x = \int_1^x \frac{dt}{t}.$$

Etude de cette fonction. Le nombre e est défini par $\ln e = 1$.

Fonction exponentielle définie comme réciproque de $x \longmapsto \ln x$. On la notera $x \longmapsto \exp x$ et on montrera qu'elle vérifie

$$\exp(x+y) = (\exp x)(\exp y)$$

Fonctions $x \longmapsto \log_a x$, $x \longmapsto a^x$, $x \longmapsto x^b$, $(a \in \mathbf{R}_+^*, b \in \mathbf{R})$.

Compléments sur les suites ; comparaison de (a^n) et (n^b), $(n \in \mathbf{N}^*)$.

Exemples de fonctions de deux variables réelles. Fonctions d'une variable associées.

Exemples de fonctions de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}^2$.

Commentaires de Terminale A_1

I. — A propos des extensions $\mathbf{N} \to \mathbf{Z}$, et $\mathbf{Z} \to \mathbf{Q}$, le professeur pourra détailler l'une (et admettre ce qui concerne l'autre) en évitant de lasser les élèves par la vérification in extenso de toutes les propriétés.

On se proposera surtout :
— de caractériser par leurs propriétés élémentaires les ensembles numériques dont les élèves ont déjà la pratique : $\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$;
— de faire apparaître clairement l'intérêt des extensions successives ;
— en introduisant le corps $\mathbf{C}$ (aussi naturellement que possible), d'en montrer l'intérêt sous son aspect algébrique, et historique.

On montrera qu'il n'existe pas de relation d'ordre sur $\mathbf{C}$ compatible avec l'addition et la multiplication ($\mathbf{C}$ n'est pas un corps ordonné).

Sont hors programme :
— toute construction axiomatique de $\mathbf{R}$
— la notion d'argument d'un nombre complexe.

II. — *L'introduction des notions de fonction composée et de fonction réciproque a pour but d'étendre le champ des fonctions usuelles.

* L'aire est une application $\mathcal{A}$ d'un certain ensemble de parties du plan dans $\mathbf{R}_+$ (on ne soulèvera aucune difficulté sur cette notion) ; a et b étant deux réels $(a<b)$, f et g deux fonctions à valeurs dans $\mathbf{R}$ dont on connaît des primitives F et G sur $[a,b]$, telles que $g \leqslant f$, on admettra que l'image par l'application $\mathcal{A}$ de la partie du plan définie par

$$a \leqslant x \leqslant b,\ g(x) \leqslant y \leqslant f(x)$$

est $F(b) - F(a) - [G(b) - G(a)] = \int_a^b [f(t) - g(t)]\, dt.$

* Par inégalités concernant l'intégrale, on entend : f étant une fonction à valeurs dans $\mathbf{R}_+$ admettant sur $[a,b]$ $(a<b)$ une primitive, on a

$$\int_a^b f(t)\, dt \geqslant 0$$

et les conséquences qu'on en tire pour deux fonctions numériques comparables sur un intervalle $[a,b]$.

La connaissance de l'inégalité de Schwarz n'est pas exigible.

* On ne s'interdira pas d'envisager des primitives se présentant sous forme de fonctions composées, ce qui revient à reconnaître une dérivée remarquable dans la fonction à intégrer.

* L'étude simultanée de deux fonctions f, g d'une variable peut faire apparaître l'intérêt de la fonction (f,g) à valeurs dans $\mathbf{R}^2$, et de la courbe plane définie par la représentation paramétrique $x = f(t)$, $y = g(t)$.

Il n'est pas question d'étudier systématiquement les courbes définies par une telle représentation.

* A propos des fonctions de deux variables, on étudiera le relief sur une carte de géographie suffisamment détaillée : coupes, lignes de niveau, sommets, cols. On passera de là à la représentation graphique d'une fonction de deux variables par une surface (et ses sections par des plans $x = c^{te}$, $y = c^{te}$, $z = c^{te}$). Les sciences économiques étudient certaines particularités de telles surfaces, notamment pour des problèmes d'optimisation.

Sections A_2 et A_3 : Introduction

Issus de la classe de seconde commune, les élèves des sections A_2 et A_3, sans faire d'études mathématiques approfondies, doivent avoir néanmoins une activité mathématique véritable.

Les objectifs d'une telle activité sont :
— une formation à la réflexion et à une démarche scientifique qui sera à la fois un complément à une formation littéraire approfondie et un terrain d'investissement d'une culture philosophique. C'est dans cet esprit d'une formation culturelle globale qu'une perspective historique sur quelques questions mathématiques pourra être introduite.
— une vision aussi large et aussi ouverte que possible de moyens d'intervention des mathématiques dans d'autres disciplines. Pour cela, en particulier, on fera ressortir des formes de mathématisation ou de raisonnement de plus en plus fréquentes : dénombrements, arbres, organigrammes, gestion de fichiers, tris, classements, etc...

Plus encore qu'en d'autres sections, on ne confondra pas des ambitions théoriques modestes avec une activité mathématique pauvre, génératrice d'ennui et de réactions de rejet. On se gardera donc de deux excès :
— séparer le discours théorique des exemples ou applications. On fera plutôt surgir les concepts du sein même de problèmes susceptibles d'intéresser les élèves ; c'est là aussi qu'on tentera de les approfondir.
— *réduire l'enseignement* mathématique à un bricolage désordonné. Des synthèses et mises au point théoriques claires restent nécessaires.

De nombreux élèves de ces sections risquent de se trouver en situation de blocage vis à vis des mathématiques, et certains de ces blocages peuvent avoir pris au fil des ans une ampleur démesurée. Une de leurs causes se situe souvent dans de simples difficultés de calcul élémentaire, de compréhension d'une écriture symbolique. Sans se livrer à des révisions systématiques et, par là, ennuyeuses, on ne négligera pas de faire intervenir le plus souvent possible ces éléments les plus simples de l'activité mathématique.

On attachera aussi de l'importance aux méthodes de travail : utilisation de documents, activités interdisciplinaires. Le professeur suggèrera ou organisera tel travail en équipes, telles recherches individuelles, qu'il contrôlera. Il évitera tout ce qui pourrait bloquer un élève en difficulté momentanée ; en particulier, surtout en première, une organisation trop linéaire de l'enseignement pourrait s'avérer maladroite.

Programme de Première A_2-A_3

I. — ORGANISATION DE DONNEES

On partira de quelques situations tirées de domaines très divers pour faire étudier :

— l'utilisation de relations binaires pour organiser des données
— quelques exemples de dénombrements sans utilisation systématique de formules.
— l'apport de certaines représentations graphiques pour l'organisation et le dénombrement (arbres, organigrammes...).
— l'interprétation d'une variable qualitative comme définissant une partition d'une population.
— le tableau d'effectifs (ou de contingence) issu du croisement de deux partitions d'une même population.

II. — ANALYSE

1. - On s'assurera que les outils de la classe de seconde sont convenablement maniés par les élèves, en ce qui concerne la définition et l'exploration des fonctions, leurs variations sur un intervalle borné.

On insistera sur les divers aspects d'une fonction (graphique, numérique, formel) et le passage de l'un à l'autre.

Fonctions monotones par intervalles, taux de variation, extrema. Fonctions périodiques.

2. - Etude de suites se ramenant par exemple à une formule du type $u_n = f(n)$ ou à une formule de récurrence ou à un programme de calcul Comparaison de deux termes consécutifs. Suites croissantes à partir d'un certain rang.

Exemples : $n \longrightarrow an+b$; $n \longrightarrow n^2$; $n \longrightarrow \frac{1}{n}$; $n \longrightarrow \frac{1}{10^n}$; $n \longrightarrow a^n$.

Intérêt d'inégalités du type $u_n \geqslant v_n$ à partir d'un certain rang.

Exemples de comparaison d'une suite à l'une de celles qui précèdent. A partir d'exemples, on montrera l'intérêt d'inégalités de la forme : p étant fixé dans N, pour tout n supérieur à n_0, $|u_n - l| < \frac{1}{10^p}$. On se servira de ce type d'inégalités, en particulier pour dégager la notion de convergence.

3. - Sur des exemples, étude du comportement local d'une fonction définie sur des intervalles bornés (les notions de limite et de continuité ne seront présentées que sur des exemples simples, et on s'aidera de représentations graphiques pour les faire comprendre).

4. - Taux de variation entre deux valeurs "proches", de l'intervalle de définition (qu'on pourra rattacher à une vitesse moyenne, ou à une interprétation graphique). Notion de dérivée en un point (vitesse instantanée, tangente).

On admettra qu'à certaines fonctions on peut associer une fonction dérivée, dont les valeurs résultent de l'approche qui précède.

On pourra admettre les formules usuelles de dérivation (u et v étant deux "bonnes" fonctions, on dérivera $u+v$, λu, uv, $\frac{u}{v}$, u^n, $\sqrt{u}$).

5. - Admettant le théorème fondamental : si $f' \geqslant 0$ sur un intervalle, alors f est croissante sur cet intervalle, on montrera sur de nombreux exemples l'apport de la dérivée à l'étude d'une fonction. On examinera plus précisément les fonctions polynômes (en particulier du second degré), les fonctions $x \rightarrow \frac{k}{x}$, $x \rightarrow \sqrt{x}$.

THEMES (à titre indicatif)

* La tarification SNCF, le barème des impôts, fournissent des exemples de suites et de fonctions (en escalier, affines par morceaux).
* Intérêts simples et composés.
* Mesures en sciences expérimentales.
* Interpolation linéaire.

Commentaires de Première A_2-A_3

1. - On s'en tiendra aux indications de travail fournies par le programme en évitant tout excès. Il n'est pas question de faire "un cours" sur les relations binaires, ni d'être exhaustif en ce qui concerne l'organisation et le dénombrement.

II. - Les notions d'analyse seront toujours présentées à partir d'exemples pris dans les domaines et disciplines les plus variés. On soulignera leur intérêt dans le contexte où on les abordera. On s'abstiendra de formaliser les concepts de limite, de continuité, de dérivée.

1. et 2. - Il peut être souhaitable de ne pas séparer les suites et les fonctions, mais le professeur présentera ces questions dans l'ordre qui lui conviendra. L'usage de calculatrices s'avèrera souvent fécond.

5. - L'étude des branches infinies de courbes représentatives est en dehors du programme.

On observera encore que :
— les thèmes sont destinés à motiver et à illustrer l'étude d'une question en rendant les élèves actifs, et ne doivent pas alourdir inutilement cette étude. Le professeur est libre du choix des thèmes ; ceux qui figurent ici sont donnés à titre d'exemples.
— le professeur est invité à présenter à ses élèves des textes de mathématiques offrant un intérêt historique.

Programme de Terminales A_2 et A_3

I. — STATISTIQUES

Séries statistiques à une variable.

Eléments caractéristiques d'une série statistique :
caractéristiques de position : mode, médiane, moyenne
caractéristiques de dispersion : étendue, écart-moyen, écart-type.

Variables qualitatives et variables quantitatives : cas de deux variables - Initiation à l'ajustement linéaire.

II. — ANALYSE

Au moyen d'exercices divers, rappel des résultats obtenus en Première quant au calcul des dérivées usuelles.

Compléments sur les fonctions : composition, dérivée d'une fonction composée (on admettra le résultat).

Mise en place d'asymptotes sur les représentations graphiques : asymptotes parallèles aux axes de coordonnées, d'abord, puis étude de fonctions de la forme $x \longrightarrow ax + b + \varphi(x)$ où $\varphi(x)$ a pour limite zéro quand x tend vers l'infini.

Etude de fonctions rationnelles ou irrationnelles simples.

Etude de $x \longrightarrow a^x$ $(a > 0)$ par prolongement (de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$) de la définition de $n \longrightarrow a^n$.

Comparaison de (a^n) à (n^p) (pour p fixé dans $\mathbb{R}$)

Echelles logarithmiques.

III. — OPTIONS

Dans le but d'aider les élèves à suivre avec plus d'intérêt un enseignement qui se veut ici plus culturel que technique, il a été décidé de leur proposer, pour compléter les statistiques et l'analyse, le programme de *l'une* des cinq options indiquées.

Cette option sera choisie par le professeur en accord avec sa classe ; son contenu figurera dans le dossier du candidat à l'examen.

Les commentaires du programme précisent comment concevoir ces options.

A. - Arithmétique

L'ensemble N étant supposé connu, on rapellera ses propriétés.

Utilité d'autres nombres que les naturels pour résoudre des équations : Z, Q

Bases de numération (se limiter à 2 et 10).

Divisibilité, diviseurs, p.g.c.d.

Nombres premiers, exercices de factorisation.

B. - Activités algorithmiques

1) Classements

Algorithmes de rangement de nombres par ordre croissant, de mots dans l'ordre lexicographique.

2) Tris

Ranger des objets par sous-ensembles selon certaines caractéristiques.

Par exemple : ranger des entiers selon le nombre de leurs diviseurs, crible d'Eratosthène pour les nombres premiers.

3) Accès à un fichier.

Recherche d'un nombre, d'un mot dans une liste.

4) Algorithmes arithmétiques

Division euclidienne ; algorithme d'Euclide.

Bases de numération et problème des opérations sur les "grands nombres" au moyen d'une calculatrice.

5) Convergence et approximations.

Résolution numérique d'équations par différentes méthodes. Nombres calculés comme limites de suites.

Test d'arrêt. Vitesse de convergence.

C. - Géométrie

Construction de courbes remarquables par points et tangentes : coniques, exemples de courbes cycloïdales.

Polygones réguliers, leurs symétries. Le nombre π (valeurs approchées).

Polyèdres réguliers (cube et tétraèdre). Sphère.

D. - Probabilités

Matériel des jeux de hasard (pièces, cartes, dès, loto, roulettes...)

Calcul de probabilités simples d'événements liés à une expérience aléatoire ; espérance du gain d'un joueur.

Répétitions des expériences : lancer de plusieurs dés, tirages successifs avec ou sans remise dans une urne.

Etude de quelques problèmes classiques (chevalier de Méré, Règle des Partis).

E. - Astronomie

Les horloges et la notion astronomique de temps :

Temps solaire vrai et cadran solaire. Temps solaire moyen et temps universel ; fuseaux horaires.

Les calendriers

Problème du repérage des jours. Calendrier julien. Calendrier grégorien.

La genèse des lois de Képler.

Problème des mouvements apparents du soleil et des planètes. Solution de Ptolémée, celle de Copernic. Le mystère cosmographique de Képler. La rencontre avec Tycho Brahé. Les deux premières lois. Les découvertes de Galilée et de Neper. La troisième loi.

Satellites naturels et artificiels

La gravitation universelle

Genèse des principes de la mécanique. *La loi d'inertie chez Descartes* et Galilée. Recherches de Newton et mesure du rayon de la Terre.

La vitesse de la lumière

Les idées sur la nature de la lumière au XVII^e siècle

Etude des phénomènes des satellites de Jupiter.

La première mesure de c par Roemer. Les mesures modernes.

Commentaires de Terminales A_2-A_3

I. - Il s'agit d'habituer les élèves à lire un document statistique, à présenter des données sous forme de tableaux ou de représentations graphiques ; à résumer, discuter, exploiter un tableau de données.

III. - OPTIONS

L'option correspond à environ une quinzaine d'heures de classe. On préfèrera l'étude plus approfondie de quelques-unes des questions proposées à un survol rapide de toutes celles qui figurent dans l'option.

Comme il a été dit dans l'introduction, on ne manquera pas, pour chaque option, d'évoquer l'aspect historique des notions qu'elle présente, au moyen de textes convenablement choisis.

A. - Arithmétique

Pour les élèves littéraires, il n'est pas sans intérêt de voir qu'un ensemble aussi "naturel" que **N** peut être l'objet d'une étude mathématique poussée. Mais le professeur reste libre, à propos de **Z** et **Q**, d'énoncer des propriétés ou de les introduire par le procédé qu'il jugera bon.

On montrera l'intérêt de la numération en base 2.

On s'en tiendra aux caractères de divisibilité usuels et l'on évoquera quelques-uns des problèmes soulevés dans le passé par les nombres premiers.

B. - Activités algorithmiques

Nous entendons ici par "algorithme" une suite finie et ordonnée d'instructions de calculs, ou d'opérations logiques.

L'importance des procédures algorithmiques en mathématiques, et surtout dans des activités para-mathématiques (gestion de données, de stocks, constitution et utilisation de fichiers, codages,...) liées à la banalisation de l'informatique, justifie amplement une initiation à ce type d'activités. Les objectifs d'une telle initiation sont :
— analyse d'un problème et de son traitement algorithmique ;
— description d'un algorithme ;
— comparaison de différents algorithmes permettant de résoudre un même problème.

On se servira d'exemples variés (voir programme) pour réaliser les objectifs ci-dessus.

On notera que certains algorithmes simples peuvent s'exécuter "à la main" ; d'autres ne nécessitent que des moyens très limités (calculatrice de poche, programmable ou non).

Enfin, on observera que, malgré l'apparente trivialité des problèmes de classement, une grande partie de l'activité informatique est consacrée à ce type de questions.

C. - Géométrie

Un objectif de cette option, dans une section où peuvent se trouver de futurs artistes, peut être de faire valoir l'aspect décoratif et ornemental des polygones réguliers et des courbes remarquables (courbes cycloïdales fermées). Il n'est pas sans intérêt, en outre, d'entraîner les élèves au maniement des instruments de dessin. Le professeur veillera donc au soin dans le tracé des figures, ainsi qu'à la précision.

On pourra envisager divers procédés de construction des coniques par exemple : définition bifocale, bande de papier (ellipse), hyperbole rapportée à ses asymptotes. Il n'est pas demandé de justifier le passage d'une définition à une autre ou à un procédé de construction.

A propos de calcul d'éléments remarquables de polygones, on pourra revoir les définitions et formules simples de trigonométrie qui figurent au programme de seconde.

D. - Probabilités

Il sera davantage question de rendre compte d'expériences, d'évoquer divers problèmes soulevés là aussi dans le passé, que de construire une théorie. Toute formalisation est à proscrire.

E. - Astronomie

L'objectif de cette option sera, plus que de connaître l'état actuel de la science, de comprendre comment tel problème a été posé dans l'Histoire et quelles sont les réponses successives qui ont été formulées. On s'attachera moins aux résultats qu'aux façons de les obtenir, afin que cet enseignement soit aussi riche que possible d'exemples vécus des méthodes de la recherche.

Le professeur évitera, là comme ailleurs, de réduire ces séances d'astronomie à des monologues personnels. Il invitera plutôt un élève ou un petit groupe d'élèves à se documenter et à présenter tel ou tel aspect des questions évoquées. Il donnera une synthèse de ce qu'il faut retenir. Il ne manquera pas non plus d'utiliser, pour des observations éventuelles, le matériel figurant au laboratoire du lycée.

Section B : Introduction

La section B est destinée à préparer les élèves de l'enseignement secondaire aux études en sciences économiques et sociales. La mise au point des programmes a donc tenu compte de plusieurs objectifs :

— munir les élèves d'un bagage mathématique correspondant aux besoins de nombreux utilisateurs :

importance des statistiques, chaque jour plus grande ;

importance des représentations graphiques de fonctions de types très divers ;

importance de tout ce qui peut préparer à la programmation linéaire.

Il va de soi, toutefois, que les élèves ne sauraient maîtriser un volume trop grand de connaissances ; il a donc fallu se limiter.

— comme en toute section, n'introduire toute notion nouvelle qu'après l'avoir fait manipuler et avoir fait comprendre son utilité ;

— appuyer cette notion par des activités complémentaires. C'est ainsi que des thèmes de travail sont proposés pour la classe de Première, mais le choix de tels thèmes reste libre ; le professeur entrainera ses élèves à la recherche, à l'occasion de quelques-uns d'entre eux. Les thèmes qui sont explicités peuvent être abordés dans un ordre qui n'est aucunement imposé, et plusieurs parmi eux peuvent l'être pour divers titres.

En Terminale, le contenu exigible à l'examen ne doit souffrir d'aucune ambiguïté et n'est donc accompagné d'aucun thème. Cela ne saurait remettre en cause l'utilité de ces thèmes.

Les professeurs organiseront leur enseignement comme ils l'entendront. Leur attention est attirée sur trois points :

* l'organisation des données, les statistiques, supposent que l'on dispose de documents variés. Les établissements scolaires en trouveront près des C.R.D.P.
* il n'est pas toujours précisé, dans les programmes, ce qu'on démontrera et ce qu'on admettra. L'enseignement des mathématiques ne saurait se réduire à un ensemble de résultats, et encore moins de recettes. Il faut donc faire raisonner et démontrer ; on évitera toutefois de lasser les élèves par des démonstrations qui paraîtraient trop artificielles ou trop subtiles.
* Chaque titre du programme est éclairé par le commentaire associé.

Programme de Première B

I. - ENSEMBLES FINIS - ORGANISATION DE DONNEES

Parties d'un ensemble ; inclusion, complémentaire, réunion, intersection.

Produit cartésien.

Relations binaires (exemples de pré-ordre, ordre, total ou partiel).

Partition et relation d'équivalence.

Applications d'un ensemble fini vers un ensemble fini. Surjection, injection, bijection ; composition des applications.

THEMES

* Utilisation d'arbres, de représentations d'une relation binaire.
* Interprétation d'une variable qualitative comme définissant une partition d'une population. Lien avec les applications.
* Croisement de deux partitions. Tableau d'effectifs (ou de contingence) ; produit de deux ordres.
* Exemples de codages - Leur utilisation pré-informatique.
* Mise en place, sur des exemples, d'algorithmes de classement.

II. - STATISTIQUES

Séries statistiques à une variable.

Variables qualitatives et variables quantitatives.

Eléments caractéristiques d'une série statistique :
caractéristiques de position : mode, médiane, moyenne ;
caractéristiques de dispersion : étendue, écart-moyen, écart-type.

THEMES

* Manipulation de documents statistiques variés.
* Etude des effets d'un regroupement en classes.
* Elaboration et comparaison de graphiques à échelles arithmétiques, logarithmiques, semi-logarithmiques.
* Utilisation de graphiques polaires, triangulaires.
* Observation de phénomènes aléatoires.

III. - SUITES - FONCTIONS

1. - Suites.

Définition de suites de réels par des procédés divers (formules explicites, programmes de calcul, évolution de systèmes économiques, formules de récurrence).

Comportement global d'une suite. Suites monotones, suites périodiques, suites bornées.

Suites arithmétiques et suites géométriques. Somme des n premiers termes. Utilisation du symbole Σ.

La notion de limite sera dégagée à partir d'exemples.

2. - Fonctions.

a) Les définitions diverses d'une fonction, le sens de variation, la parité, la périodicité, la représentation graphique, ont déjà été vus en Seconde.

On s'assurera que ces éléments sont bien en possession des élèves et on s'en servira à la fois pour les fonctions vues en Seconde, pour celles qui s'y ramènent par transformations.

b) Description et exploration numérique des fontions : "partie entière" polynomiales et rationnelles, trigonométriques, exponentielles et logarithmes. Exemples de construction de fonctions par addition et multiplication, de fonctions réciproques (graphique). Comparaison de deux fonctions.

c) Comportement local des fonctions.

Recherche, sur des exemples, d'inégalités de type

$$|f(a+h)-f(a)| \leq M|h| \ , \ |f(a+h)-f(a)-ch| \leq M.\ h^2$$

Notion de limite en un point, de limite à droite et à gauche.

Etude de quelques formes indéterminées simples.

Exemples de détermination d'asymptotes parallèles aux axes de coordonnées (en liaison avec l'extension de la notion de limite).

A partir, par exemple, de l'étude menée sur les inégalités ci-dessus, mise en place de la dérivée en un point ; tangente à la courbe représentative.

d) Comportement global d'une fonction.

Fonction dérivée, calcul de dérivées, linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit, d'un quotient.

Dérivées de $x \longrightarrow f(x+a)$, de $x \longrightarrow f(ax)$.

Dérivées des fonctions polynomiales et rationnelles, des fonctions $x \longmapsto \sqrt{x}$, $x \longmapsto \sin x$ (celle-ci sera admise).

Sens de variation des fonctions dérivables : on admettra que si f' est positive, f est croissante. Interprétation géométrique et cinématique. Caractérisation des fonctions constantes.

Recherche de maxima et de minima.

Recherche d'inégalités à partir de fonctions dont la dérivée est bornée : si $|f'(x)| \leq M$, alors $|f(a+h)-f(a)| \leq M|h|$.

THEMES

* La tarification SNCF, le barême des impôts, fournissent des exemples de suites et de fonctions (en escalier, affines par morceaux).
* Exemples, illustrant la nécessité d'une étude approfondie, de suites dont les premiers termes masquent le comportement pour $n > n_0$

$$\left(\frac{10^n}{n\,!} \ , \ \frac{(1{,}01)^n}{n^2} \right) .$$

* Intérêts simples et composés. Plans d'épargne et de financement.
* Performances comparées de deux algorithmes (à propos de suites convergentes, de calcul de *f(x)*).
* Approximation d'une fonction par une fonction plus simple sur un intervalle.

Interpolation et extrapolation linéaires.

* Résolution numérique d'équations, séparation et approximation des racines (en laison avec les suites et les fonctions).
* Interprétation graphique et exploitation d'inégalités portant sur une fonction ou sur son taux de variation.
* Problèmes simples d'optimisation.

IV. - ALGEBRE

Interprétation et résolution graphiques des systèmes d'équations ou inéquations du premier degré à deux inconnues.

Sur des exemples, équations du premier degré à 3,4 inconnues

Equations et inéquations du second degré.

Polynômes : égalité, factorisation lorsqu'une racine est donnée.

THEMES

* Problèmes du premier et du second degré d'origine économique.
* Formulation en termes de programmation linéaire.
* Mise en place de la résolution numérique d'un système linéaire.

Commentaires de Première B

I. - Il s'agit d'introduire le vocabulaire qui est précisé, et d'entraîner les élèves à utiliser des relations binaires pour organiser des données.

On traitera directement quelques problèmes de dénombrement, sans utiliser systématiquement des formules.

Il ne s'agit aucunement de faire des exposés sur les notions ensemblistes, sur les relations binaires, ou sur les applications.

II. - Il s'agit d'entraîner les élèves à lire un document statistique, à présenter des données sous forme de tableaux ou de représentations graphiques, à résumer, discuter, et exploiter un tableau de données.

A l'occasion de l'étude de thèmes on évitera deux pratiques extrêmes :

— le lancement d'enquêtes dont l'ampleur serait démesurée et ne laisserait plus de temps pour le traitement des données

— l'utilisation exclusive de documents statistiques déjà trop synthétiques.

III. - Le but de ce titre est d'apprendre aux élèves à choisir une suite numérique pour étudier l'évolution d'une situation, à organiser l'étude d'une fonction, à en dégager des propriétés et les interpréter. Pour certains concepts on passera progressivement de l'étude d'exemples à une synthèse théorique.

On ne perdra pas de vue l'importance des problèmes numériques et l'intérêt d'utiliser des calculatrices.

Il est souhaitable que l'étude des suites et des fonctions soit menée de front et qu'en tout état de cause le lien entre ces deux concepts ne soit pas oublié.

L'étude des suites doit familiariser les élèves avec la notation indicielle et la pratique de la démonstration par récurrence. On mettra en évidence l'utilisation des suites en économie. On pourra associer cette étude à celle de phénomènes discrets, et comparer les comportements de différentes suites.

a) On évitera toute révision lourde et ennuyeuse. On s'en tiendra à la lettre du programme.

b) Les propriétés "globales" des fonctions, appuyées sur les exemples proposés, seront reliées aux équations numériques. On apprendra également à construire par restriction des fonctions bijectives et à déterminer le sens de variation de fonctions sans utilisation de dérivées.

c) On soulignera l'importance des inégalités proposées pour les calculs de valeurs approchées, d'erreurs, pour les représentations graphiques. On présentera des exemples de fonctions pour lesquelles de telles inégalités sont en défaut.

$$(\text{en } x = 0\ ,\ x \mapsto \sqrt{x},\ \ x \mapsto |x|)$$

On évitera toute théorie exhaustive de la notion de limite. Elle doit répondre à un besoin et non pas être étudiée pour elle-même. On s'en servira pour observer des discontinuités, mais il n'y a pas à étudier systématiquement la continuité en un point. On soulignera le caractère local de la notion de limite.

Pour les asymptotes, on se bornera à des exemples simples. Les sciences économiques et biologiques peuvent en fournir.

d) La notion de dérivée sera illustrée par des exemples tirés de la mesure des grandeurs, en sciences économiques, physiques, biologiques, où l'on s'intéresse à l'accroissement $f(a+h) - f(a)$ quand on donne un petit accroissement h à la "variable". On pourra parler de taux de variation, de limite de la fonction $x \mapsto \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ en a. On en donnera des interprétations (cinématique, coût marginal). Quand $|f'(x)| \leqslant M$, il s'agit de montrer sur des exemples comment l'utilisation de la propriété [(f' positive) implique (f croissante)] permet d'obtenir des inégalités, utiles pour des majorations d'erreurs, là où on les obtient difficilement par voie directe. Pour

$$m \leqslant f'(x) \leqslant M\,,$$

on pourra aussi faire établir :

$$(\text{avec } a<b) \qquad m\,(b-a) \leqslant f(b)-f(a) \leqslant M\,(b-a)$$

IV. - Il est important que les élèves sachent mettre en équations un problème linéaire de la vie courante, en organiser la résolution et la discussion, conjuguer des études numériques et graphiques.

On pourra étudier des systèmes de deux équations à deux inconnues contenant un paramètre et leur interprétation graphique. Dans les autres cas on se limitera à des équations à coefficients numériques.

Programme de Terminale B

I. - DENOMBREMENTS

Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments.
Nombre de suites à p éléments d'un ensemble à n éléments.
Nombre de suites à p éléments distincts d'un ensemble à n éléments.
Calcul de probabilités simples issues de dénombrements.
Formule du binôme.
Schéma de Bernoulli. Distribution binômiale.

II. - STATISTIQUES

Etude simultanée de deux variables qualitatives.
Tableaux d'effectifs (ou de contingence). Fréquences marginales et conditionnelles.
Etude simultanée de deux variables quantitatives.
Ensemble de régression d'une variable par rapport à l'autre.
Ajustement affine par moindres carrés. Droites de régression.
Coefficient de corrélation linéaire.

III. - ALGEBRE LINEAIRE

Ensemble $\mathbf{R}^n$. Addition. Multiplication par un réel.

Vecteur ; notation $\vec{X} = (x_1, x_2, \dots x_n)$
Combinaisons linéaires. Sous ensembles stables par combinaison linéaire.
Familles génératrices. Familles libres. Bases.
Retour sur les systèmes d'équations du premier degré. Interprétation et représentation graphique dans $\mathbf{R}^2$.

IV. - ANALYSE

Composition des fonctions. Dérivée d'une fonction composée.

Fonction réciproque : on admettra qu'une fonction dérivable f sur un intervalle $[a,b]$ et dont la dérivée est strictement positive détermine une bijection croissante de $[a,b]$ sur $[f(a), f(b)]$. Dérivée de la fonction réciproque.

Notion de primitive comme résultat de l'opération inverse de l'opération de dérivation. Liste des primitives élémentaires en liaison avec celle des dérivées.

Primitive d'une combinaison linéaire de fonctions dont on connaît une primitive.

Définition de $\int_a^b f(t)\,dt$ lorsque f admet une primitive : c'est la valeur

$$F(b) - F(a),$$

où F est une primitive quelconque de f sur $[a,b]$.

Interprétation par la notion d'aire (qu'on admettra).
Relation de Chasles.

Inégalités concernant $\int_a^b f(t)\,dt$.

Application des primitives au calcul des aires.

Intégration par parties.

On admettra l'existence et l'unicité d'une fonction f, définie et dérivable sur $\mathbf{R}_+^*$, qui vérifie $f(xy) = f(x) + f(y)$, avec $f'(1) = K$ donné dans $\mathbf{R}^*$. On montrera alors que $f'(x) = \dfrac{K}{x}$.

Pour $x > 0$, on définira la fonction logarithme népérien par

$$\ln x = \int_1^x \frac{dt}{t}.$$

Etude de cette fonction. Le nombre e est défini par $\ln e = 1$.

Fonction exponentielle définie comme réciproque de $x \mapsto \ln x$. On la notera $x \mapsto \exp x$ et on montrera qu'elle vérifie

$$\exp(x + y) = (\exp x) \,.\, (\exp y).$$

Fonctions $x \mapsto \log_a x$, $x \mapsto a^x$, $x \mapsto x^b$, $(a \in \mathbf{R}_+^*,\ b \in \mathbf{R})$.

Compléments sur les suites : comparaison de (a^n) et (n^b), $(n \in \mathbf{N}^*)$.

Exemples de fonctions de deux variables réelles. Fonctions d'une variable associées.

Exemples de fonctions de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}^2$.

Commentaires de Terminale B

I. - Le schéma de Bernoulli est présenté en annexe.

II. - Il s'agit moins de développer des techniques de calcul que de dégager, sur des exemples variés, soit l'ajustement d'un modèle affine, soit une mesure de la dépendance entre deux variables.

III. - Les notions d'algèbre linéaire introduites par le programme permettent, d'une part de décomposer un vecteur suivant d'autres vecteurs donnés, d'autre part d'étudier des exemples de résolutions de systèmes d'équations et inéquations linéaires, en liaison avec quelques problèmes simples de programmation linéaire et d'optimisation.

IV. - * L'introduction des notions de fonction composée et de fonction réciproque permet d'étendre le champ des fonctions usuelles.

* L'aire est une application $\mathcal{A}$ d'un certain ensemble de parties du plan dans $\mathbf{R}_+$ (on ne soulèvera aucune difficulté sur cette notion) ; a et b étant deux réels ($a < b$), f et g deux fonctions à valeurs dans $\mathbf{R}$ dont on connaît des primitives F et G sur $[a,b]$, telles que $g \leqslant f$, on admettra que l'image par l'application $\mathcal{A}$ de la partie du plan définie par

$$a \leqslant x \leqslant b\ ,\ g(x) \leqslant y \leqslant f(x)$$

$$\text{est } F(b) - F(a) - [G(b) - G(a)] = \int_a^b [f(t) - g(t)]\, dt$$

* Par inégalités concernant l'intégrale, on entend : f étant une fonction à valeurs dans $\mathbf{R}_+$ admettant sur $[a,b]$ ($a < b$) une primitive, on a

$$\int_a^b f(t)\,dt \geqslant o$$

et les conséquences qu'on en tire pour deux fonctions numériques comparables sur un intervalle $[a,b]$.

La connaissance de l'inégalité de Schwarz n'est pas exigible.

* On ne s'interdira pas d'envisager des primitives se présentant sous forme de fonctions composées, ce qui revient à reconnaître une dérivée remarquable dans la fonction à intégrer.

* L'étude simultanée de deux fonctions f, g d'une variable peut faire apparaître l'intérêt de la fonction (f,g) à valeurs dans $\mathbf{R}^2$, et de la courbe plane définie par la représentation paramétrique

$$x = f(t) \quad , \quad y = g(t).$$

Il n'est *pas* question d'étudier systématiquement les courbes définies par une telle représentation.

* A propos des fonctions de deux variables, on étudiera le relief sur une carte de géographie suffisamment détaillée : coupes, lignes de niveau, sommets, cols. On passera de là à la représentation graphique d'une fonction de deux variables par une surface (et ses sections par des plans $x = c^{te}$, $y = c^{te}$, $z = c^{te}$). Les sciences économiques étudient certaines particularités de telles surfaces, notamment pour des problèmes d'optimisation.

Annexe (aux commentaires de Terminale B)

N.B. Les élèves devront connaître les notations $\binom{n}{p}$ et C_n^p pour le nombre des parties à p éléments d'un ensemble à n éléments ($p \leq n$).

Schéma de Bernoulli :

De nombreuses démarches sont possibles pour le présenter, étant entendu qu'il s'agit bien de présentation et non pas d'étude exhaustive.

Par exemple, les trois suivantes :

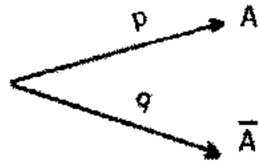
1/ Une fois observé que la probabilité de sortie d'une boule blanche par un tirage dans une urne qui contient b blanches et r rouges ne dépend que du rapport $\frac{b}{r}$, une étude expérimentale conduit à l'équivalence entre deux tirages successifs avec remise dans une telle urne et un tirage dans une urne contenant b^2 boules BB, br boules BR, rb boules RB et r^2 boules RR. n tirages successifs avec remise équivalent à un seul tirage dans une urne contenant b^n boules BB..... B,....., r^n boules RR.....R ; dans cette urne le nombre de boules dont le nom comporte k fois la lettre B et $(n - k)$ fois la lettre R est $\binom{n}{k} b^k r^{n-k}$

La probabilité de tirer une telle boule est donc :

$$\binom{n}{k} \left(\frac{b}{b+r}\right)^k \left(\frac{r}{b+r}\right)^{n-k}$$

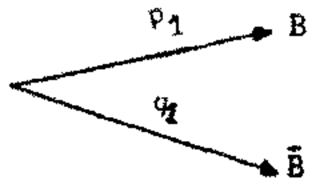
On admettra que, plus généralement, si l'on répète n fois une même expérience comportant deux issues, l'une, le succès, de probabilité p, l'autre, l'échec, de probabilité $1 - p = q$ (par exemple en utilisant une roue de loterie comportant un secteur angulaire blanc d'ouverture $2\pi p$) la probabilité d'observer k succès est $\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

2/ A une expérience à deux éventualités A de probabilité p et $\bar{A}$ de probabilité $q = 1 - p$, on associe l'arbre à deux branches :

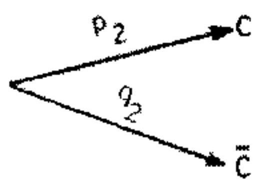


Si on effectue ensuite une deuxième expérience dépendant du premier résultat et décrite par l'un des deux arbres :

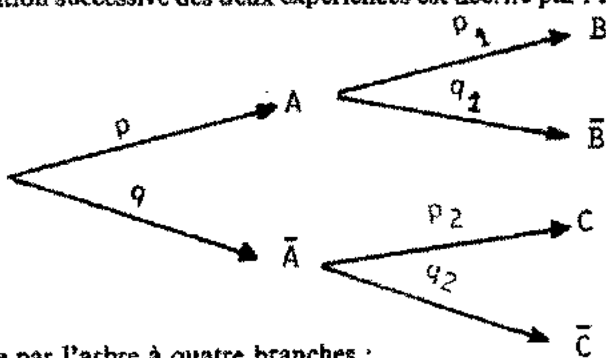
si le premier résultat est A



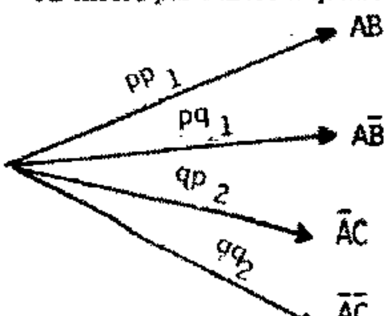
si le premier résultat est $\bar{A}$



La réalisation successive des deux expériences est décrite par l'arbre :

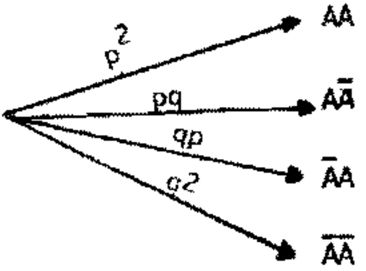


ou encore par l'arbre à quatre branches :

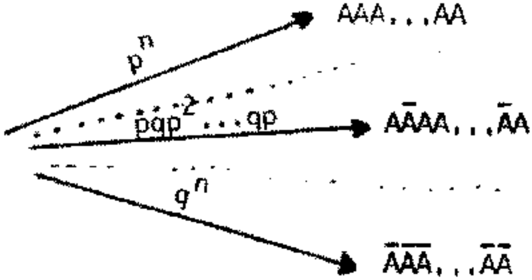


(les probabilités portées par chaque branche étant le produit des probabilités correspondantes)

Dans le cas particulier de la répétition de deux expériences identiques, cet arbre devient :



En itérant ce processus de représentation, on décrit la succession de n expériences identiques par un arbre à 2^n branches :



Dans cet arbre, il y a $\binom{n}{k}$ branches conduisant à un résultat composé de k A et de $(n - k)$ $\overline{\text{A}}$.

On en déduit la distribution binomiale.

3/ On définit une probabilité sur un ensemble fini Ω comme une application P de $\mathcal{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$ telle que $P(\Omega) = 1$ et que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \qquad \text{si } A \cap B = \phi$$

On définit l'indépendance de A et B par : $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$.

Le schéma de Bernoulli est décrit par n événements $A_1, A_2, \ldots A_n$ indépendants et de même probabilité p.

Les A_i définissent alors une partition de Ω en 2^n parties (ou événements) de probabilité $p^k q^{n-k}$, et l'ensemble des ω qui appartiennent à k des A_i a pour probabilité $\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

Les élèves seront habitués à reconnaître le schéma de Bernoulli dans des énoncés de formes diverses faisant intervenir une répétition d'expériences identiques (lancers simultanés de dés ou de pièces, tirages successifs avec remise dans un sac de jetons, utilisations à plusieurs reprises de la même roulette...).

On donnera des exemples de schémas expérimentaux qui ne sont pas des schémas de Bernoulli : tirages dans une urne sans remise, ou avec remise et ajout ; répartition de n billets d'une loterie entre n joueurs...

La distribution binomiale donnera lieu à des représentations graphiques variées suivant les valeurs de n et de p, construites à partir de tables ou de calculatrices.

On pourra utiliser ces représentations pour une approche qualitative de la loi des grands nombres et de la courbe en cloche.

Sections F

Position de l'A.P.M.E.P.

Ces textes sont un compromis entre diverses propositions des membres du groupe de travail, remaniées à la suite des remarques issues d'une première concertation qui s'est faite par la voie des IREM et des régionales A.P.M.E.P.

Dire que les représentants A.P.M.E.P. au groupe de treavail soient entièrement satisfaits serait très exagéré. Retenons parmi les points qui nous semblent positifs :

— le fait que les programmes n'apparaissent pas comme des sous-programmes de C ;

— que l'enseignement de l'analyse a été simplifié.

Mais on regrette :

— le manque de précisions sur les différents niveaux d'approfondissement exigibles suivant la section dans le cadre du baccalauréat ;

— l'horaire des séries F_7 et $F_{7'}$, ainsi que leur programme ; nous aurions aimé qu'il soit plus proche de celui de la série F_6.

Programme des Premières F1, F2, F3, F4, F5, F6, F9, F10

Algèbre

1) Calculs sur les fonctions polynômes à une variable ; mise en facteur de $(x-a)$ dans un polynôme admettant a pour racine.

2) Forme canonique du trinôme du second degré ; racines de l'équation du second degré ; somme et produit des racines.

3) Définition des suites arithmétiques et géométriques ; différents procédés de récurrence donnant le terme général. Somme des *n* premiers termes. Exemples d'utilisations pratiques.

4) Nombres complexes : règles de calcul sur les sommes $(a+bi)$ (avec $i^2=-1$). Nombres complexes conjugués. Représentation géométrique ; module et argument. Lien avec la trigonométrie.

Analyse

On n'utilisera que des fonctions définies sur un intervalle, sauf peut-être en un petit nombre de points, et généralement un intervalle borné (les fonctions usuelles telles que $x \to \frac{1}{x}$ ou $x \to x^2$ seront étudiées sur $\mathbb{R}$). Dans le prolongement du programme de Seconde, on fera une large part à la représentation graphique. La continuité ne doit pas faire l'objet d'un exposé théorique, mais on donnera des exemples simples de fonctions discontinues et des exemples de fonctions définies par morceaux.

1) En travaux dirigés, uniquement mettre au point les connaissances acquises en Seconde.
Fonctions définies sur un même intervalle : opérations, ordre $(f \leq g)$.

2) Définition de la limite nulle en zéro. Propriétés des fonctions admettant 0 comme limite :
i. Chacune est bornée sur un intervalle convenable contenant 0.
ii. Somme de deux fonctions de limite nulle.
iii. Produit d'une fonction de limite nulle par une fonction bornée.
Ces propriétés peuvent être admises sans démonstration.

3) Développement à l'ordre zéro : limite finie en un point.

4) Développement à l'ordre un : fonction dérivable et nombre dérivé en un point. Interprétations géométrique et cinématique.

5) Fonctions dérivées ; notations : f', $\frac{df}{dx}$. Fonction dérivée seconde. Opérations sur les fonctions dérivées (somme, produit, quotient) ; dérivée d'une fonction composée $x \to f(ax+b)$. Dérivées des fonctions trigonométriques.

Les théorèmes de dérivation pourront, en tout ou en partie, être admis sans démonstration.

6) Etude globale d'une fonction. Lien entre le sens de variation et le signe de la dérivée (théorèmes admis).

Applications à la résolution d'équations du type : $f(x)=a$. Cas où f est une fonction trigonométrique sinus, cosinus ou tangente.

Applications à la résolution d'inéquations du type $f(x) \geqslant a$. Cas du trinôme du second degré.

7) Etude locale d'une fonction. Equation de la tangente en un point. Recherche d'extremums.

8) Primitives d'une fonction.

Le calcul des primitives doit être une simple lecture inverse du tableau des dérivées. On admettra que, s'il existe une primitive, elle est déterminée par la valeur qu'elle prend en un point.

Fonction logarithme népérien : c'est la primitive de la fonction $x \to \frac{1}{x}$ qui est nulle en 1. Propriété fondamentale ($\ln ax = \ln a + \ln x$). Définition du logarithme décimal ($\log x = M.\ln x$).

Géométrie

1) Vecteurs du plan et de l'espace : somme, produit par un scalaire. Dépendance et indépendance linéaire. Coordonnées dans une base donnée.

2) Produit scalaire ; expression analytique.

Relations métriques dans le triangle :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$;

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R, \quad A+B+C=\pi \ ;$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A \ ;$$

Application aux triangles semblables.

3) Produit vectoriel ; expression analytique.

4) Problèmes de géométrie plane :

Equation du cercle.

Barycentre ; point divisant un segment dans un rapport donné.

Exemples de recherche d'ensembles de points.

5) Géométrie dans l'espace.

Définition des solides usuels : tétraèdre, prisme, parallélépipède, cube, pyramide, cylindre et cône de révolution, sphère et tore. Représentation de ces solides par leurs projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires.

Formules (admises) donnant les aires et les volumes de ces solides.

Aire de la projection orthogonale d'une figure plane ; construction graphique de cette projection par affinité orthogonale.

Trigonométrie

On se contentera de la définition de l'angle donnée en Seconde. Le cosinus et le sinus sont les coordonnées d'un point du cercle trigonométrique. Le produit scalaire permet le calcul de $\cos(\beta - \alpha)$. Les propriétés mentionnées ci-dessous doivent naturellement être introduites en liaison avec les autres parties du programme.

Etude des fonctions sinus, cosinus et tangente.

Formules d'"addition" et transformations de sommes en produits.

Représentation de Fresnel.

Statistiques

1) Mise en place des notions dégagées en Seconde. Présentation des données en tableaux et en graphiques.

2) Caractéristiques de position : mode, médiane, moyenne.

3) Caractéristiques de dispersion : étendue, écart-moyen, écart-type.

Calcul numérique

La pratique du calcul avec l'aide de la calculatrice de poche doit accompagner toute étude théorique.

Programme des Terminales F1, F2, F3, F4, F5, F6, F9, F10

Algèbre

Nombres complexes : formule de Moivre, puissance n-ième et racines n-ièmes. Notation e^{ix}. Applications à la trigonométrie.

Analyse

1) Continuité :

Définition de la continuité en un point.

Définition de la continuité sur un intervalle.

Enoncé des propriétés des fonctions continues : somme, produit, composée de deux fonctions continues.

Enoncé des propriétés des fonctions continues sur un segment : la fonction est bornée, elle atteint ses bornes, elle prend toute valeur intermédiaire. On admettra que l'image d'un intervalle I est un intervalle et que, si la fonction est strictement monotone, elle établit une bijection de I sur f (I).

2) Compléments sur les limites finies :

a) propriétés liées à l'ordre : l'ordre, strict ou non, sur les fonctions implique un ordre sur les limites. Si trois fonctions f, g, h sont telles que $f < g < h$ et si f et h admettent L comme limite alors g admet la même limite L.

b) propriétés opératoires : limite d'une somme d'un produit, d'un quotient. Ces propriétés seront admises sans démonstration.

3) Introduction des limites infinies. Après en avoir donné la définition, on montrera que les propriétés de l'ordre agissent encore mais que les propriétés opératoires ne subsistent plus. Aucune étude systématique des formes indéterminées ne doit être envisagée.

Etude, sur des exemples, de développements asymptotiques ; leur interprétation graphique.

4) Dérivation : dérivée d'une fonction composée, d'une fonction réciproque (théorème admis).

5) Calcul intégral.

La notion d'aire est admise.

Calcul de l'aire F(X) d'une partie du plan, ensemble des points M dont les coordonnées (x,y) vérifient pour une fonction f positive :

$$a \leqslant x \leqslant X \quad , \quad 0 \leqslant y \leqslant f\ (x)$$

lorsque : i. f est une fonction en escalier.

ii. f est une fonction continue. Dans ce dernier cas on admettra que F est une fonction dérivable et que $F' = f$.

Notation : $F(X) - F(a) = \int_a^X f(t)\,dt.$

Extension au cas où la fonction f est de signe quelconque.

Propriétés des intégrales définies : linéarité, relation de Chasles, inégalités. Théorème de la moyenne.

6) Fonctions logarithme et exponentielle.

Rappel de la définition du logarithme népérien, propriétés algébriques. Définition de la fonction exponentielle, propriétés algébriques.

Comparaison, pour les grandes valeurs de la variable, des fonctions logarithme, puissance et exponentielle. Ces théorèmes seront admis, mais une expérience numérique permettra de montrer clairement leur portée.

Définition des logarithmes décimaux ($\log x = M.\ln x$).

Notation e^x. Définition de a^x pour x réel ($a^x = e^{x \ln a}$).

Applications de l'analyse

1) Etude de fonctions variées, tracés de courbes représentatives.

Les exemples ne seront pas limités à des fonctions algébriques, mais ils ne devront présenter aucune difficulté de calcul. S'il y a lieu de chercher des racines d'équations pour l'étude du sens de variation d'une fonction, ces racines seront accessibles par le calcul algébrique.

2) Recherche des racines d'une équation de la forme $f(x) = 0$ existence, valeur approchée par encadrement, interpolation linéaire.

3) Calcul d'aires et de volumes. Calcul de valeurs moyennes.

4) Résolution d'équation différentielles :

$$y' = ay \quad ; \quad y'' + a^2y = b \quad \text{(a,b sont des constantes)}$$

5) Usage de représentations géométriques variées :

emploi de coordonnées polaires ;
emploi de représentations paramétriques.

Il ne s'agit que de montrer comment, avec un peu de bon sens, il est possible d'envisager un graphique différent pour une fonction d'une variable ou de coordonner l'étude des variations de deux fonctions.

Géométrie

1) Définition bifocale des coniques à centre, construction du point courant, symétries.

Définition d'une parabole par foyer et directrice, construction du point courant, symétrie.

2) Equation d'une conique à centre rapportée à ses axes de symétrie, équation d'une parabole rapportée à son axe et à sa tangente au sommet. Courbe représentée par une équation algébrique du second degré en x et y et sans terme en xy.

Représentation paramétrique de l'ellipse rapportée à ses axes. Ellipse projection orthogonale du cercle.

Equation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.

Statistiques

Nuages de points, point moyen.

Ajustement linéaire par des méthodes graphiques, à l'aide de moyennes.

Calcul numérique

La pratique du calcul à l'aide de calculatrices de poche doit accompagner toute étude théorique.

Commentaires des programmes de F1, F2, F3, F4, F5, F6, F9, F10

Avertissement

Les programmes ci-dessus sont conçus en tenant compte de la situation nouvelle qui est faite à l'enseignement des mathématiques dans la préparation des baccalauréats de techniciens. Les principales nouveautés sont au nombre de trois :

1) Existence d'un tronc commun en seconde. Le professeur de première, ne peut tabler que sur la partie obligatoire du programme, de seconde, mais bien entendu, sur toute cette partie.

2) Existence de classes préparatoires aux grandes écoles, hausse du niveau des B.T.S. et tendance des élèves à prolonger leur scolarité de deux ans. La compréhension des mathématiques doit donc être améliorée.

3) Sauf en F5, le professeur dispose de deux heures hebdomadaires avec toute la classe et de deux heures (une et demie en terminale) pour faire travailler les élèves en travaux dirigés à effectifs réduits.

Cette innovation dans les conditions matérielles entraîne une nécessaire modification des conceptions pédagogiques. C'est la raison pour laquelle le programme suppose que les professeurs conçoivent leur enseignement en fonction des impératifs suivants :

1) Le cours magistral doit être réduit au maximum. Il suffit que le cahier de l'élève contienne les théorèmes et les formules de référence ; seules quelques démonstrations particulièrement instructives méritent d'y figurer.

2) La sensibilisation des élèves à une notion nouvelle et les exercices de révision ne sauraient, ni l'une ni les autres, être exposés dans le cours.

3) La seule façon de préparer les élèves à poursuivre leurs études au-delà du baccalauréat est de leur apprendre à réfléchir et à lutter contre les recettes miracles. Les travaux dirigés n'ont donc pas pour but de faire répéter un grand nombre de fois le même exercice, mais au contraire, sur des exercices variés, de montrer qu'il est toujours possible de se ramener aux situations exposées dans le cours. Bien entendu ce type d'activité ne doit pas nécessairement être limité aux heures dédoublées dans l'emploi du temps.

C'est ce qui a conduit à modifier profondément le programme d'analyse, à élaguer tout ce qui tendait aux exercices de style (formes indéterminées par exemple) mais à mentionner tous les théorèmes qui permettent de faire des mathématiques avant et après le baccalauréat. La notion de limite a été réduite au strict nécessaire, par contre la notion élémentaire de développement limité est introduite officiellement. Il devient inutile de traiter toutes sortes de situations plus ou moins codifiées, il suffit d'entrainer la classe à évaluer le poids numérique de chaque terme.

4) Nos élèves ne pourront poursuivre leurs études au-delà du baccalauréat que s'ils ont atteint le même niveau quelque soit la section dans laquelle ils se trouvent. C'est la raison d'un programme unique pour huit sections. Il est cependant évident qu'une certaine modulation doit être faite suivant les besoins spécifiques des sections. C'est ainsi que le temps passé sur la géométrie sera plus important en F_1 et en F_4 alors qu'on approfondira davantage les nombres complexes en F_2 et F_3.

5) Le programme ne saurait mentionner toutes les applications qu'il est possible d'en faire suivant les sections dans lesquelles on enseigne. Il est souhaitable que les exercices et les thèmes d'étude soient adaptés à chaque classe et que le professeur de mathématiques s'enquière de situations, de problèmes auprès de ses collègues physiciens ou techniciens. De même l'ordre dans lequel il abordera les questions sera, dans toute la mesure du possible, déterminé par les besoins de ses collègues : dans l'enseignement technique les mathématiques sont d'abord un instrument de travail. Mais cela ne doit pas interdire au professeur, bien au contraire, de faire des mathématiques et d'entrainer ses élèves au raisonnement ; les longues séances de travaux dirigés s'y prêtent particulièrement. Pour reprendre l'exemple de l'analyse, dans une première étape la notion de limite peut rester dans une large mesure intuitive : les théorèmes sur les limites et l'usage des développements limités permettent de conclure sans utiliser de formalisation. Mais ensuite, au cours de travaux dirigés on pourra montrer à quelques élèves la nécessité d'une définition quantifiée et son usage.

6) Les élèves des classes F ayant toujours 36 heures de classe par semaine, il est difficile de leur imposer encore un devoir hebdomadaire en mathématiques. Il n'en reste pas moins que ces élèves seront d'abord jugés sur leur expression écrite aussi bien au baccalauréat qu'au delà. Le travail de rédaction d'une solution doit donc faire l'objet des soins assidus du professeur. Ici encore les travaux dirigés doivent lui faciliter la tâche, soit en incorporant des exercices de rédaction, soit en faisant en classe le travail de recherche des problèmes à rédiger.

Premières

Algèbre

Il convient de compléter ces notions par des révisions en travaux dirigés, sur les systèmes d'équations linéaires à plusieurs inconnues. On étendra éventuellement la méthode de substitution à des exemples de systèmes d'équations non linéaires.

4) L'introduction des complexes à l'aide de matrices est bien évidemment exclue. On fait aussi remarquer que le mot "corps" ne figure pas au programme.

On peut, si la classe le permet, aborder les équations du second degré à racines complexes puis à coefficients complexes.

Analyse

1) Egalement en travaux dirigés l'étude numérique des valeurs prises par une fonction au voisinage d'un point sera poursuivie pour permettre de dégager la notion de développement limité, sans qu'il soit question d'en faire un exposé théorique.

2) Les trois propriétés mentionnées ici permettent de démontrer tous les théorèmes classiques. Elles devront être illustrées d'exemples à défaut d'être elle-mêmes démontrées.

3) Une fonction qui tend vers L en 0 peut se mettre sous la forme $f = L + \epsilon$, ϵ étant une fonction qui tend vers 0 en 0. On passe de là à l'étude en un point quelconque, a, en posant $x = a + h$.

4) En poursuivant l'étude dans la même direction, s'il est possible d'écrire $f(a+h) = f(a) + Ah + h\epsilon(h)$ avec $\epsilon(0) = 0$ et ϵ tendant vers 0 en 0, on dit que f est dérivable en a et que A est le nombre dérivé de f en a. Il existe de nombreuses fonctions, dans le cours de seconde, pour lesquelles le calcul de A et de ϵ peut être fait aisément et des fonctions pour lesquelles il n'est pas possible.

L'interprétation graphique de la formule est aisée. Elle donnera l'occasion de faire calculer le coefficient directeur d'une sécante et de montrer que celui de la tangente en est la limite. Enfin on n'omettra pas de donner l'interprétation mécanique de la dérivée.

6) et 7) Ces deux paragraphes doivent naturellement être étudiés simultanément. On rappelle qu'en première l'intervalle d'étude est borné. On aura intérêt à limiter les exemples de fonctions à des fonctions rationnelles ou des polynomes de fonctions trigonométriques.

8) L'introduction du logarithme est une nécessité dans certaines classes (F_8 par exemple) mais doit rester limitée au strict nécessaire.

Géométrie

1) On ne soulèvera aucune difficulté sur ces questions en particulier pour l'extension à l'espace des propriétés du plan.

2) Il découle très simplement des formules de résolution des triangles que si l'on multiplie les trois côtés par un même nombre k les angles restent inchangés ($k \neq 0$).

Que si l'on multiplie b et c par k et si on laisse A inchangé, a est multiplié par k ($k \neq 0$).

Que si on laisse A et B inchangés,C reste également inchangé et a, b et c sont définis à un coefficient de proportionnalité près.

Le produit scalaire ayant été abordé en seconde on insistera sur son utilité dans les problèmes de géométrie analytique traités en travaux dirigés.

3) Naturellement on ne soulèvera aucune difficulté sur l'orientation de l'espace et on ne donnera l'expression analytique du produit vectoriel que dans une base orthonormale directe.

4) et 5) Ces deux paragraphes seront plus ou moins développés suivant les sections : ne figurent au programme commun que les notions de géométrie analytique et les connaissances de géométrie dans l'espace indispensables à toutes les sections.

En géométrie plane, et particulièrement dans les classes à prédominance géométrique (F_1, F_4), il convient d'étudier quelques exemples de lieux géométriques classiques tels que : l'ensemble des points dont le rapport des distances à deux points fixes est constant, ou tels que l'angle (MA, MB) soit constant.

En géométrie dans l'espace les élèves ont étudié en Seconde les positions relatives de droites et de plans ainsi que les propriétés des projections et la généralisation de la propriété de Thalès. En ce qui concerne l'orthogonalité, la seule notion vraiment nouvelle est celle de plans perpendiculaires. Elle repose sur la propriété fondamentale de l'orthogonalité d'une droite et d'un plan (la droite est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan). Il sera bon de s'assurer que les élèves ont bien acquis cette propriété. Quant à l'étude de la projection d'un angle droit, elle est indispensable pour la représentation des solides. Pour cette représentation des solides il n'est pas question de faire un cours de géométrie descriptive ; l'usage en particulier de la ligne de terre et des traces d'un plan est sans intérêt. Mais il sera bon, dans les sections à prépondérance géométrique, de montrer comment on peut pratiquer certaines constructions (intersections de deux plans ou d'une droite et d'un plan, tronc de pyramide,...).

Dans certaines sections (F_1, F_4, F_8, F_{10}) des compléments au programme de seconde doivent être donnés : rectiligne d'un dièdre, ligne de pente d'un plan, etc... Mais ceci ne saurait avoir de conséquences sur le baccalauréat.

Statistiques

Il convient de faire travailler les élèves sur des statistiques réelles et de leur montrer sur des exemples variés la signification des caractéristiques qui sont au programme.

Calcul numérique

Bien que cette rubrique ne figure qu'au programme de terminale, la pratique généralisée du calcul numérique est indispensable. Il faut qu'un élève sache manier une calculatrice sans commettre d'erreurs et qu'il sache contrôler ce qu'il obtient. Il convient en outre d'habituer les élèves à pratiquer les interpolations linéaires et généralement, le calcul mental.

Terminales

Algèbre

Les applications à la trigonométrie sont essentiellement les formules d'Euler et les procédés de linéarisation pour les classes F_2, F_3 ; pour les classes moins exigeantes on peut très bien limiter l'étude aux puissances deux et trois et ne pas utiliser e^{ix}.

Analyse

Les paragraphes 1) et 2) se présentent comme des compléments du programme de première : la notion de limite étant connue il convient de donner aux élèves un répertoire des bonnes propriétés dont ils pourront faire usage tant cette année que les suivantes.

3) La notion de limite infinie n'est pas une difficulté en soi ; s'il n'est pas possible d'expliquer qu'on passe de $\mathbb{R}$ à $\overline{\mathbb{R}}$, il faut que les élèves comprennent qu'on n'a plus un corps. Ceci dit, le but du programme est l'étude des fonctions et non celle des formes indéterminées.

Les principes de calcul qui conduisent à l'introduction des développements limités permettent d'introduire les développements asymptotiques : écrire $f = g + \epsilon$, ϵ tendant vers 0 lorsque x tend vers l'infini. Il n'y a pas lieu de limiter g à une fonction affine, mais ici encore on ne cherchera pas la virtuosité dans le calcul. Il suffit que l'élève soit guidé vers une fonction g et sache en tirer les conséquences graphiques.

Applications de l'analyse

3) On peut prolonger ces applications par des calculs de moments statiques ($\int_a^b ydx$) et de moments quadratiques ($\int_a^b y^2dx$) pour aboutir éventuellement au calcul des centres de gravité et des moments d'inertie.

4) En F_2, F_3 et F_5 il convient d'ajouter l'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants.

En F_5 et F_6 il faut encore ajouter $y' = ky^2$, et prévoir pour les équations linéaires des seconds membres en cosinus ou sinus.

5) Suivant les sections on développera plus ou moins ce paragraphe. Il est possible, à propos des représentations paramétriques de parler de fonction vectorielle ; le professeur a toute latitude pour le faire mais cela ne saurait figurer au programme du baccalauréat.

Statistiques

L'ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés n'est pas au programme du *baccalauréat, ni* la corrélation linéaire. Ici encore le professeur est seul juge de l'utilité de traiter ces questions.

Calcul numérique

On pourra par exemple utiliser des fonctions en escalier pour calculer une valeur approchée d'une intégrale de fonction continue.

Programme des Premières F7, F7', F8

Algèbre

1) Fonction linéaire ; lien avec les problèmes de proportionnalité. Pourcentages, taux, coefficients multiplicateurs.

2) Suites arithmétique et géométrique. Expression du terme général en fonction du rang ; définitions par récurrence. Calcul de la somme de n termes consécutifs.

Exemples d'utilisation pratique (économie, démographie etc...).

Représentation graphique de l'application de $\mathbf{N}$ dans $\mathbf{R}$: $n \longmapsto a^n$, n entier naturel et a réel supérieur à 1. Par extension, représentation graphique de l'application $x \longmapsto a^x$, x réel, le calcul se fait à la machine.

3) Equation et inéquation du premier degré à une inconnue. Système de deux équations du premier degré à deux inconnues ; interprétation graphique.

4) Calcul sur les fonctions polynômes, mise en facteur de $(x - a)$ lorsque a est racine.

Analyse

L'objet de ce chapitre est l'étude des fonctions numériques d'une variable réelle sous le triple aspect numérique, graphique et formel. L'objectif est d'obtenir que l'élève passe naturellement d'un aspect à l'autre et sache s'aider d'un aspect pour contrôler l'autre.
Il convient de faire acquérir une bonne compréhension des concepts sans formalisation inutile.
En Première on n'utilisera que des fonctions bornées définies sur un intervalle borné. La continuité ne doit faire l'objet d'aucun exposé théorique mais on donnera des exemples simples de fonctions discontinues et de fonctions définies par morceaux.

1) Révision des notions mises en place en seconde : sens de variation, monotonie, parité représentation graphique. Définition des opérations sur les fonctions définies sur un même intervalle ainsi que de l'ordre sur ces mêmes fonctions.

Etude des valeurs numériques prises par une fonction au voisinage d'un point. On en dégagera la notion intuitive de "développement limité".

2) Définition d'une limite nulle en zéro.
Développement à l'ordre 0 ; définition d'une limite en un point.

3) Développement à l'ordre un : fonction dérivable et nombre dérivé. Interprétation géométrique.

4) Fonction dérivée : notations : f', $\frac{df}{dx}$.

Opérations sur les fonctions dérivées (somme, produit, quotient) ; dérivée d'une fonction composée $x \longmapsto f(ax+b)$; dérivée de $x \longmapsto x^a$ (a réel).

Tous les théorèmes de ce paragraphe et du suivant seront admis sans démonstration. La lecture du tableau des dérivées doit être accompagnée de la lecture inverse en tableau de primitives.

5) Etude globale d'une fonction ; lien entre la monotonie et le signe de la dérivée.

En particulier on étudiera, sur des exemples numériques, des fonctions définies par un trinôme du second degré : sens de variation, courbe représentative, étude graphique du signe, recherche algébrique des racines.

6) Etude locale d'une fonction. Equation de la tangente. Extrémum local.

7) Fonction logarithme népérien (fonction dont la dérivée est $x \longmapsto \frac{1}{x}$ et qui s'annule pour $x = 1$). Fonction logarithme décimal ($\log x = M.\ln x$). Propriétés algébriques des logarithmes.

Géométrie

1) Rappel de la formule donnant le produit scalaire. Application aux relations métriques dans le triangle.

2) Rappel de la définition des fonctions sinus et cosinus ; propriétés de périodicité et de symétrie de ces fonctions. La dérivée du sinus sera donnée sans démonstration.

Statistiques

1) Mise en place des notions abordées en Seconde.

Présentation des données en tableaux, en graphiques, en pictogrammes. Passage d'une représentation à l'autre.

2) Caractéristiques de position d'une série statistique : mode, médiane, moyenne.

3) Caractéristiques de dispersion : étendue, écart-moyen, écart-type, quartiles.

4) Nuage de points, point moyen, ajustement linéaire par des méthodes graphiques.

Programme des Terminales F7, F7′, F8

Le programme de la classe terminale prévoit d'abord une mise au point et un approfondissement des notions abordées en Première. On donnera des compléments sur les points suivants :

Analyse

1) Définition d'une limite infinie.

Etude du comportement asymptotique d'une fonction.

Une fonction f et un nombre ϵ étant donnés, il s'agit de choisir une fonction g et un nombre A tels que $x > A$ entraîne $|f(x) - g(x)| > \epsilon$. Naturellement les élèves seront guidés dans le choix de g et seront habitués à ce que tout nombre supérieur à A soit aussi une solution.

2) Compléments sur la fonction logarithme népérien. Etude numérique de son comportement à l'infini. Définition de la fonction exponentielle $x \longmapsto e^x$. Définition d'un exposant réel $a^x = e^{x\ln a}$.

Comparaison des fonctions logarithme, puissance et exponentielle pour les grandes valeurs de la variable.

Sur ce dernier point il ne s'agit pas d'étudier des limites de quotients, mais d'apprendre aux élèves, à l'aide d'exemples numériques, les différences de comportement et les conséquences graphiques que cela entraîne.

3) Résolution des équations différentielles :

$$y' = ky \; ; \; y' = ky^2 \; ; \; k \text{ est une constante.}$$

Statistiques

Ajustement linéaire à l'aide de moyennes.

Ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés.

Corrélation linéaire ; droites de régression ; coefficient de corrélation linéaire.

Commentaire des programmes de F7, F7′, F8

Le programme ci-dessus est commun aux trois sections F7, F7′, F8 parce que ces trois sections ont le même horaire et les mêmes prolongements possibles au-delà du baccalauréat. Il conviendra donc d'insister plus ou moins sur certains paragraphes suivant la section dans laquelle on enseigne.

Comme dans les autres sections F la plus grande latitude est donnée au professeur pour déterminer le niveau auquel il traitera les questions : lorsque des théorèmes sont admis sans démonstration, cela implique qu'on ne saurait exiger ces démonstrations au baccalauréat.

Des explications détaillées sont données sur l'enseignement de l'analyse dans les commentaires des programmes F et G, nous ne les reprendrons pas ici. Les indications qui suivent concernent spécialement les sections F7, F7', F8.

Premières

Algèbre - § 2. - Il ne s'agit aucunement d'introduire rigoureusement la fonction exponentielle mais simplement de donner un sens à la touche correspondante de la calculatrice. L'importance de cette fonction dans de nombreux phénomènes biologiques et économiques incite à familiariser tous les élèves avec son emploi.

§ 3. - Ces questions ont été introduites en Seconde ; ce sont donc des révisions qu'il y aura intérêt à répartir tout au long de l'année.

Analyse

Il n'est pas prévu d'aborder l'infini en première dans un souci évident de simplification ; mais il est bien évident qu'on étudiera certaines fonctions usuelles comme $x \longmapsto \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$ tout entier et qu'on sera amené de la sorte à préparer le cours de Terminale.

§4. - Il est très important que les élèves sachent dériver en fin de Première et que le tableau de dérivation puisse être lu indifféremment dans les deux sens. Aucune théorie de l'intégration n'est prévue au programme et une primitive doit être simplement une fonction dont on connaît la dérivée.

Terminales

On ne s'appesantira pas sur l'étude des limites infinies et les formes indéterminées ne sont pas au programme. Il suffit qu'un élève de ces sections sache étudier une fonction et tracer sa courbe représentative. Dans le calcul numérique des valeurs prises par une fonction il doit savoir distinguer les termes principaux et négliger ce qui est négligeable.

§3. - Ces équations différentielles sont indispensables en F7 et F7', elles permettront de compléter la culture mathématique des élèves de F8.

Section H

Position de l'A.P.M.E.P.

Ces textes sont un compromis entre diverses propositions des membres du groupe de travail, remaniées à la suite des remarques issues d'une première concertation qui s'est faite par la voie des IREM et des régionales A.P.M.E.P.

Dans un premier temps, nous avons tenu compte des besoins spécifiques des classes d'informatique, en particulier en ce qui concerne l'algèbre de Boole.

Les difficultés rencontrées par nos élèves pour être admis dans les départements informatiques des I.U.T. nous ont dicté une seconde ligne de conduite. Le développement de l'analyse et de l'algèbre linéaire en est une des conséquences.

Nous regrettons cependant de n'avoir pas obtenu un peu plus de probabilités (nos élèves y réussissent assez bien).

Le sujet de l'examen portant sur les programmes de première et de terminale, il n'a pas été possible d'indiquer de thèmes.

Programme de Première H

Algèbre

1) Algèbre des parties d'un ensemble.

2) Applications bijectives ; composition des applications.

3) Notion de système de numération. Numération binaire ; systèmes de base huit et seize. Passage d'un de ces systèmes à l'autre.

Représentation d'un nombre décimal à l'aide d'un code binaire (en liaison avec l'enseignement de la technologie).

4) Algèbre de Boole : définition, exemples d'algèbres de Boole (ensemble des parties d'un ensemble, ensemble des propositions, algèbre de Boole $\{0,1\}$).

Applications de $\{0,1\}^n$ dans $\{0,1\}$ (fonction booléenne à n variables). Mintermes, formes canoniques disjonctives, formes duales ; réduction d'une forme canonique disjonctive (méthode graphique uniquement) diagrammes de Veitch et de Karnaugh.

5) Résolution d'équations et d'inéquations :

a) Exemples de problèmes conduisant à la résolution d'équations ou d'inéquations linéaires.

Ces questions ont été introduites en Seconde, il s'agit donc simplement de révisions qu'il y aura intérêt à répartir tout au long de l'année.

b) Calcul sur les fonctions polynômes à une variable. Mise en facteur de (x-a) dans un polynome admettant a comme racine.

c) Forme canonique du trinôme du second degré ; équation du second degré, somme et produit des racines. Applications à la résolution de problèmes économiques.

6) Problèmes de dénombrement :

Exemples de problèmes de dénombrements non classiques (par exemple : nombre des chemins d'un graphe, problèmes d'ordonnancement).

Arrangements, permutations, combinaisons (sans répétitions).

Triangle de Pascal, Formule du binôme.

7) Calcul matriciel.

Définition d'une matrice rectangulaire à termes réels.

Somme ; produit d'une matrice rectangulaire par une matrice colonne ; produit de deux matrices. Propriétés de ces opérations.

Suites numériques

1) Exemples numériques de suites définies par des procédés divers : suites de valeurs d'une fonction, méthodes itératives.

Vocabulaire : suites monotones, bornées, majorantes ou minorantes.

Exemples d'algorithmes de calcul des termes successifs d'une suite numérique finie, jusqu'au dernier terme ou tant qu'une condition n'est pas remplie, $|u_{n+1} - u_n| < 10^{-p}$ par exemple.

2) Suites arithmétique et géométrique, expression du terme général en fonction du rang, définition par récurrence. Calcul de la somme de n termes consécutifs.

3) Convergence d'une suite vers 0 ; convergence.

On abordera les problèmes de convergence de la même façon pour les suites et pour les fonctions. Le professeur peut traiter ces deux questions simultanément ou séparément.

Exemples de suites tendant vers l'infini et de suites bornées et divergentes.

Analyse

L'objet de ce chapitre est l'étude des fonctions numériques d'une variable réelle sous le triple aspect numérique, graphique et formel. L'objectif est d'obtenir que l'élève passe naturellement d'un aspect à l'autre et sache s'aider de l'un pour contrôler l'autre.

On n'utilisera que des fonctions bornées sur un intervalle borné. La continuité ne doit pas faire l'objet d'un exposé théorique, mais on donnera des exemples simples de fonctions discontinues et de fonctions définies par morceaux.

1) En travaux dirigés uniquement, mettre au point les connaissances acquises en Seconde.

Fonctions définies sur un même intervalle : opérations ; ordres ($f \leqslant g$).

2) Définition de la limite nulle en zéro.

Propriétés des fonctions admettant 0 comme limite :

i. Chacune est bornée sur un intervalle convenable contenant 0.
ii. Somme de deux fonctions de limite 0
iii. Produit d'une fonction de limite 0 par une fonction bornée.

Ces propriétés peuvent être admises sans démonstration.

3) Développement à l'ordre zéro : limite finie en un point.

4) Développement à l'odre un : fonction dérivable et nombre dérivé en un point. Interprétation géométrique ; coût marginal.

5) Fonction dérivée ; notations : f', $\dfrac{df}{dx}$. Fonction dérivée d'une fonction composée $x \to f\,(ax+b)$. Dérivées des fonctions trigonométriques.

Les théorèmes de dérivation pourront, en tout ou en partie, être admis sans démonstration.

6) Etude globale d'une fonction. Lien entre le sens de variation et le signe de la dérivée (théorèmes admis).

Applications à la résolution d'équations du type : $f(x) = a$. Cas où f est une fonction trigonométrique : sinus, cosinus ou tangente.

Applications à la résolution d'inéquations du type $f(x) \geqslant a$. Cas du trinôme du second degré.

7) Etude locale d'une fonction. Equation de la tangente en un point. Recherche d'extremums.

Statistiques

1) Mise en place des notions abordées en Seconde.

Présentation des données en tableaux, en graphiques, en pictogrammes. Passage d'une représentation à l'autre.

2) Caractéristiques de position d'une série statistique : mode, médiane, moyenne.

3) Caractéristiques de dispersion : étendue, écart-moyen, écart-type, quartiles.

4) Nuage de points, point moyen, ajustement linéaire par des méthodes graphiques.

Programme de Terminale H

Algèbre

Espace vectoriel $\mathbf{R}^3$. Notion de base (générateur minimal) ; représentation d'un élément de $\mathbf{R}^3$ par une matrice colonne. Matrice de changement de base.

Application linéaire de $\mathbf{R}^3$ dans lui-même. Matrice d'une application linéaire dans la base canonique.

L'étude de la structure d'espace vectoriel doit être succinte et sert principalement à donner un sens au calcul matriciel introduit en Première. Si la classe le permet, on pourra aborder les espaces $\mathbf{R}^n$ à l'aide d'exemples tirés des sciences économiques. On pourra aussi aborder la recherche des vecteurs propres d'une application linéaire.

Analyse

1) Continuité :

Définition de la continuité en un point.

Définition de la continuité sur un intervalle.

Enoncé des propriétés des fonctions continues : somme, produit, composée de deux fonctions continues.

Enoncé des propriétés des fonctions continues sur un segment : la fonction est bornée, elle atteint ses bornes, elle prend toute valeur intermédiaire. On admettra que l'image d'un intervalle I est un intervalle et que, si la fonction est strictement monotone, elle établit une bijection de I sur f (I).

2) Compléments sur les limites finies :

a) propriétés liées à l'ordre : l'odre, strict ou non, sur les fonctions implique un ordre sur les limites. Si trois fonctions f, g, h sont telles que $f<g<h$ et si f et h admettent L comme limite, alors g admet la même limite L.

b) propriétés opératoires : limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient. Ces propriétés seront admises sans démonstration.

3) Introduction des limites infinies. Après en avoir donné la définition, on montrera que les propriétés de l'ordre agissent encore, mais que

les propriétés opératoires ne subsistent plus. Aucune étude systématique des formes indéterminées ne doit être envisagée.

Etude, sur des exemples, de développements asymptotiques ; leur interprétation graphique.

4) Dérivation : dérivée d'une fonction composée, d'une fonction réciproque (théorèmes admis).

5) Calcul intégral.

La notion d'aire est admise.

Calcul de l'aire F(X) d'une partie du plan, ensemble des points M dont les coordonnées (x,y) vérifient : f étant une fonction positive.

$$a \leqslant x \leqslant X \ , \ 0 \leqslant y \leqslant f(x)$$

lorsque :

i. f est une fonction en escalier.

ii. f est une fonction continue. Dans ce dernier cas, on admettra que F est une fonction dérivable et que $F' = f$.

Notation : $F(X) - F(a) = \int_a^X f(t)dt.$

Extension au cas où la fonction f est de signe quelconque.

Propriétés des intégrales définies : linéarité, relation de Chasles, inégalités. Théorème de la moyenne.

6) Fonctions logarithme et exponentielle.

Définition du logarithme népérien, propriétés algébriques. Définition de la fonction exponentielle, propriétés algébriques.

Comparaison, pour les grandes valeurs de la variable, des fonctions logarithme, puissance, et exponentielle. Ces théorèmes seront admis, mais une expérience numérique permettra de montrer clairement leur portée.

Définition des logarithmes décimaux ($\log x = M.\ln x$).

Notation e^x. Définition de a^x pour x réel ($a^x = e^{x\ln a}$).

Applications de l'analyse

1) Etude de fonctions variées, tracés de courbes représentatives.

Les exemples ne seront pas limités à des fonctions algébriques, mais ils ne devront présenter aucune difficulté de calcul. S'il y a lieu de chercher des racines d'équations, pour l'étude du sens de variation d'une fonction, ces racines sont accessibles par le calcul algébrique. Les seules fonctions trigonométriques utilisées sont le sinus et le cosinus ; la définition donnée en Seconde suffit.

Le professeur pourra compléter cette étude par des exemples numériques, empruntés à l'économie, de fonctions numériques de deux variables.

Statistiques

1) Etude simultanée de deux variables qualitatives, tableau de contingence.

2) Ajustement linéaire à l'aide de moyennes et par la méthode des moindres carrés.

Corrélation linéaire entre deux variables statistiques ; droites de régression, cœfficient de corrélation linéaire.

Application à la droite de tendance générale d'une série chronologique.

Commentaires du programme de H

Les élèves des sections H sont de plus en plus sollicités pour continuer leurs études après le baccalauréat, soit en IUT-Informatique, soit en classe préparatoire aux écoles de commerce, soit encore en faculté de sciences économiques. Il résulte de cette situation que, bien que les mathématiques soient peu importantes au baccalauréat proprement dit, elles deviennent prépondérantes pour la poursuite des études. Le programme de Première et de Terminale H doit donc faire une part importante à des notions qui pourraient paraître superflues pour le baccalauréat. Il est bien entendu que c'est au professeur de la classe de décider de la part qu'il doit faire à ces questions. Doit-il ou non démontrer les théorèmes admis ? Doit-il donner des développements qui ne sont pas mentionnés dans le programme ? Cela dépendra naturellement des situations locales. Il n'a pas été possible, ce programme étant celui du baccalauréat, de donner comme en Seconde des listes de thèmes abordables éventuellement, mais il est bien clair que le professeur est libre de l'extension qu'il doit donner à son enseignement. Lorsqu'il est proposé des compléments dans les commentaires en italique, il est entendu que ces compléments ne sont pas au programme du baccalauréat.

La spécificité des classes H doit inciter le professeur de mathématiques à orienter son enseignement vers l'algorithmique. Le programme ne mentionne cela qu'à propos des suites mais il est bien évident que beaucoup d'autres questions s'y prêtent (résolution des systèmes linéaires par la méthode du pivot, par exemple). Il convient également de privilégier les démonstrations par récurrence ainsi que les démonstrations constructives par opposition aux démonstrations d'existence.

Dans toutes les parties du programme, les applications numériques sont indispensables, il est souhaitable que le professeur de mathématiques y fasse largement appel. D'autre part les activités interdisciplinaires devraient fournir un grand nombre d'applications numériques aux développements théoriques du cours.

Les notes qui suivent sont destinées à éclairer certains paragraphes, soit pour en fixer les limites, soit pour préciser ce qui les différencie de l'enseignement traditionnel.

Première

Algèbre

2) Il est inutile de parler d'injection et de surjection.

3) L'étude générale des systèmes de numération ne présente aucun intérêt.

Analyse

1) Egalement en travaux dirigés, l'étude numérique des valeurs prises par une fonction au voisinage d'un point sera poursuivie pour dégager la notion de "développement limité", sans qu'il soit question d'en faire un exposé théorique complet.

3) Une fonction de limite L en 0 peut se mettre sous la forme $f = L + \epsilon$, ϵ étant une fonction de limite 0 en 0. On passe de là à l'étude en un point quelconque, a, en posant $x = a + h$.

4) En poursuivant l'étude dans la même direction, s'il est possible d'écrire $f(a+h) = f(a) + Ah + h\epsilon(h)$ avec $\epsilon(0) = 0$ et ϵ de limite 0 en 0, on dit que f est dérivable en a et que A est le nombre dérivé de f en a. Le cours de Seconde fournit nombre de fonctions pour lesquelles le calcul de A et de ϵ est possible et des fonctions qui ne sont pas dérivables en certains points.

6) et 7) Ces deux paragraphes s'étudient naturellement en même temps. On rappelle que l'intervalle d'étude est borné. On aura intérêt à limiter les exemples à des fonctions rationnelles ou des polynomes de fonctions trigonométriques.

Terminale

Algèbre

Le programme introduit la notion d'espace vectoriel en vue des applications possibles en économie. Il est donc inutile de faire une étude complète de ces espaces. En particulier, partant de la notion de générateur, il est possible de donner la notion de base : générateur minimal, sans développer la théorie des familles libres ou liées. On admettra naturellement que le nombre de vecteurs d'une base est stable.

Analyse

Les paragraphes 1), 2), 3) tendent à donner aux élèves la liste des bonnes propriétés qui permettent de faire de l'analyse. Il n'est bien entendu pas utile de donner un développement à ces questions.

3) La notion de limite infinie n'est pas une difficulté en soi, mais il faut montrer que les propriétés opératoires ne peuvent lui être toutes étendues.

Les principes de calcul qui conduisent à l'introduction des développements limités permettent d'introduire les développements asymptotiques : écrire $f = g + \epsilon$, ϵ tendant vers 0 lorsque x tend vers l'infini. Il n'y a pas lieu de limiter g à une fonction affine, mais il faudra toujours aider les élèves dans cette recherche de g. Il faudra ensuite que l'élève sache en tirer les conséquences graphiques.

6) Le logarithme népérien est la primitive de la fonction $x \longmapsto \frac{1}{x}$ qui prend la valeur 0 pour $x = 1$. Comme dans le paragraphe 5 on ne soulèvera aucune difficulté concernant les primitives. On n'en soulèvera pas davantage sur les fonctions réciproques.